Government of Tamilnadu

ಏಳನೇ ತರಗತಿ

STANDARD SEVEN - KANNADA MEDIUM

ಅವಧಿ III

TERM III

ಭಾಗ 2

Volume 2

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ MATHEMATICS | ವಿಜ್ಞಾನ SCIENCE | ಸಮಾಜ SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© Government of Tamilnadu
First Edition - 2012
(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Preparation and Compilation

State Council of Educational Research and Training

College Road, Chennai - 600 006.

Wrapper & Book Design

V. James Abraham

R. Lakshmi

Textbook Printing

Tamilnadu Textbook Corporation

College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price : Rs.

Printed by Offset at :

Textbook available at

www.textbooksonline.tn.nic.in

ಪರಿವಿಡಿ

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ MATHEMATICS (1-94)

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪಾಠದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1.	ಬೀಜಗಣಿತ	2
2.	ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ	14
3.	ಅಳತೆಗಳು	47
4.	ರೇಖಾಗಣಿತ	72
5.	ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	80
6.	ದತ್ತಾಂಶ ನಿರ್ವಹಣೆ	85
	ಉತ್ತರಗಳು	92

ವಿಜ್ಞಾನ SCIENCE (95-157)

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪಾಠದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1.	ಪರಿಸರ ವ್ಯವಸ್ಥೆ	97
2.	ನೀರು – ಒಂದು ಅತ್ಯಮೂಲ್ಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ	110
3.	ದಹನ ಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಜ್ವಾಲೆ	124
4.	ಉಷ್ಣ ಮತ್ತು ಬೆಳಕು	139

ಸಮಾಜ SOCIAL SCIENCE

(158-224)

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪಾಠದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
	ಇತಿಹಾಸ	
1.	ವಿಜಯನಗರ ಮತ್ತು ಬಹಮನಿ ಸಾಮ್ರಾಜ್ಯ	159
2.	ಭಕ್ತಿ, ಸೂಫಿ ಪಂಥಗಳು	167
	ಭೂಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರ	
1.	ವಿಕೋಪ ಮತ್ತು ವಿಕೋಪ ನಿರ್ವಹಣೆ	175
2.	ಸಾಗರಶಾಸ್ತ್ರ – ಒಂದು ಪರಿಚಯ	188
	ಪೌರನೀತಿ	
1.	ವಿಶ್ವಸಂಸ್ಥೆ	198
2.	ಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು ಮಹಿಳೆಯರಿಗಾಗಿ ಕಾಯಿದೆಗಳು, ಕ್ಷೇಮಾಭಿವೃದ್ಧಿ ಯೋಜನೆಗಳು.	206
	ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ	
1.	ಉತ್ಪಾದನಾಂಗಗಳು	213

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ

MATHEMATICS - KANNADA MEDIUM

ಏಳನೇ ತರಗತಿ

STANDARD SEVEN

ಅವಧಿ III

TERM III

TRANSLATORS

H.V. RANGARAJU

Headmaster
Govt. High School
Chikkahalli (po)
Erode District - 638461.

M. SHARAVANAKUMAR

B.T. Assistant
Govt. Hr. Sec. School
Panakahalli (po)
Erode District - 638461.

N. NATARAJU

B.T. Assistant
Govt. Hr. Sec. School
Thalavadi (po)
Erode District - 638461.

Laser Typeset & Layout :

Shivamurthy .S, Shivakumar Shiv Anand, V.James Abraham, R. Lakshmi

1 ಬೀಜಗಣಿತ

1.1 ಎರಡು ಚರಾಂಶಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

ಆಯತ ಆಕೃತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $l \times b$. ಇದರಲ್ಲಿ 'l' ಮತ್ತು 'b' ಗಳು ಚರಾಂಶಗಳಾಗಿವೆ.

ಚರಾಂಶಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಮೂಲಭೂತ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.

ಈಗ ನಾವು ಚರಾಂಶಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಲವು ಕ್ರಿಯಾಪದ ಸಮುಚ್ಚಯಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನಾಗಿ ಭಾಷಾಂತರಿಸೋಣ.

