www.StudyGuideIndia.com

A

1024

Register Number

Part III

கணிதம் / MATHEMATICS

(Tamil Version)

நேரம் : 3 மணி] [மொத்த மதிப்பெண்கள் : 200

பகுதி - அ

குறிப்பு : i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க.

ii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் மதிப்பெண் ஒன்று.

iii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்வு செய்க. $40 \times 1 = 40$

1. $\left[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}\right] = 64$ எனில் $\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right]$ இன் மதிப்பு

அ) 32 ஆ) 8

இ) 128 ஈ) 0.

2. (2, 10, 1) என்ற புள்ளிக்கும், $\vec{r} \cdot \left(3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}\right) = 2\sqrt{26}$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட மிகக் குறைந்த தூரம்

அ) $2\sqrt{26}$ ஆ) $\sqrt{26}$

இ) 2 ஈ) $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

[Turn over

www.StudyGuideIndia.com

3. $\vec{r} = \left(\vec{i} - \vec{k}\right) + t\left(3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}\right)$ என்ற கோடும், $\vec{r} \cdot \left(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}\right) = 8$ என்ற தளமும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி

அ) $(8, 6, 22)$ ஆ) $(-8, -6, -22)$

இ) $(4, 3, 11)$ ஈ) $(-4, -3, -11)$.

4. $\left|\vec{r} - \left(2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}\right)\right| = 5$ என்ற கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம்

அ) $(2, -1, 4)$ மற்றும் 5 ஆ) $(2, 1, 4)$ மற்றும் 5

இ) $(-2, 1, 4)$ மற்றும் 6 ஈ) $(2, 1, -4)$ மற்றும் 5.

5. $\vec{a}$ என்பதனை நிலை வெக்டராக கொண்ட புள்ளி வழியாகவும், $\vec{u}$ மற்றும் $\vec{v}$ க்கு இணையாகவும் அமைந்த தளத்தின் துணை அலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு

அ) $\left[\vec{r} - \vec{a}, \vec{u}, \vec{v}\right] = 0$

ஆ) $\left[\vec{r}, \vec{u}, \vec{v}\right] = 0$

இ) $\left[\vec{r}, \vec{a}, \vec{u} \times \vec{v}\right] = 0$

ஈ) $\left[\vec{a}, \vec{u}, \vec{v}\right] = 0$.

6. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலை தொடுகோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணம்

அ) $\pi - 2\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ ஆ) $\pi - 2\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

இ) $2\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ ஈ) $2\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$.

www.StudyGuideIndia.com

7. $xy = 32$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் செவ்வகலத்தின் நீளம்

அ) $8\sqrt{2}$

ஆ) 32

இ) 8

ஈ) 16.

8. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள்

அ) $(\pm 5, 0)$

ஆ) $(0, \pm\sqrt{5})$

இ) $(0, \pm 5)$

ஈ) $(\pm\sqrt{5}, 0)$.

9. $y = \frac{x^3}{5}$ என்ற வளைவரைக்கு $\left(-1, -\frac{1}{5}\right)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

அ) $5y + 3x = 2$

ஆ) $5y - 3x = 2$

இ) $3x - 5y = 2$

ஈ) $3x + 3y = 2$.

10. $f(x) = \cos\frac{x}{2}$ என்ற சார்பிற்கு $[\pi, 3\pi]$ இல் ரோல் தேற்றத்தின் படி அமைந்த c-இன் மதிப்பு

அ) 0

ஆ) 2π

இ) $\frac{\pi}{2}$

ஈ) $\frac{3\pi}{2}$.

11. பரவளையம் $y^2 = x$ க்கும், அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பு

அ) $\frac{4}{3}$

ஆ) $\frac{1}{6}$

இ) $\frac{2}{3}$

ஈ) $\frac{8}{3}$.

