Reg. No. : ....

D 99 **Q.P. Code : [07 DMA 07]**

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

Third Year

Part III — Mathematics

REAL ANALYSIS

Time : Three hours Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

1. State and prove Unique factorization theorem.

   ஒப்பற்ற காரணிபடுத்தல் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

2. Prove that the set of all real numbers is uncountable.

   மெய்யெண்களின் கணம் எண்ணிடத்தக்கதல்ல எனக் காட்டுக.

3. Let $f: S \to T$ be a fn from S to T. If $X \subseteq S$ and $Y \subseteq T$, then we have

(a) $X = f^{-1}(Y)$ implies $f(X) \subseteq Y$

(b) $Y = f(X) \Rightarrow X \subseteq f^{-1}(Y)$.

f என்பது S-லிருந்து T-க்கு செல்லும் சார்பு. $X \subseteq S$ மற்றும் $Y \subseteq T$ எனில்

(அ) $X = f^{-1}(Y) \Rightarrow f(X) \subseteq Y$

(ஆ) $Y = f(X) \Rightarrow X \subseteq f^{-1}(Y)$.

4. Prove that if $f: S \to T$ be a function from one metric space (S, d_S) to another (T, d_T). Let A be a compact subset of S and assume that f is continuous on ∞. Then f is uniformly continuous on ∞.

$f: S \to T$ என்பது மெட்ரிக் வெளி (S, d_S)விருந்து (T, d_T)வரை வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. S-ல் A என்பது கச்சிதமான உட்கணம் மேலும் ∞-ல் f ஆனது தொடர்ச்சியான சார்பு எனில் f-ஆனது A-ல் சீரான தொடர்ச்சி என நிறுவுக.

5. State and prove Taylor's theorem.

டெய்லரின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

6. Prove that let f be of bounded variation on $[a, b]$ and assume that $c \in (a, b)$. Then f is of bounded variation on $[a, c]$ and on $[c, b]$ and we have $v_f(a, b) = v_f(a, c) + v_f(c, b)$.

$[a, b]$-ல் f வரம்பு மாற்றம் உடையது மேலும் $c \in (a, b)$ எனில் $[a, c]$ மற்றும் $[c, b]$-ல் f என்பது வரம்பு மாற்றம் உடையது எனவும் $v_f(a, b) = v_f(a, c) + v_f(c, b)$ எனவும் நிறுவுக.

7. If $f \in R(\alpha)$ on $[a, b]$, then $\alpha \in R(f)$ on $[a, b]$ and we have $\int_a^b f(x)\,d\alpha(x) + \int_a^b \alpha(x)\,df(x) = f(b)\alpha(b) - f(a)\alpha(a)$.

$[a, b]$-ல் $f \in R(\alpha)$ எனில் $[a, b]$-ல் $\alpha \in R(f)$ மற்றும் $\int_a^b f(x)\,d\alpha(x) + \int_a^b \alpha(x)\,df(x) = f(b)\alpha(b) - f(a)\alpha(a)$ எனக் காட்டுக.

8. If $f \in R(\alpha)$ and $f \in R(\beta)$ on $[a, b]$, then $f \in R(c_1\alpha + c_2\beta)$ on $[a, b]$ (for any two constants c_1 and c_2) and we have

$$\int_a^b f d(c_1\alpha + c_2\beta) = c_1 \int_a^b f d\alpha + c_2 \int_a^b f d\beta .$$

$[a, b]$-ல் $f \in R(\alpha)$ மற்றும் $f \in R(\beta)$ எனில் $[a, b]$-ல் $f \in R(c_1\alpha + c_2\beta)$ மற்றும்

$$\int_a^b f d(c_1\alpha + c_2\beta) = c_1 \int_a^b f d\alpha + c_2 \int_a^b f d\beta$$ எனக் காட்டுக.

Reg. No. : ....

D 100 **Q.P. Code : [07 DMA 08]**

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

Third Year

Part III — Mathematics

COMPLEX ANALYSIS

Time : Three hours Maximum : 100 marks

FIVE out of Eight questions to be answered.

$(5 \times 20 = 100)$

1. (a) Prove that if z_1 and z_2 are two complex numbers then

(i) $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$

(ii) $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$.