ಕ್ರಿಯೆ	ಕ್ರಿಯಾಪದ ಸಮುಚ್ಚಯ	ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು
ಸಂಕಲನ	x ಮತ್ತು y ನ ಮೊತ್ತ	$x + y$
ವ್ಯವಕಲನ	a ಮತ್ತು b ನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ	$a - b$ ($a > b$ ಆದಾಗ) ಅಥವಾ $b - a$ ($b > a$ ಆದಾಗ)
ಗುಣಾಕಾರ	x ಮತ್ತು y ನ ಗುಣಾಕಾರ	$x \times y$ ಅಥವಾ xy
ಭಾಗಕಾರ	q ನಿಂದ p ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	$p \div q$ ಅಥವಾ $\frac{p}{q}$

ಕೆಲವು ಪದಗಳ (ಪದಸಮುಚ್ಚಯ)ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅಂಕಗಣಿತ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನಿಮಗೆ ಕಲಿಯಲು ಮತ್ತು ಸ್ಮರಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ:

ಸಂಕಲನ	ವ್ಯವಕಲನ	ಗುಣಾಕಾರ	ಭಾಗಕಾರ
ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ	ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ	ಅದರ ಗುಣಾಕಾರ	ಅದರ ಭಾಗಲಬ್ಧ
ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆ	ಇಳಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ	ಅದರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ	ಇದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ
ಕೂಡು	ಕಳೆ	ರಷ್ಟು	ಅದರ ಅನುಪಾತ
ಕೂಡಿಸಿದಾಗ	ಕಳೆದಾಗ		
ಅದಕಿಂತ	ಅದಕ್ಕಿಂತ		
ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ	ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ		

ಉದಾಹರಣೆ 1.1

ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

1) m ಮತ್ತು n ನ ಮೊತ್ತದ ಎರಡುಪಟ್ಟು.

2) b ಯು a ನ ಎರಡುಪಟ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ.

3) x ಮತ್ತು y ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಕೂಡಿದಾಗ.

4) p ಮತ್ತು q ನ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು 7 ಕ್ಕೆ ಕೂಡಿದಾಗ.

5) a ಮತ್ತು b ನ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಎರಡಷ್ಟನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ.

6) x ಎಂಬುದು y ನ 2/3 ರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ.

7) x ನ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ರಿಂದ 3 ನ್ನು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ.

8) m ಮತ್ತು n ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ.

9) x ನ 4 ರಷ್ಟು y ಮತ್ತು 6 ರ ಮೊತ್ತಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

10) a ನ 1/3 ರಷ್ಟು ಮತ್ತು m ನ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತದ ಎರಡು ಪಟ್ಟು.

11) y ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು x ಗೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ.

ಪರಿಹಾರ:

1)	$2(m+n)$	2)	$b-2a$
3)	x^2+y^2	4)	$7+pq$
5)	$\frac{2ab}{5}$	6)	$\frac{2}{3}y+x$
7)	$\frac{x}{2}-3$	8)	$(m+n)-mn$
9)	$(y+6)-4x$	10)	$2\left(\frac{1}{3}a+m\right)$
11)	$\frac{y}{5}+x$		

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಿಪಡಿಸಿ.

(i) b ನ a ರಷ್ಟು.

(ii) a ಮತ್ತು b ನ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ.

(iii) m ನ ಎರಡರಷ್ಟರಿಂದ n ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ

(iv) x ನ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟನ್ನು y ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ.

(v) p ನ 5 ರಷ್ಟನ್ನು q ನ 3 ರಷ್ಟರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) x ನ 5 ರಷ್ಟು, y ನ ಮೂರರಷ್ಟು ಮತ್ತು 7 ರ ಮೊತ್ತ

(A) $5(x+3y+7)$ (B) $5x+3y+7$

(C) $5x+3(y+7)$ (D) $5x+3(7y)$

(ii) a ಮತ್ತು b ಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು

(A) $\frac{1}{2}(a+b)$ (B) $\frac{1}{2}a+b$ (C) $\frac{1}{2}(a-b)$ (D) $\frac{1}{2}+a+b$