12. $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$ என்ற வளைவரையின் வில்லின் நீளம்

அ) 48

ஆ) 24

இ) 12

ஈ) 96.

www.StudyGuideIndia.com

13. $y = f(x)$ என்ற வளைவரை $x = a$, $x = b$ ஆகிய கோடுகள் x-அச்சு ஆகியவற்றால் அடைபடும் பரப்பினை x-அச்சைப் பொறுத்து சுழற்றினால் ஏற்படும் திடப்பொருளின் வளைபரப்பு

அ) $\int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$

ஆ) $\int_c^d \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dx$

இ) $2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$

ஈ) $2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dx$.

14. $m < 0$ ஆக இருப்பின் $\frac{dx}{dy} + mx = 0$ இன் தீர்வு

அ) $x = c\,e^{my}$

ஆ) $x = ce^{-my}$

இ) $x = my + c$

ஈ) $x = c$.

15. $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x + y}$ எனில்

அ) $2xy + y^2 + x^2 = c$

ஆ) $x^2 + y^2 - x + y = c$

இ) $x^2 + y^2 - 2xy = c$

ஈ) $x^2 - y^2 - 2xy = c$.

www.StudyGuideIndia.com

16. கீழ்க்கண்டவற்றில் எதில் ' + ' ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல ?

அ) N ஆ) Z

இ) C ஈ) $Q - \{0\}$.

17. $Var(4x+3)$ இன் மதிப்பு

அ) 7 ஆ) $16\ Var\ x$

இ) 19 ஈ) 0.

18. ஒரு பாய்சான் பரவலில் $p(X=2) = p(X=3)$ எனில் பண்பளவை λ ன் மதிப்பு

அ) 6 ஆ) 2

இ) 3 ஈ) 0.

19. சமவாய்ப்பு மாறி X இன் பரவல் சார்பு $F(X)$ ஒரு

அ) இறங்கும் சார்பு

ஆ) குறையா (இறங்கா) சார்பு

இ) மாறிலிச் சார்பு

ஈ) முதலில் ஏறும் சார்பு பின்னர் இறங்கும் சார்பு.

20. திட்ட இயல்நிலைப் பரவலின் சராசரியும் பரவற்படியும்

அ) $\mu,\ \sigma^2$ ஆ) $\mu,\ \sigma$

இ) 0, 1 ஈ) 1, 1.

www.StudyGuideIndia.com

21. $A = [\,2 \;\; 0 \;\; 1\,]$ எனில் AA^T-ன் தரம் காண்க.

அ) 1 ஆ) 2

இ) 3 ஈ) 0.

22. A என்ற திசையிலி அணியின் வரிசை 3, திசையிலி $k \neq 0$ எனில் A^{-1} என்பது

அ) $\frac{1}{k^2} I$ ஆ) $\frac{1}{k^3} I$

இ) $\frac{1}{k} I$ ஈ) kI.

23. A, B என்ற ஏதேனும் இரு அணிகளுக்கு $AB = 0$ என்று இருந்து மேலும் A ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில்,

அ) $B = 0$

ஆ) B ஒரு பூச்சியக் கோவை அணி

இ) B ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி

ஈ) $B = A$.

24. எப்பொழுது கிராமரின் விதி (மூன்று மாறிகளில்) செயற்படுத்த முடியும் ?

அ) $\Delta \neq 0$

ஆ) $\Delta = 0$

இ) $\Delta = 0, \; \Delta_x \neq 0$

ஈ) $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$.

www.StudyGuideIndia.com

25. $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ என்பவை இரண்டு ஓரலகு வெக்டர் மற்றும் θ என்பது அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம். $(\vec{a} + \vec{b})$ ஆனது ஓரலகு வெக்டராயின்,

அ) $\theta = \frac{\pi}{3}$ ஆ) $\theta = \frac{\pi}{4}$

இ) $\theta = \frac{\pi}{2}$ ஈ) $\theta = \frac{2\pi}{3}$.

