**March – 2008** **Reg. No. : ..................................** **G-3018-S**

**Name : ......................................**

Part-III

# MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2 ½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

***General Instructions to candidates :***

- There is a 'cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool-off time'.
- Use the 'cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.

**നിർദ്ദേശങ്ങൾ** :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.

1. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(i) Is A singular ? **(1)**

(ii) Find adj(A) **(2)**

(iii) Find $A^{-1}$ using adj(A) and |A| **(2)**

2. Let $\Delta = \begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix}$

Let $R_1, R_2, R_3$ be the rows and $C_1, C_2, C_3$ be the columns of the above determinant.

(i) Take a, b, c common from $R_1, R_2, R_3$ respectively. **(1)**

(ii) Take a, b, c common from $C_1, C_2, C_3$ respectively. **(1)**

(iii) Apply the operations

$C_2 \to C_2 + C_1, C_3 \to C_3 + C_1$. **(1)**

(iv) Hence evaluate $\Delta$. **(2)**

3. (i) Write down the truth table for the compound statement $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ **(2)**

(ii) Write down the truth table for the statement $p \Leftrightarrow q$. **(2)**

(iii) Are the two statements the same ? **(1)**

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

(i) A ഒരു സിംഗുലർ മാട്രിക്സ് ആണോ ? **(1)**

(ii) adj(A) കാണുക. **(2)**

(iii) adj(A) യും |A| യും ഉപയോഗിച്ച് $A^{-1}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

2. $\Delta = \begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix}$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$R_1, R_2, R_3$ എന്നിവ ഡിറ്റർമിനന്റിലെ വരികളും $C_1, C_2, C_3$ എന്നിവ നിരകളുമാണെന്നിരിക്കട്ടെ.

(i) $R_1, R_2, R_3$ യിൽ നിന്നും യഥാക്രമം a, b, c പൊതുവായെടുക്കുക. **(1)**

(ii) $C_1, C_2, C_3$ യിൽ നിന്നും യഥാക്രമം a, b, c പൊതുവായെടുക്കുക. **(1)**

(iii) $C_2 \to C_2 + C_1, C_3 \to C_3 + C_1$ എന്നീ ക്രിയകൾ ചെയ്യുക. **(1)**

(iv) ഇപ്രകാരം $\Delta$-യുടെ വില കാണുക. **(2)**

3. (i) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ എന്ന കോമ്പൗണ്ട് സ്റ്റേറ്റ്മെന്റിന്റെ ട്രൂത്ത് ടേബിൾ എഴുതുക. **(2)**

(ii) $p \Leftrightarrow q$ എന്ന സ്റ്റേറ്റ്മെന്റിന്റെ ട്രൂത്ത് ടേബിൾ എഴുതുക. **(2)**

(iii) ഈ രണ്ടു സ്റ്റേറ്റ്മെന്റുകളും ഒന്നു തന്നെയാണോ ? **(1)**

4. Match the following :

| | A | B |
|---|---|---|
| (i) | $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{x}$ | 1 |
| (ii) | $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}$ | 2 |
| (iii) | $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{4x^2 - 13x + 3}$ | 3 |
| (iv) | $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ | 4 |

**$4 \times 1 = (4)$**

5. (a) Let $y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$

(i) Find $\dfrac{dy}{dx}$. **(1)**

(ii) Show that :

$(1 + x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} - m^2 y = 0$ **(2)**

(b) Let $y = \tan^{-1}\left(\dfrac{1 - \cos x}{\sin x}\right)$

(i) Express $1 - \cos x$ and $\sin x$ in terms of $\sin x/2$ and $\cos x/2$. **(2)**

(ii) Hence find $\dfrac{dy}{dx}$. **(2)**

**OR**

6. (a) Differentiate $y = e^x$ with respect to $x$, from first principles. **(4)**

(b) If $x^y = e^{x-y}$,

(i) Express y in terms of $x$. **(1)**

(ii) Find $\dfrac{dy}{dx}$. **(2)**

4. ചേരുംപടി ചേർക്കുക.

| | A | B |
|---|---|---|
| (i) | $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{x}$ | 1 |
| (ii) | $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}$ | 2 |
| (iii) | $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{4x^2 - 13x + 3}$ | 3 |
| (iv) | $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ | 4 |

**$4 \times 1 = (4)$**

5. (a) $y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

(i) $\dfrac{dy}{dx}$ കാണുക. **(1)**

(ii) $(1 + x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} - m^2 y = 0$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(2)**