(iii) x ಮತ್ತು y ಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ 3 ರಷ್ಟು

(A) $3x-y$ (B) $3-x-y$ (C) $xy-3$ (D) $3(y-x)$

(iv) y ಮತ್ತು z ನ ಗುಣಲಬ್ಧದ 2 ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

(A) $2 - yz$ (B) $2 + yz$ (C) $yz - 2$ (D) $2y - z$

(v) p ನ ಅರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು 6 ಮತ್ತು q ನ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ

(A) $\frac{p}{2} + 6q$ (B) $p + \frac{6q}{2}$ (C) $\frac{1}{2}(p + 6q)$ (D) $\frac{1}{2}(6p + q)$

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಚರಾಂಶಗಳು,ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಅಂಕಗಣಿತ ಪಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

(i) x ಮತ್ತು y ನ ಎರಡರಷ್ಟರ ಮೊತ್ತ.

(ii) y ನಿಂದ z ನ್ನು ವ್ಯವಕಲಿಸಿದಾಗ.

(iii) x ಮತ್ತು y ನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 4 ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ

(iv) x ನ ಮೂರರಷ್ಟು ಮತ್ತು y ನ ರಷ್ಟರ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ.

(v) 10, x ಮತ್ತು y ಮೊತ್ತ.

(vi) p ಮತ್ತು q ನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 5 ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ.

(vii) m ಮತ್ತು n ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು 12 ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ.

(viii) a ಮತ್ತು b ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ ಕಳೆದಾಗ.

(ix) c ಮತ್ತು d ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ 3 ರಷ್ಟನ್ನು 6 ಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸಿರಿ

(x) x ಮತ್ತು y ನ ಗುಣಲಬ್ಧದ 4 ರಷ್ಟು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ.

1.2 ಸರಳ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು

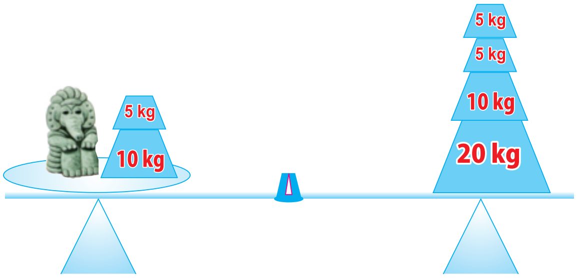
ವರ್ಷಿಣಿಯ ಚಿಕ್ಕಪ್ಪನು ಅವಳಿಗೆ ಒಂದು ವಿಗ್ರಹವನ್ನು ಕೊಡುಗೆಯಾಗಿ ನೀಡಿದನು. ಅವಳು ವಿಗ್ರಹದ ತೂಕವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಇಚ್ಛಿಸಿದಳು. ಅದರ ತೂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ತ್ರಾಸನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದಳು. ಅವಳ ತೂಕವು 40 ಕೆ.ಜಿ. ಎಂಬುದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಅವಳಿಗೆ ವಿಗ್ರಹ ಮತ್ತು ಆಲೂಗೆಡ್ಡೆಯ ತೂಕವು ಅವಳ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂಬುದು ಕಂಡುಬಂದಿತು.

ಅಂದರೆ

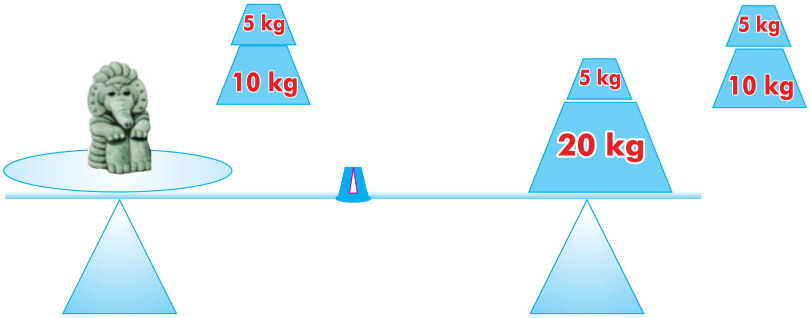
ವಿಗ್ರಹದ ತೂಕ	ಪ್ಲಸ್	ಆಲೂಗೆಡ್ಡೆ ತೂಕ	ಸಮ	ವರ್ಷಿಣಿಯ ತೂಕ
s	+	15	=	40

ಪಟ್ಟಿ 1.1

ಈಗ ನಾವು s ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಯೋಚಿಸೋಣ.



ಎರಡೂ ಕಡೆಯಿಂದ 15 ನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ.



ಈಗ ವಿಗ್ರಹದ ತೂಕವು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

$s + 15 = 40$ (ಪಟ್ಟಿ 1.1 ರಿಂದ)

$s + 15 - 15 = 40 - 15$ (15 ನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ತೆಗೆದಾಗ)

$s = 25$

ಆಗ ವಿಗ್ರಹದ ತೂಕವು 25 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.

$s + 15 = 40$ ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆಯು ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಗಣಿತೀಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅದನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಾಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತೂಕವನ್ನು ತೆಗೆದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆಯಿಂದಲು ಸಹ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತೂಕವನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು.

ತ್ರಾಸಿನಲ್ಲಿ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತೂಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತೂಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ, ಎರಡೂ ಕಡೆ ಸಮತೂಕವಿರುವ ತ್ರಾಸಿನಂತೆ ಸಮೀಕರಣವೂ ಆಗಿದೆ. ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಯಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಯು ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ (LHS) ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲರುವ (RHS) ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

★ $x + 7 = 15$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ.

ಇದರಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗ $x + 7$

ಬಲಭಾಗವು 15 ಆಗಿದೆ.

ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 7 ನ್ನು ಕಳೆಯೋಣ.

$x + 7 - 7 = 15 - 7$ (7 ನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ ಎರಡಭಾಗದಲ್ಲಿ x ಉಳಿಯುತ್ತದೆ)

$x = 8$ (x ನ ಚರಾಂಶದ ಬೆಲೆಯು ಸಿಗುತ್ತದೆ)

★ $n - 3 = 10$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$n - 3$ ಯು ಎಡಭಾಗ

10 ಎಂಬುದು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ

3 ನ್ನು ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿದರೆ

$n - 3 + 3 = 10 + 3$

$n = 13$ (n ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯ ಬಹುದು)

★ $4m = 28$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ,

ಎರಡೂ ಭಾಗವನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

$$\frac{4m}{4} = \frac{28}{4}$$

$$m = 7$$

★ $\frac{y}{2} = 6$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ.

ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ

$$\frac{y}{2} \times 2 = 6 \times 2$$

$$y = 12$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಮೀಕರಣದ ಸಮಾನತೆಗಾಗಿ ಒಂದು ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೂಡಿದರೆ (ಅಥವಾ ಕಳೆದರೆ) ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು (ಅಥವಾ ಕಳೆಯಬೇಕು). ಇದೇ ರೀತಿ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ (ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ) ಸಮೀಕರಣವು ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಚರಾಂಶದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 1.2

ಪರಿಹರಿಸಿ: $3p + 4 = 25$

ಪರಿಹಾರ: $3p + 4 - 4 = 25 - 4$ (ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆ 4 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ)

$$3p = 21$$

$\frac{3p}{3} = \frac{21}{3}$ (ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ)

$$p = 7$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.3

ಪರಿಹರಿಸಿ: $7m - 5 = 30$

ಪರಿಹಾರ: $7m - 5 + 5 = 30 + 5$ (5 ನ್ನು ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಿರಿ)

$$7m = 35$$

$$\frac{7m}{7} = \frac{35}{7} \quad \text{(ಎರಡೂ ಭಾಗವನ್ನು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ)}$$

$$m = 5$$

ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವಾಗ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸುವಾಗ ಕ್ರಿಯೆಯಂದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಕೂಡಿಸಬೇಕು ಅಥವಾ ಕಳೆಯಬೇಕು. ಇದರ ಬದಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವರ್ಗಾಯಿಸಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವುದು ಎಂಬುದು ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವಾಗ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 1.4