26. $\left[e^{3 - \frac{i\pi}{4}} \right]^3$ என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு முறையே

அ) $e^9, \frac{\pi}{2}$

ஆ) $e^9, -\frac{\pi}{2}$

இ) $e^6, -\frac{3\pi}{4}$

ஈ) $e^9, -\frac{3\pi}{4}$.

27. $x = \cos\theta + i\sin\theta$ எனில் $x^n + \frac{1}{x^n}$ இன் மதிப்பு

அ) $2\cos n\theta$ ஆ) $2i\sin n\theta$

இ) $2\sin n\theta$ ஈ) $2i\cos n\theta$.

28. $-i + 2$ என்பது $ax^2 - bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலமெனில் மற்றொரு தீர்வு

அ) $-i - 2$ ஆ) $i - 2$

இ) $2 + i$ ஈ) $2i + 1$.

www.StudyGuideIndia.com

29. p மற்றும் q பூச்சியமில்லாத பொதுக் காரணிகளற்ற முழு எண்கள் எனில் $(\cos\theta + i\sin\theta)^{p/q}$ இன் மதிப்புக்களின் எண்ணிக்கை

அ) p ஆ) q

இ) $p+q$ ஈ) $p-q$.

30. $y^2 = 8x$ என்ற பரவளையத்தில் $t_1 = t$ மற்றும் $t_2 = 3t$ என்ற புள்ளிகளில் வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி

அ) $\left(6t^2, 8t\right)$

ஆ) $\left(8t, 6t^2\right)$

இ) $\left(t^2, 4t\right)$

ஈ) $\left(4t, t^2\right)$.

31. பின்வரும் வளைவரைகளுள் எது கீழ்நோக்கி குழிவு பெற்றுள்ளது ?

அ) $y = -x^2$ ஆ) $y = x^2$

இ) $y = e^x$ ஈ) $y = x^2 + 2x - 3$.

32. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{\tan x}$ இன் மதிப்பு

அ) 1 ஆ) -1

இ) 0 ஈ) ∞.

33. $u = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ எனில் $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} =$

அ) $\dfrac{1}{2}u$ ஆ) u

இ) $\dfrac{3}{2}u$ ஈ) $-u$.

www.StudyGuideIndia.com

34. $ay^2 = x^2(3a - x)$ என்ற வளைவரை y-அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்

அ) $x = -3a,\ x = 0$ ஆ) $x = 0,\ x = 3a$

இ) $x = 0,\ x = a$ ஈ) $x = 0$.

35. $\int_0^{\pi/4} \cos^3 2x \, dx$ இன் மதிப்பு

அ) $\frac{2}{3}$ ஆ) $\frac{1}{3}$

இ) 0 ஈ) $\frac{2\pi}{3}$.

36. $\frac{dy}{dx} - y \tan x = \cos x$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகைக் காரணி

அ) $\sec x$ ஆ) $\cos x$

இ) $e^{\tan x}$ ஈ) $\cot x$.

37. $\frac{d^2y}{dx^2} - y + \left(\frac{dy}{dx} + \frac{d^3y}{dx^3}\right)^{3/2} = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி

அ) 2, 3 ஆ) 3, 3

இ) 3, 2 ஈ) 2, 2.

38. பின்வருவனவற்றுள் எது மெய்மையாகும் ?

அ) $p \vee q$ ஆ) $p \wedge q$

இ) $p \vee \sim p$ ஈ) $p \wedge \sim p$.

www.StudyGuideIndia.com

39. சமனியுடைய அரைக்குலம், குலமாவதற்கு பூர்த்தி செய்ய வேண்டிய விதியாவது

அ) அடைப்பு விதி　　ஆ) சேர்ப்பு விதி

இ) சமனி விதி　　ஈ) எதிர்மறை விதி.

40. பெருக்கலை பொருத்து குலமாகிய ஒன்றின் n ஆம் படி மூலங்களில் ω^k இன் எதிர்மறை $(k < n)$

அ) $\omega^{1/k}$　　ஆ) ω^{-1}

இ) ω^{n-k}　　ஈ) $\omega^{n/k}$.