(b) Suppose $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ is a single valued function defined in a neighbourhood of $z_0 = x_0 + iy_0$. Then the necessary condition for the differentiability of $f(z)$ at z_0 is the existence of the partial derivatives u_x, u_y, v_x, v_y at (x_0, y_0) which satisfy the relations $u_x = v_y, u_y = -v_x$.

(அ) z_1 மற்றும் z_2 என்பன இரு கற்பனை எண்கள் எனில்

(i) கோண வீச்சு $(z_1 z_2) =$ கோண வீச்சு $z_1 +$ கோண வீச்சு z_2

(ii) கோண வீச்சு $\left(\frac{z_1}{z_2}\right) =$ கோண வீச்சு $z_1 -$ கோண வீச்சு z_2 என நிறுவுக.

(ஆ) $z_0 = u_0 + iy_0$-ன் சுற்று பகுதியில் வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு மதிப்புடைய சார்பு $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ எனில் $u_x = v_y, u_y = -v_x$ என்ற தொடர்புகளை நிறைவு செய்யும் வகையில் (x_0, y_0) ல் u_x, u_y, v_x, v_y என்ற பகுதி வகையிடல் அமைந்திருப்பது z_0 ல் $f(z)$-ன் வகைக்கெழு காண தேவையான நிபந்தனையாகும் என நிறுவுக.

2. (a) Prove that :

(i) $e^{z_1 z_2} = e^{z_1 + z_2}$

(ii) $e^{x+iy} = e^{x(\cos y + i \sin y)}$.

(b) P.T. If $f(z)$ is analytic in a region D and if $z = a$ is a point in it such that $f'(a) = 0$, then the transformation $w = f(z)$ is not conformal at $z = a$.

(அ) நிறுவுக :

(i) $e^{z_1 z_2} = e^{z_1 + z_2}$

(ii) $e^{x+iy} = e^{x(\cos y + i \sin y)}$.

(ஆ) D என்ற பகுதியில் $f(z)$ பகுமுறையாகவும் அதில் $z = a$ என்பது $f'(a) = 0$ என்னுமாறு உள்ள ஒரு புள்ளியாகவும் இருந்தால் $w = f(z)$ என்பது $z = a$ ல் கோண உருமாற்றமாக இருக்காது என நிறுவுக.

3. (a) State and prove Cauchy's integral formula.

(b) State and prove Lioville's theorem.

(அ) காஷியின் தொகையிடல் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

(ஆ) லியோவிலியன் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

4. (a) State and prove Morera's theorem.

(b) State and prove Cauchy's inequality.

(அ) மொரிராவின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

(ஆ) காஷியின் அசமநிலை தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

5. State and prove Laurent's series.

லாரண்ட்ஸின் தொடர் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

6. (a) State and prove Weierstrass theorem.

(b) P.T. Suppose D is a simply connected region, $f(z)$ is analytic in D except at its singularities which are finite in number, C is a zero curve in D, not passing through any singularity. Then $\int_c f(z)dz = 2\pi i$ (sum of residues of $f(z)$ in c_i).

(அ) வெயர்ட்ராஸின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

(ஆ) D என்பது ஒரு சாதாரண வெட்டுபடாத பகுதியாக இருக்கும்போது அதில் முடிவுறு எண்ணிக்கையிலுள்ள சிறப்பு புள்ளிகளை தவிர மற்ற பகுதியில் $f(z)$ ஒரு பகுதி முறை சார்பாகவும், C என்பது எந்தவொரு சிறப்பு புள்ளிகளின் வழி செல்லாததுமான வளைவாகவும் இருந்தால்

$\int_C f(z)dz = 2\pi i$ (c_i ல் $f(z)$ ன் துருவப்புள்ளிகளின் கூடுதல்) ஆக இருக்கும் என நிறுவுக.

7. (a) Show that

(i) $\int_0^\infty \frac{1}{(x^2+1)^2}dx = \pi/4$

(ii) $\int_0^\infty \frac{1}{(x^2+1)^3}dx = \frac{3\pi}{16}$.

(b) State and prove Rouche's theorem.

(அ) (i) $\int_0^\infty \frac{1}{(x^2+1)^2}dx = \pi/4$

(ii) $\int_0^\infty \frac{1}{(x^2+1)^3}dx = \frac{3\pi}{16}$ எனக் காட்டுக.