ಪರಿಹರಿಸಿ: $2a - 12 = 14$

ಪರಿಹಾರ:

ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಕೂಡಿಸುವಿಕೆ ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವಿಕೆ	ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವಿಕೆ
$2a - 12 = 14$ $2a - 12 + 12 = 14 + 12$ (12 ನ್ನು ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಕೂಡಿದಾಗ) $2a = 26$ $\frac{2a}{2} = \frac{26}{2}$ (ಎರಡೂ ಭಾಗದಲ್ಲೂ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ) $a = 13$	$2a - 12 = 14$ ($-$ 12) ನ್ನು ಎಡಭಾಗದಿಂದ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ವರ್ಗಾಯಿಸಿರಿ. $2a = 14 + 12$ (ವರ್ಗಾವಣೆಯಲ್ಲಿ -12 ಎಂಬುದು $+12$ ಆಗುತ್ತದೆ) $2a = 26$ $\frac{2a}{2} = \frac{26}{2}$ (ಎರಡೂ ಭಾಗವನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ) $a = 13$

ಉದಾಹರಣೆ 1.5

ಪರಿಹರಿಸಿ: $5x + 3 = 18$

ಪರಿಹಾರ: ಎಡ ಭಾಗದ $+3$ ನ್ನು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿರಿ.

$5x = 18 - 3$ (ಸ್ಥಳಾಂತರದಲ್ಲಿ $+3$ ಎಂಬುದು -3 ಆಗುತ್ತದೆ)

$$5x = 15$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5} \quad \text{(ಎರಡೂ ಕಡೆ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ)}$$

$$x = 3$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.6

ಪರಿಹರಿಸಿ: $2(x+4) = 12$

ಪರಿಹಾರ: ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು LHS ನಲ್ಲಿರುವ ಆವರಣವನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ,

$$\frac{2(x+4)}{2} = \frac{12}{2}$$

$$x + 4 = 6$$

$$x = 6 - 4 \quad \text{(+4 ನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ)}$$

$$x = 2$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.7

ಪರಿಹರಿಸಿ: $-3(m-2) = 18$

ಪರಿಹಾರ: ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆ (-3) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು LHS ನಲ್ಲಿರುವ ಆವರಣವನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ,

$$\frac{-3(m-2)}{-3} = \frac{18}{-3}$$

$$m - 2 = -6$$

$$m = -6 + 2 \quad \text{(−2 ನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ)}$$

$$m = -4$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.8

ಪರಿಹರಿಸಿ: $(3x + 1) - 7 = 12$

ಪರಿಹಾರ:

$$(3x+1) - 7 = 12$$

$$3x + 1 - 7 = 12$$

$$3x - 6 = 12$$

$$3x = 12 + 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.9

ಪರಿಹರಿಸಿ: $5x + 3 = 17 - 2x$

ಪರಿಹಾರ:

$$5x + 3 = 17 - 2x$$

$5x + 2x = 17 - 3$ (+ 3 ನ್ನು RHS ಮತ್ತು – 2x ನ್ನು LHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

$7x = 14$

$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$

$x = 2$

ಉದಾಹರಣೆ 1.9

ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 45 ಆದರೆ, ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: x ಎಂಬುದು ಮೊದಲ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರಲಿ.

⇒ ಎರಡನೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ $= x + 1$

ಮೂರನೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ $= x + 1 + 1 = x + 2$

ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ $= x + (x + 1) + (x + 2) = 45$

$3x + 3 = 45$

$3x = 42$

$x = 14$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು $x = 14$

$x + 1 = 15$

$x + 2 = 16$

ಉದಾಹರಣೆ 1.10

60 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 75 ಬರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಪರಿಹಾರ: ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಸಮೀರಕಣವು $60 + x = 75$

$x = 75 - 60$

$x = 15$

ಉದಾಹರಣೆ 1.11

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 20 ನ್ನು ಕಳೆದರೆ 80 ಬರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಪರಿಹಾರ: ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಸಮೀಕರಣವು $x - 20 = 80$