(b) $y = \tan^{-1}\left(\dfrac{1 - \cos x}{\sin x}\right)$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

(i) $1 - \cos x$ നേയും $\sin x$ നേയും $\sin x/2$, $\cos x/2$ എന്നിവ ഉപയോഗിച്ചെഴുതുക. **(2)**

(ii) അതുവഴി $\dfrac{dy}{dx}$ കാണുക. **(2)**

**അല്ലെങ്കിൽ**

6. (a) ഫസ്റ്റ് പ്രിൻസിപ്പിൾസ് ഉപയോഗിച്ച് $y = e^x$ നെ $x$ ആസ്പദമാക്കി ഡിഫറൻഷിയേറ്റു ചെയ്യുക. **(4)**

(b) $x^y = e^{x-y}$ ആയാൽ

(i) y നെ $x$ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക. **(1)**

(ii) $\dfrac{dy}{dx}$ കാണുക. **(2)**

7. The total profit y (in rupees) of a drug company from the manufacture and sale of $x$ bottles of drug is given by

$$y = \frac{-x^2}{300} + 2x - 50.$$

(i) How many bottles of drug must the company sell to obtain the maximum profit ? **(5)**

(ii) What is the maximum profit ? **(1)**

8. Evaluate :

(i) $\int \frac{dx}{(e^x + e^{-x})^2}$ **(2)**

(ii) $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)}\, dx$ **(2)**

(iii) $\int x^2 e^x\, dx$ **(2)**

9. Evaluate :

(i) $\int \frac{\sin(2 + 3\log x)}{x}\, dx$ **(2)**

(ii) $\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x+2}}\, dx$ **(3)**

10. (a) (i) Find the points of intersection of the parabola $y^2 = 8x$ and the line $y = 2x$. **(1)**

(ii) Find, using integration, the area enclosed between the line and the parabola. **(3)**

(b) Evaluate $\int_a^b x^3\, dx$ as the limit of a sum. **(3)**

**OR**

7. $x$ കുപ്പി മരുന്ന് നിർമ്മിച്ചു വില്ക്കുന്നതു വഴി ഒരു മരുന്നു കമ്പനിയുടെ ലാഭമായ y രൂപ

$y = \frac{-x^2}{300} + 2x - 50$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ നിന്നു ലഭിക്കുന്നു.

(i) എത്ര കുപ്പി മരുന്നു വിറ്റാൽ പരമാവധി ലാഭം ലഭിക്കും ? **(5)**

(ii) പരമാവധി ലാഭം എത്ര ? **(1)**

8. വില കാണുക :

(i) $\int \frac{dx}{(e^x + e^{-x})^2}$ **(2)**

(ii) $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)}\, dx$ **(2)**

(iii) $\int x^2 e^x\, dx$ **(2)**

9. വില കാണുക :

(i) $\int \frac{\sin(2 + 3\log x)}{x}\, dx$ **(2)**

(ii) $\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x+2}}\, dx$ **(3)**

10. (a) (i) $y^2 = 8x$ എന്ന പരാബൊളയുടെയും $y = 2x$ എന്ന രേഖയുടെയും സംഗമ ബിന്ദുക്കൾ കാണുക. **(1)**

(ii) ഇന്റഗ്രേഷൻ വഴി രേഖയ്ക്കും, പരാബൊളയ്ക്കും ഇടയിലുള്ള വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(b) തുകയുടെ ലിമിറ്റ് ഉപയോഗിച്ച് $\int_a^b x^3\, dx$ കാണുക. **(3)**

**അല്ലെങ്കിൽ**

11. (a) Evaluate $\int_a^b \sin x \, dx$ as the limit of a sum. **(3)**

(b) Evaluate $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$ **(4)**

12. Consider the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \tan x = x^2 \cos^2 x$

(i) Find its integrating factor. **(2)**

(ii) Solve the differential equation. **(2)**

13. A card is drawn from a well-shuffled pack of cards.

(i) What is the probability that the card drawn is an ace ? **(2)**

(ii) If the first card is not replaced and a second card is drawn, what is the probability that both are aces ? **(2)**

(iii) If the first card is replaced and a second card is drawn, what is the probability that both are aces ? **(2)**

11. (a) തുകയുടെ ലിമിറ്റ് ഉപയോഗിച്ച് $\int_a^b \sin x \, dx$ ന്റെ വില കാണുക. **(3)**

(b) $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$ ന്റെ വില കാണുക. **(4)**

12. $\frac{dy}{dx} + y \tan x = x^2 \cos^2 x$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ പരിഗണിക്കുക.