(ஆ) ரோச்சஸின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

8. (a) P.T. Suppose D is a simply connected region, $f(z)$ is a mero morphic function in D, C is a sero curve in D, not passing through a pole or zero of $f(z)$ then

$$\int_c \frac{f'(z)}{f(z)}dz = 2\pi i[n(z, f) - n(p, f)].$$

(b) Show that in a compact set every continuous function is uniformly continuous.

(அ) D என்பது ஒரு சாதாரண வெட்டுபடாத பகுதியாக இருக்கும்போது அதில் $f(z)$ ஒரு மீரோமார்பிக் சார்பாகவும், C என்பது $f(z)$ ன் துருவபுள்ளி மற்றும் பூஜ்ஜியத்தின் வழி செல்லாததுமான வளைவாகவும் கொண்டால் $\int_c \frac{f'(z)}{f(z)} dz = 2\pi i[n(z, f) - n(p, f)]$ ஆக இருக்கும் என நிறுவுக.

(ஆ) கச்சிதமான கணத்தில் எந்தவொரு தொடர்ச்சியான சார்பும் சீரான தொடர்ச்சியானது எனக் காட்டுக.

Reg. No. : ....

D 101 **Q.P. Code : [07 DMA 09]**

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

Third Year

Part III — Mathematics

MODERN ALGEBRA

Time : Three hours Maximum : 100 marks

FIVE out of Eight questions to be answered.

(5 × 20 = 100)

1. (a) Find the inverse of the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

(b) Find the rank of the matrix :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(c) Define a symmetric matrix. Give an example of a matrix which is symmetric. Find two symmetric matrices A and B such that AB is not symmetric.

(அ) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு அணியைக் காண்க.

(ஆ) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க.

(இ) சமச்சீர் அணியை வரையறுத்து ஒரு உதாரணம் தருக. A, B என்ற அணிகள் சமச்சீராகவும், AB சமச்சீராகாமல் வரும்படி A, B என்ற இரு அணிகளைக் கண்டுபிடிக்க.

2. (a) (i) If $M = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ show that for any integer n,

$$m^n = \begin{bmatrix} \cos n\alpha & \sin n\alpha \\ -\sin n\alpha & \cos n\alpha \end{bmatrix}.$$

(ii) Prove that the product of two symmetric matrices is symmetric if and only if they commute.

(b) Find the characteristic roots and characteristic vectors of

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

(அ) (i) $M = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ எனில் எந்தவொரு முழுஎண் n க்கும்

$$m^n = \begin{bmatrix} \cos n\alpha & \sin n\alpha \\ -\sin n\alpha & \cos n\alpha \end{bmatrix}$$ என நிறுவுக.

(ii) இரு சமச்சீர் அணிகளின் பெருக்கட்பலன் ஒரு சமச்சீரணியாக இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே, அணிகளின் பெருக்கல் பரிமாற்றுப் பண்புடையதாக இருக்க வேண்டுமென நிறுவுக.

(ஆ) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் பண்பு மூலங்கள், பண்பு வெக்டர்கள் ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. (a) Define a group and give an example.

(b) If H is a nonempty finite subset of a group G and H is closed under multiplication, then prove that H is a subgroup of G.

(c) Prove that the subgroup N of G is a normal subgroup of G if and only if every left coset of N in G is a right coset of N in G.

(அ) ஒரு குலத்தை வரையறுத்து உதாரணம் தருக.

(ஆ) G என்ற குலத்தின் வெற்றில்லாத உட்கணம் H என்பத பெருக்கலைப் பொருத்து மூடிய கணமாக இருந்தால், அது ஒரு உபகுலம் என நிறுவுக.

(இ) G ன் உட்குலம் N ஆனது நேர்மை உட்குலமாக இருக்க தேவையானதும், போதுமானதுமான நிபந்தனை G ல் N ன் ஒவ்வொரு இடது உபகணமும் ஒரு வலது உபகணமாகவும் இருத்தலே என நிறுவுக.

4. (a) State and prove Fermat's theorem.

(b) Prove that N is a normal subgroup of G if and only if $gNg^{-1}=N$ for every $g \in G$.

(c) If G is a group, N is a normal subgroup of G, then prove that G/N is also a group.