$x = 80 + 20$

$x = 100$

ಉದಾಹರಣೆ 1.12

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{10}$ ರಷ್ಟು 63 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಪರಿಹಾರ: ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಸಮೀಕರಣವು $\frac{1}{10}(x) = 63$

$$\frac{1}{10}(x) \times 10 = 63 \times 10$$

$$x = 630$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.13

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ 6 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಮೊತ್ತ 10 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಪರಿಹಾರ: ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಸಮೀಕರಣವು $\frac{x}{4} + 6 = 10$

$$\frac{x}{4} = 10 - 6$$

$$\frac{x}{4} = 4$$

$$\frac{x}{4} \times 4 = 4 \times 4$$

$\therefore$ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 16 ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1.14

ಧವನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು ಸೋನಾಳ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 3 ವರ್ಷ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ. ಧವನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು 18 ಆದರೆ, ಸೋನಾಳ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: ಸೋನಾಳ ವಯಸ್ಸು x ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow$ ಧವನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು $= x - 3$

ಧವನ್ ವಯಸ್ಸು 18 ವರ್ಷವಾದರೆ

$$\Rightarrow \quad x - 3 = 18$$

$$x = 18 + 3$$

$$x = 21$$

ಸೋನಾಳ ವಯಸ್ಸು 21 ವರ್ಷವಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2

1. ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $p + 3 = 9$ ಆದರೆ, p ನ ಬೆಲೆಯು

(A) 12 (B) 6 (C) 3 (D) 27

(ii) $12 - x = 8$ ಆದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯು

(A) 4 (B) 20 (C) -4 (D) -20

(iii) $\frac{q}{6} = 7$ ಆದರೆ, q ನ ಬೆಲೆಯು

(A) 13 (B) $\frac{1}{42}$ (C) 42 (D) $\frac{7}{6}$

(iv) $7(x - 9) = 35$ ಆದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯು

(A) 5 (B) -4 (C) 14 (D) 37

(v) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರರಷ್ಟು 60 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು

(A) 63 (B) 57 (C) 180 (D) 20

2. ಪರಿಹರಿಸಿ :

(i) $x - 5 = 7$ (ii) $a + 3 = 10$ (iii) $4 + y = -2$

(iv) $b - 3 = -5$ (v) $-x = 5$ (vi) $-x = -7$

(vii) $3 - x = 8$ (viii) $14 - n = 10$ (ix) $7 - m = -4$

(x) $20 - y = -7$

3. ಪರಿಹರಿಸಿ :

(i) $2x = 100$ (ii) $3l = 42$ (iii) $36 = 9x$

(iv) $51 = 17a$ (v) $5x = -45$ (vi) $5t = -20$

(vii) $-7x = 42$ (viii) $-10m = -30$ (ix) $-2x = 1$

(x) $-3x = -18$

4. ಪರಿಹರಿಸಿ :

(i) $\frac{1}{2}x = 7$ (ii) $\frac{a}{6} = 5$ (iii) $\frac{n}{3} = -8$

(iv) $\frac{p}{-7} = 8$ (v) $\frac{-x}{5} = 2$ (vi) $\frac{-m}{3} = -4$

5. ಪರಿಹರಿಸಿ :