பகுதி - ஆ

குறிப்பு : i) எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

ii) வினா எண் 55 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் *ஒன்பது* வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

iii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் *ஆறு* மதிப்பெண்கள்.　　$10 \times 6 = 60$

41. பின்வரும் அசமபடித்தான சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளை அணிக்கோவையினை பயன்படுத்தி தீர்க்க :

$2x + 2y + z = 5$

$x - y + z = 1$

$3x + y + 2z = 4.$

www.StudyGuideIndia.com

42. $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ இன் சேர்ப்பு அணி A என நிறுவுக.

43. $\vec{r} = \left(\vec{i} - \vec{j} \right) + t \left(2\vec{i} + \vec{k} \right)$ மற்றும்

$\vec{r} = \left(2\vec{i} - \vec{j} \right) + s \left(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \right)$ என்ற இரு கோடுகள் ஒரே தள அமையாக் கோடுகள் எனக் காட்டி, அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட தூரத்தையும் காண்க.

44. அ) $\vec{a}$, $\vec{b}$ என்பன இரண்டு வெக்டர்கள் எனில்

$\left| \vec{a} \times \vec{b} \right|^2 + \left(\vec{a} . \vec{b} \right)^2 = \left| \vec{a} \right|^2 \left| \vec{b} \right|^2$ என நிரூபி.

ஆ) $(3, 2, -4), (9, 8, -10)$ மற்றும் $(\lambda, 4, -6)$ ஒரே கோட்டமைப் புள்ளிகள் எனில் λ–இன் மதிப்பு காண்க.

45. p என்பது ஒரு கலப்பெண் மாறி z எனில் $Re\left(\frac{z+1}{z-i} \right) = 0$ என்ற நிபந்தனைக்கு p இன் நியமப்பாதை காண்க.

46. $(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n+2}{2}} \cos \frac{n\pi}{4}$; $n \in N$ என நிறுவுக.

47. $2x + 3y - 8 = 0$ மற்றும் $3x - 2y + 1 = 0$ என்பவற்றைத் தொலை தொடுகோடுகளாகவும், $(5, 3)$ என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

48. கீழ்க்காணும் சார்பிற்கு மெக்லாரின் விரிவு காண்க :

$\frac{1}{1+x}$.

49. $f(x) = x^3 - 3x + 1$ என்ற சார்பின் ஏறும் மற்றும் இறங்கும் இடைவெளிகளைக் காண்க.

50. $w = x + 2y + z^2$ என்ற சார்பில் $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ காண்க.

www.StudyGuideIndia.com

51. மதிப்பிடுக : $\int_{0}^{\pi/2} \log(\tan x)\, dx$.

52. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + y = x$.

53. $(p \vee q) \wedge r$ என்ற கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணை அமைக்க.

54. $f(x) = \begin{cases} xe^{-x} & , \; x > 0 \\ 0 & , \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்புக்கு சராசரியும்,

பரவற்படியும் காண்க.

55. அ) குலத்தின் நீக்கல் விதிகளை எழுதி, நிரூபி.

அல்லது

ஆ) ஒரே சமயத்தில் 4 நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. அவைகளில்

i) சரியாக 2 தலைகள்

ii) குறைந்தபட்ச 2 தலைகள்

iii) அதிகபட்ச 2 தலைகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

பகுதி - இ

குறிப்பு : i) எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

ii) வினா எண் **70** - க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ***ஒன்பது*** வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

iii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் மதிப்பெண் 10. $10 \times 10 = 100$

56. தர முறையினைப் பயன்படுத்தி $2x + 5y + 7z = 52$, $x + y + z = 9$, $2x + y - z = 0$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவன என நிரூபித்து, தீர்வு காண்க.

www.StudyGuideIndia.com

57. $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

58. $(-1, -2, 1)$ என்ற புள்ளி வழியே செல்வதும், $x + 2y + 4z + 7 = 0$ மற்றும் $2x - y + 3z + 3 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கு செங்குத்தாகவும் இருக்கும் தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்ட்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