(அ) ஃபெர்மேட்டின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

(ஆ) N என்பது G ன் நேர்மை உட்குலமானால், ஆனால் மட்டுமே, ஒவ்வொரு $g \in G$ க்கும் $gNg^{-1}=N$ என அமையும் என நிறுவுக.

(இ) G என்பது ஒரு குலம், N என்பது G ன் ஒரு நேர்மை உட்குலம் எனில், G/N ம் ஒரு குலம் என நிறுவுக.

5. (a) If ϕ is a homomorphism of G into $\overline{G}$ with kernel K, then prove that K is a normal subgroup of G.

(b) State and prove Sylow's theorem for abelian groups.

(அ) ϕ என்பது K-ஐக் காணலாகக் கொண்ட G-யிலிருந்து $\overline{G}$ க்கான செயல்மாறாக் கோர்த்தல் எனில், K என்பது ஒரு நேர்மை உட்குலம் என நிறுவுக.

(ஆ) அபீலியன் குலத்திற்கான சைலோவின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

6. (a) Let G be a group and ϕ an automorphism of G. If $a \in G$ is of order $O(a)>0$, then prove that $O(\phi(a))=O(a)$.

(b) Prove that every permutation is the product of its cycles.

(c) If R is a ring, then for all $a,b \in R$, prove the following :

(i) $a.0 = 0.a = 0$

(ii) $a(-b) = (-a)b = -(ab)$.

(அ) ϕ என்பது குலம் G ன் தன்னியல்மாறாக் கோர்த்தல் என்க. $a \in G$ மற்றும் $O(a) > 0$ எனில் $O(\phi(a)) = O(a)$ என நிறுவுக.

(ஆ) எந்த ஒரு வரிசை மாற்றமும் அதன் சக்கரங்களின் பெருக்குதல் என நிறுவுக.

(இ) R ஒரு வளையம் மற்றும் $a,b \in R$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(i) $a.0 = 0.a = 0$

(ii) $a(-b) = (-a)b = -(ab)$.

7. (a) If ϕ is a hormomorphism of R into R^1, then no prove the following :

(i) $\phi(0) = 0$

(ii) $\phi(-a) = -\phi(a)$, for every $a \in R$.

(b) If V is a vector space over F then prove that,

(i) $\alpha 0 = 0$ for $\alpha \in F$

(ii) $0V = 0$ for $v \in F$

(iii) $(-\alpha)V = -(\alpha V)$ for $\alpha \in F, v \in V$.

(அ) ϕ என்பது R லிருந்து R^1 க்கான ஒரு செயல்மாறாக் கோர்த்தல் எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(i) $\phi(0) = 0$

(ii) $\phi(-a) = -\phi(a)$, $a \in R$.

(ஆ) V என்பது F ன் மீதான ஒரு வெக்டர்வெளி எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(i) $\alpha 0 = 0$, for $\alpha \in F$

(ii) $0V = 0$, for $v \in F$

(iii) $(-\alpha)V = -(\alpha V)$, for $\alpha \in F, v \in V$.

8. (a) Prove that $\mathrm{Hom}(V,W)$ is a vector space.

(b) If V is finite dimensional over F, then for $S,T \in A(V)$ prove the following :

(i) $r(ST) \le r(T)$

(ii) $r(TS) \le r(T)$

(iii) $r(ST) = r(TS) = r(T)$ for S regular in $A(V)$.

(அ) $\mathrm{Hom}(V,W)$ என்பது ஒரு வெக்டர்வெளி என நிறுவுக.

(ஆ) F ன் மீது V ஒரு முடிவுறு பரிமாண வெளி மற்றும் $S,T \in A(V)$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(i) $r(ST) \leq r(T)$

(ii) $r(TS) \leq r(T)$

(iii) $r(ST) = r(TS) = r(T)$, S என்பது $A(V)$ல் ஒழுங்கு தன்மை கொண்டது.

Reg. No. : ....

D 102 **Q.P. Code : [07 DMA 11]**

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

Third Year

Mathematics

NUMERICAL METHODS

Time : Three hours Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

(5 × 20 = 100)

1. (a) Find the positive root of $x^3 = 2x + 5$ by false position method. Correct up to 4 decimal.

   (b) Solve by the Crout's method, the following $x + y + z = 3, 2x - y + 3z = 16, 3x + y - z = -3$.