(i) $3x + 1 = 10$ (ii) $11 + 2x = -19$ (iii) $4z - 3 = 17$

(iv) $4a - 5 = -41$ (v) $3(x + 2) = 15$ (vi) $-4(2 - x) = 12$

(vii) $\frac{y + 3}{5} = 14$ (viii) $\frac{x}{3} + 5 = 7$ (ix) $6y = 21 - y$

(x) $11m = 42 + 4m$ (xi) $-3x = -5x + 22$ (xii) $6m - 1 = 2m + 1$

(xiii) $3x - 14 = x - 8$ (xiv) $5x - 2x + 7 = x + 1$ (xv) $5t - 3 = 3t - 5$

6. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 33. ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 18 ಆದರೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 12ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ 25 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 60 ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಫಲಿತಾಂಶವು 48 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 5 ರಷ್ಟು 60 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
10. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 3 ರಷ್ಟನ್ನು 6 ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ 18 ಸಿಗುತ್ತದೆ ಎಂದಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
11. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 75 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
12. ರಾಮನಿಗೆ ಅವನ ತಂದೆಯು ₹ 70 ನ್ನು ನೀಡಿದನು. ಈಗ ಅವನಲ್ಲಿ ₹ 130 ಇದೆ. ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ರಾಮನಲ್ಲಿದ್ದ ಹಣವೆಷ್ಟು?
13. 8 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನನಗೆ 27 ವರ್ಷವಾಗಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ ಈಗ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಪರಿಹರಿಸಿ:

(i) $y + 18 = -70$ (ii) $-300 + x = 100$

(iii) $\frac{t}{3} - 5 = -6$ (iv) $2x + 9 = 19$

(v) $3x + 4 = 2x + 11$

ವಿನೋದ ಆಟ

ಆರ್ಯನು ತನ್ನ ಗೆಳೆಯರಾದ ಅರುಣ್, ನಿತಿನ್ ಮತ್ತು ಧವನ್‌ರನ್ನು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡು ಅದಕ್ಕೆ 50 ನ್ನು ಕೂಡಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಲು ಹೇಳಿದನು. ನಂತರ ಅದಕ್ಕೆ 48 ನ್ನು ಕೂಡಲು ತಿಳಿಸಿದನು. ಆಮೇಲೆ ಅದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ನಂತರ ಅದನ್ನು ನೀವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆಯಲು ಹೇಳಿದನು. ಆರ್ಯನು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯು 74 ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದನು. ಅರಣ್ ಕಲ್ಪಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ 16, ನಿತಿನ್ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆ 20 ಮತ್ತು ಧವನ್ ಕಲ್ಪಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

		ಅರುಣ್	ನಿತಿನ್	ಧವನ್
ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆ	x	16	20	7
50 ನ್ನು ಕೂಡಿರಿ	$x+50$			
ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ	$2x + 100$			
48 ನ್ನು ಕೂಡಿರಿ	$2x + 148$			
2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ	$x + 74$			
ನೀವು ಕಲ್ಪಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಿ	74			

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. ಬೀಜಗಣಿತವು ಗಣಿತದ ಒಂದು ವಿಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಇದು ವರ್ಣಮಾಲೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.
2. ಒಂದು ಚರಾಂಶ ಅಥವಾ ಒಂದು ಶಬ್ದಾರ್ಥವು ಒಂದು ಪರಿಮಾಣವಾಗಿದ್ದು ಇದು ವಿವಿಧ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
3. ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
4. ಅಂಕಗಣಿತ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಯಿಂದಾದ ಚರಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಶಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಯನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
5. ಬೀಜ ಪದಗಳಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.
6. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಚರಾಂಶ ಅಥವಾ ಚರಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಸಜಾತೀಯ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನೇತ್ತೇವೆ. ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಚರಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ವಿಜಾತೀಯ ಬೀಜಪದಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
7. ಏಕ ಚರಾಂಶದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಘಾತವು ಚರಾಂಶದ ಘಾತಾಂಕದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯಾಗಿದೆ. ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚರಾಂಶಗಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಘಾತವು ವಿಭಿನ್ನ ಪದಗಳಲ್ಲಿರುವ ಚರಾಂಶಗಳ ಘಾತಂಕಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯಾಗಿದೆ.
8. ಎರಡು ಗಣಿತೀಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅದನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ
9. ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗ (LHS) ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗ (RHS) ಗಳು ಅದಲು ಬದಲಾದರೂ ಸಮೀಕರಣವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
10. ಯಾವ ಚರಾಂಶದ ಬೆಲೆಯು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಮನಾಗೊಳಿಸುತ್ತದೆಯೋ ಆ ಚರಾಂಶದ ಬೆಲೆಯು ಸಮೀಕರಣದ ಫಲಿತಾಂಶವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

2 ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ

2.1 ಶೇಕಡಾ (Percent)

ಅಂಗಡಿಗಳಲ್ಲಿ ನೇತುಹಾಕಿರುವ ಫಲಕಗಳಲ್ಲಿರುವ 25%, 20% ಗಳಿಂದ ನೀನು ಏನನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೀಯೆ?