59. ஒரு வால் விண்மீன் (comet) ஆனது சூரியனைச் சுற்றி பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. மேலும் சூரியன் பரவளையத்தின் குவியத்தில் அமைகிறது. வால் விண்மீன் சூரியனிலிருந்து 80 மில்லியன் கி.மீ. தொலைவில் அமைந்து இருக்கும் போது வால் விண்மீனையும், சூரியனையும் இணைக்கும் கோடு பாதையின் அச்சுடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தினை ஏற்படுத்துமானால்

(i) வால் விண்மீனின் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (ii) வால் விண்மீன் சூரியனுக்கு எவ்வளவு அருகில் வரமுடியும் என்பதையும் காண்க. (பாதை வலதுபுறம் திறப்புடையதாக கொள்க.)

60. கீழ்க்கண்ட அதிபரவளையத்திற்கு மையத்தொலைதகவு, மையம், குவியங்கள், முனைகளைக் காண்க. மேலும் வளைவரையை வரைக.

$$x^2 - 3y^2 + 6x + 6y + 18 = 0$$

61. $x + 2y - 5 = 0$ ஐ ஒரு தொலைத் தொடுகோடாகவும், $(6, 0)$ மற்றும் $(-3, 0)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியே செல்லக் கூடியதுமான செவ்வக அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

www.StudyGuideIndia.com

62. ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியானது தலைகீழாய் வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பி[illegible] வடிவில் உள்ளது. அதன் அடியின் ஆரம் 2 மீட்டர், அதன் ஆழம் 4 மீட்டர் ஆகும். நிமிடத்திற்கு 2 க. மீட்டர் வீதம் தொட்டியில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது. தொட்டியில் நீரின் ஆழம் 3 மீட்டராக இருக்கும்பொழுது, நீர் மட்டத்தின் உயரம் அதிகரிக்கும் வீதத்தைக் காண்க.

63. a ஆரமுள்ள கோளத்தினுள் பெரும அளவு கொள்ளுமாறு காணப்படும் நேர்வட்டக் கூம்பின் [illegible] 8 [illegible]

$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ எனக் காட்டுக.

65. $4y^2 = x^3$ என்ற வளைவரையில் $x = 0$ லிருந்து $x = 1$ வரையுள்ள வில்லின் நீளத்தைக் காண்க.

66. ஆரம் 'r', குத்துயரம் 'h' உடைய நேர் வட்டக் கூம்பின் கனஅளவைக் காண்க.

67. தீர்க்க : $\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 2e^{3x}$. இங்கு $x = \log 2$ எனில் $y = 0$ மற்றும் $x = 0$ எனில் $y = 0$.

68. ஒரு நகரத்தில் உள்ள மக்கள்தொகையின் வளர்ச்சிவீதம் அந்நேரத்தில் உள்ள மக்கள்தொகைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 1960-ஆம் ஆண்டில் மக்கள்தொகை 1,30,000 எனவும், 1990-ஆம் ஆண்டில் மக்கள்தொகை 1,60,000 ஆகவும் இருப்பின் 2020-ஆம் ஆண்டில் மக்கள்தொகை எவ்வளவாக இருக்கும் ?

$$\left[\log_e \left(\frac{16}{13} \right) = 0{\cdot}2070, \; e^{0.42} = 1{\cdot}52 \right].$$

www.StudyGuideIndia.com

69. $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a \in R - \{0\}$ அமைப்பில் உள்ள எல்லா அணிகளும் அடங்கிய கணம், அணிப் பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக்காட்டுக.

70. அ) $\left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{3/4}$ -ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் அதன் மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 1 எனவும் காட்டுக.

அல்லது

ஆ) ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல் $f(x) = ce^{-x^2+3x}$, $-\infty < x < \infty$ எனில் c, μ, σ^2 இவற்றைக் காண்க.

www.StudyGuideIndia.com

www.StudyGuideIndia.com