   (அ) $x^3 = 2x + 5$ - யை பால்ஸ் பொசிசன் முறைபடி நான்கு தசம இலக்கத்திற்கு மிகை மூலம் காண்க.

   (ஆ) $x + y + z = 3, 2x - y + 3z = 16, 3x + y - z = -3$ - யை கோர்ட்ஸ் முறைபடி தீர்க்க.

2. (a) Solve the following system by Gauss seidal method.

$$10x - 5y - 2z = 3$$
$$4x - 10y + 3z = -3$$
$$x + 6y + 10z = -3$$

(b) Solve for x from $\cos x - xe^x = 0$ correct upto 4 decimals by iteration method.

(அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டினை காஸ் சீடல் முறையை கொண்டு தீர்க்க.

$$10x - 5y - 2z = 3$$
$$4x - 10y + 3z = -3$$
$$x + 6y + 10z = -3$$

(ஆ) $\cos x - xe^x = 0$ - யை இட்டேரசேன் முறைபடி, சரியாக நான்கு தசம இலக்கத்திற்கு தீர்க்க.

3. (a) Prove :

(i) $\Delta = \frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$

(ii) $\mu = \sqrt{1 + \frac{1}{4}\delta^2}$.

(b) Find a polynomial of degree four which takes the values

x :	2	4	6	8	10
y :	0	0	1	0	0

(அ) நிறுவுக :

(i) $\Delta = \frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$

(ii) $\mu = \sqrt{1 + \frac{1}{4}\delta^2}$.

(ஆ) கீழ்க்கண்ட மதிப்பிலிருந்து படி 4 உடைய பல்லுறுப்பு கோவையை காண்க.

x :	2	4	6	8	10
y :	0	0	1	0	0

4. (a) Using the following table, apply Gauss forward formula to get $f(3.75)$.

x :	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$f(x)$:	24.145	22.043	20.225	18.644	17.262	16.047

(b) From the following table, using Stirling's formula estimate the value of $y(1.22)$

x :	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
y :	0.84147	0.89121	0.93204	0.96356	0.98545
x :	1.5	1.6	1.7	1.8	
y :	0.99749	0.99957	0.99385	0.97385	

(அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விபரங்களிலிருந்து $f(3.75)$ மதிப்பை காஸின் முன்னோக்கு சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி காண்க.

x:	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$f(x)$:	24.145	22.043	20.225	18.644	17.262	16.047

(ஆ) கீழ்கண்ட அட்டவணையில் ஸ்டெர்லிங்கு சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி $y(1.22)$ மதிப்பை கணக்கிடுக.

x:	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
y:	0.84147	0.89121	0.93204	0.96356	0.98545
x:	1.5	1.6	1.7	1.8	
y:	0.99749	0.99957	0.99385	0.97385	

5. (a) Using Newton's divided difference formula find the value of $f(3), f(6)$ and $f(14)$ given the following table :

x:	4	5	7	10	11	13
$f(x)$:	48	100	297	900	1210	2028

(b) From the data given below, find the value of x when $y = 13.5$.

x:	93.0	96.2	100.0	104.2	108.7
y:	11.38	12.80	14.70	17.07	19.91

(அ) கீழ்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து நியூட்டனின் வகுபடு வித்தியாச சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி $f(3), f(6)$ மற்றும் $f(14)$ ன் மதிப்புகளை காண்க.

x:	4	5	7	10	11	13
$f(x)$:	48	100	297	900	1210	2028

(ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து $y = 13.5$ ஆகும்போது x -ன் மதிப்பை காண்க.

x:	93.0	96.2	100.0	104.2	108.7
y:	11.38	12.80	14.70	17.07	19.91

6. (a) Find the value of sec 31° using the following table :

θ (in degrees) :	31°	32°	33°	34°
$\tan\theta$:	0.6008	0.6249	0.6494	0.6745

(b) Find the maximum value of $f(x)$ given the table.

x:	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$f(x)$:	0.9320	0.9636	0.9856	0.9975	0.9996

(அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து sec 31° ன் மதிப்பை காண்க.