(i) അതിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ എന്ത് ? **(2)**

(ii) ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷനെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. **(2)**

13. നന്നായി കശക്കിയ ഒരു കുത്തു ചീട്ടിൽ നിന്ന് ഒരു ചീട്ടെടുക്കുന്നു.

(i) ചീട്ട് ഒരു എയ്സ് ആകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത് ? **(2)**

(ii) ആദ്യത്തെ കാർഡ് തിരിച്ചു വെയ്ക്കാതെ രണ്ടാമത് ഒരു കാർഡെടുത്താൽ രണ്ടു കാർഡുകളും എയ്സ് ആവാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത് ? **(2)**

(iii) ആദ്യത്തെ കാർഡ് തിരിച്ചു വെച്ചിട്ട് രണ്ടാമത് ഒരു കാർഡെടുത്താൽ രണ്ടുകാർഡുകളും എയ്സ് ആവാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത് ? **(2)**

14. (a) D, E, F are the mid-points of the sides of $\Delta ABC$. Show that for any point O,

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$$ **(2)**

(b) Prove that the points whose position vectors are given by $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$ and $3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$ form a right – angled triangle. **(3)**

15. Consider the points A (0, –2, 1), B(1, –1, –2) and C(–1, 1, 0) lying in a plane.

(i) Compute $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ **(2)**

(ii) Find $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. **(1)**

(iii) Find a unit vector perpendicular to the plane. **(2)**

16. Consider the points (–1, 2, 4) and (1, 0, 5).

(i) Find the direction cosines of the line joining the two points. **(2)**

(ii) Find the projection of the line joining (3, 4, 5) and (4, 6, 3) on this line. **(2)**

14. (a) ABC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മദ്ധ്യ ബിന്ദുക്കളാണ് D, E, F. O മറ്റൊരു ബിന്ദുവാണെങ്കിൽ,

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(2)**

(b) $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$ എന്നിങ്ങനെ പൊസിഷൻ വെക്ടർ ഉള്ള മൂന്ന് ബിന്ദുക്കൾ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്നു കാണിക്കുക. **(3)**

15. ഒരേ തലത്തിലുള്ള A (0, –2, 1), B(1, –1, –2) , C(–1, 1, 0) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{AC}$ എന്നിവ കാണുക. **(2)**

(ii) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ കണക്കാക്കുക. **(1)**

(iii) തലത്തിനു ലംബമായ യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക. **(2)**

16. (–1, 2, 4), (1, 0, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) ഇവയിലൂടെയുള്ള രേഖയുടെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈനുകൾ കാണുക. **(2)**

(ii) (3, 4, 5), (4, 6, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയ്ക്ക് ആദ്യത്തെ രേഖയിന്മേലുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കാണുക. **(2)**

17. (i) Find the centre and radius of the sphere

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$. **(1)**

(ii) Show that the intersection of this sphere and the plane $x + 2y + 2z - 20 = 0$ in a circle, centre (2, 4, 5). **(4)**

(iii) What is the radius of this circle ? **(1)**

**OR**

18. (a) Find the equation of the plane through the point (1, 2, 3), perpendicular to the planes

$x - y + z = 2$ and

$2x + y - 3z = 5$. **(3)**

(b) Find the distance between the parallel planes

$x - 2y + 2z - 8 = 0$ and

$6y - 3x - 6z = 57$. **(3)**

17. (i) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ എന്ന ഗോളത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും കാണുക. **(1)**

(ii) ഈ ഗോളവും $x + 2y + 2z - 20 = 0$ എന്ന തലവും, (2, 4, 5) കേന്ദ്രമായ ഒരു വൃത്തത്തിൽ സംഗമിക്കുന്നുവെന്നു തെളിയിക്കുക. **(4)**

(iii) ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക. **(1)**

**അല്ലെങ്കിൽ**

18. (a) (1, 2, 3) എന്ന ബിന്ദു ഉൾക്കൊള്ളുന്നതും

$x - y + z = 2$,

$2x + y - 3z = 5$ എന്നീ തലങ്ങൾക്ക് ലംബവുമായ തലത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. **(3)**

(b) സമാന്തരതലങ്ങളായ

$x - 2y + 2z - 8 = 0$

$6y - 3x - 6z = 57$ എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക. **(3)**