θ (in degrees) :	31°	32°	33°	34°
$\tan\theta$:	0.6008	0.6249	0.6494	0.6745

(ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து $f(x)$ ன் மீப்பெறு மதிப்பை காண்க.

x :	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$f(x)$:	0.9320	0.9636	0.9856	0.9975	0.9996

7. (a) Evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ by Trapezoidal rule, Simpson's $\frac{1}{3}$ rule and Simpson's $\frac{3}{8}$ rule. Also check up the results by actual integration.

(b) Solve : $y_{x+2} - y_{x+1} + y_x = 0$ given $y_0 = 1$; $y_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

(அ) $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ என்பதன் மதிப்பை சரிவகவிதி சிம்சன் $\frac{1}{3}$ விதி மற்றும் சிம்சன் $\frac{3}{8}$ விதியை பயன்படுத்தி காண்க. அத்துடன் சரியான தொகையிடலை சரிபார்க்க.

(ஆ) தீர்க்க $y_{x+2} - y_{x+1} + y_x = 0$ given $y_0 = 1$; $y_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

8. Given $y' = 2y - 1$, $y(0) = 1$, $y(0.1) = 1.1107$, compute y for $x = 0.2$, 0.3 by the fourth order R–K. method and $y(0.4)$ by Adam's method.

கொடுக்கபட்ட $y' = 2y - 1$, $y(0) = 1$, $y(0.1) = 1.1107$ ல் $x = 0.2$, 0.3 எனில் y ன் மதிப்பை R–K. யின் 4 படி முறைபடியும் $y(0.4)$ ன் மதிப்பை ஆடம்ஸ் முறைபடியும் காண்க.

Reg. No. : ....

D 103 **Q.P. Code : [07 DMA 12]**

(For the candidates admitted 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

Third Year

Part III — Mathematics

DISCRETE MATHEMATICS

Time : Three hours Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

All questions carry equal marks.

(5 × 20 = 100)

1. (a) Show that

$$((P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee$$

$$(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R)$$ is a tautology.

(b) Show that

$$(x)\,(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (x)\,P(x) \vee (\exists x)\,Q(x).$$

(அ) $((P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R))) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R)$ என்பது வேறு விதமாகக் காட்டுக.

(ஆ) $(x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$ என நிரூபி.

2. (a) Show the following equivalence

$$\neg(P \rightleftarrows Q) \Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee Q)$$

(b) Let $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 2)\}$ and $S = \{(4, 2), (2, 5), (3, 1) (1, 3)\}$. Find $R \circ S, S \circ R, R \circ (S \circ R), (R \circ S) \circ R$ and $R \circ R \circ R$.

(அ) $\neg(P \rightleftarrows Q) \Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee Q)$ என்பது சமமானது என நிரூபி.

(ஆ) $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 2)\}$ மற்றும் $S = \{(4, 2), (2, 5), (3, 1) (1, 3)\}$ எனில்

$R \circ S, S \circ R, R \circ (S \circ R), (R \circ S) \circ R$

$R \circ R \circ R$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. (a) Let $(G,*)$ be a group. Let H be any non-empty subset. Then H is a subgroup of G iff $a * b^{-1} \in H$ whenever $a, b \in H$.

(b) Find the direct products group of the two groups $(Z_3, +_3)$ and $(Z_3 - \{0\}, X_3)$.

(அ) $(G,*)$ என்பது ஓர் குலம் அதில் H என்பது ஒரு வெற்றில்லா உட்கணம் ஆகும். H ஆனது G ன் உட்குலம் இருக்க வேண்டுமெனில் $a * b^{-1} \in H \vee a, b \in H$ என நிரூபி.

(ஆ) $(Z_3, +_3).(Z_3 - \{0\}, X_3)$ என்பது இருகுலம் எனில் அதன் நேரிடை பெருக்கல் குலத்தைக் காண்க.

4. (a) Write the grammar for the language $L(G) = \{a^n b\ a^m / n, m \ge 1\}$.

(b) Reduce the following machine :

Present state	δ Input	symbols	λ Input	symbols
	$x = 0$	1	$x = 0$	1
S_0	S_1	S_7	0	0
S_1	S_7	S_0	0	1
S_2	S_8	S_7	0	1
S_3	S_7	S_5	0	1
S_4	S_3	S_2	0	0
S_5	S_6	S_7	0	0
S_6	S_8	S_5	0	1
S_7	S_3	S_7	0	1
S_8	S_2	S_0	0	1

(அ) $L(G) = \{a^n b\, a^m / n, m \ge 1\}$ என்ற மொழிக்கான இலக்கணத்தை எழுதுக.

(ஆ) பின்வரும் இயந்திரத்தை சுருக்குக.

Present state	δ Input symbols $x = 0$	1	λ Input symbols $x = 0$	1
S_0	S_1	S_7	0	0
S_1	S_7	S_0	0	1
S_2	S_8	S_7	0	1
S_3	S_7	S_5	0	1
S_4	S_3	S_2	0	0
S_5	S_6	S_7	0	0
S_6	S_8	S_5	0	1
S_7	S_3	S_7	0	1
S_8	S_2	S_0	0	1

5. (a) Let $(L, \le)$ be a lattice, prove that for any $a, b, c \in L$, $a \le c \Leftrightarrow a \oplus (b * c) \le (a \oplus b) * c$.

(b) Find a minimal sum of products expression of $f(x, y, z, w) = \oplus\ 0, 5, 7, 8, 12, 14$.

(அ) $(L, \le)$ என்ற லேட்டீஸில் உள்ள எந்தவொரு $a, b, c \in L$ க்கும் $a \le c \Leftrightarrow a \oplus (b * c) \le (a \oplus b) * c$.

(ஆ) $f(x, y, z, w) = \oplus\ 0, 5, 7, 8, 12, 14$ என்ற கோவைக்கு கர்நாப் வரைபடம் மூலம் காட்டல் – நியமன அமைப்பைக் காண்க.

6. (a) Find the Boolean expression in a equivalent sum of products canonical form in three variables x_1, x_2 and x_3

(i) $x_1 * x_2$

(ii) $x_1 \oplus x_2$.

(b) Show that every mode of a simple digraph lies in exactly one strong component.

(அ) (i) $x_1 * x_2$

(ii) $x_1 \oplus x_2$ என்பதற்கு நிகரான கூட்டல் பெருக்கல் பூலியன் கோவைக்களைக் காண்க.

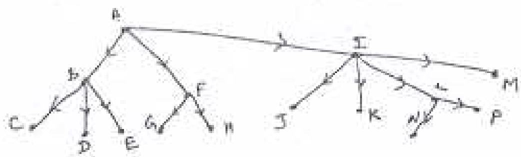
(ஆ) ஒரு எளிய திசை வரைபடத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு முனையும் ஒரே ஒரு கடின காறில் மட்டுமே இருக்கும் என நிறுவுக.

7. (a) Prove that G has a Hamiltonian graph if $m \ge \frac{1}{2}(n^2 - 3n + 6)$ where m is the member of edges in G.

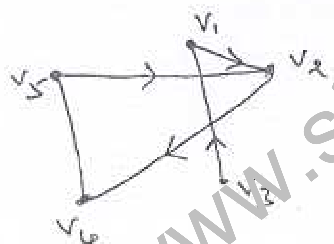
(b) Give the binary tree represtation for the following tree

(அ) G என்பது ஹேமில்டோனியன் கோலம் எனில் $m \geq \frac{1}{2}\left(n^2 - 3n + 6\right)$, m என்பது G யில் உள்ள கோடுகளின் எண்ணிக்கை ஆகக் கொண்டு நிரூபிக்கவும்.

(ஆ) பின்வரும் மரத்திற்கான இரு வழி மரம் கொடுக்கவும்.

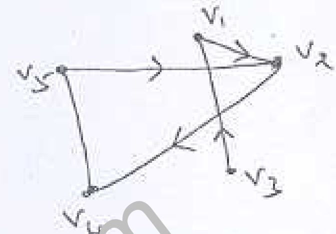


8. (a) Find the path matrix for the graph



(b) Let $f : X \to Y$ and $g : Y \to Z$ are such that $f(x) = 2x + 1$ and $g(y) = \frac{y}{3}$ where $X = Y = Z = R$ prove that $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

(அ)



என்ற கோலத்தின் பாதை அணியைக் காண்க.

(ஆ) $X = Y = Z = R$ எனில் $f : X \to Y$ மற்றும் $g : Y \to Z$ என்பது $f(x) = 2x + 1$ மற்றும் $g(y) = \frac{y}{3}$ எனக்கொள்க $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ என நிரூபிக்கவும்.