ರಾಮುವಿನ ತಾಯಿಯು VI ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅವನ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ಅಂಕಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರು. ಅವನ ಅಂಕಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಗಳು

17 / 25 , 36 / 50 , 75 / 100 , 80 / 100 , 22 / 25, 45 / 50

Name: Ramu K. Class & Sec.: VI 'A'

SUBJECTS	Unit Test-I	Mid Term I	Quarterly Exam.	Half Yearly Exam.	Unit Test-II	Mid Term II
Max. Marks.	25	50	100	100	25	50
ENGLISH	23	41	75	80	22	40
II LANGUAGE	20	35	85	80	21	41
MATHEMATICS	17	36	75	80	22	45
SCIENCE	23	39	92	90	21	42
SOCIAL SCIENCE	18	42	86	92	24	42
Sign. of the Teacher						
Sign. of the H.M.						
Sign. of the Parent						

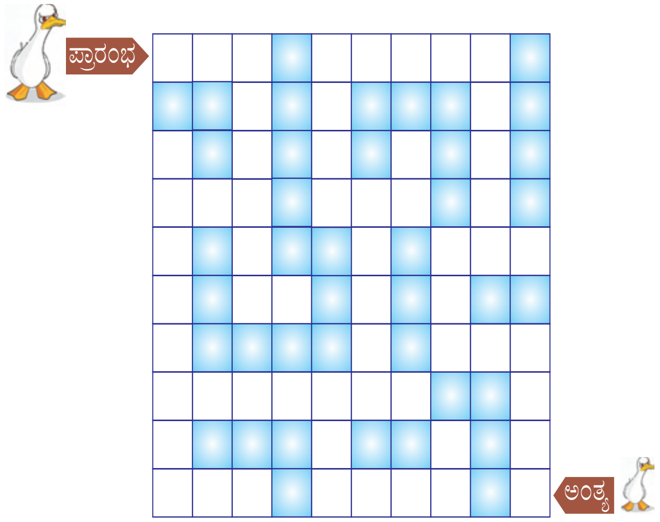
ಅವಳಿಗೆ ಕೇವಲ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿ ಅವನ ಕನಿಷ್ಠ ಅಂಕ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಅವಳು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳನ್ನು 100ರ ಗರಿಷ್ಠಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಳು. (100ನ್ನು ಛೇದವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ)

ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆ 1	ಮಾಸಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆ 1	ಕಾಲು – ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆ	ಅರ್ಧ– ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆ	ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆ 2	ಮಾಸಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆ 2
$\frac{68}{100}$	$\frac{72}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{80}{100}$	$\frac{88}{100}$	$\frac{90}{100}$

ಈಗ ಅವನ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳು 100ಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತನೆಯಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೋಲಿಸಲು ಅವನಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ರಾಮುವು 6 ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದುತ್ತಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ಸಂತೋಷ ಪಡುತ್ತಾಳೆ.

ಈಗ ನಾವು ಇಂತಹ ವಿಶೇಷ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಕಲಿಯೋಣ.

ವ್ಯೂಹದಲ್ಲಿನ 'ಆರಂಭ'ದಿಂದ 'ಅಂತ್ಯ'ದವೆಗಿನ ಪಥಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಬಾತುಕೋಳಿಗೆ ಸಹಾಯಮಾಡಿ. ಅಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪಥಗಳಿವೆಯೇ?



ಇಲ್ಲ, ಅಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಒಂದು ಪಥ ಮಾತ್ರ ಇದ್ದು ಅದನ್ನು 'ಆರಂಭ'ದಿಂದ 'ಅಂತ್ಯ'ದವರೆಗೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

ಒಟ್ಟು ಚಿಕ್ಕ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 100

ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 41

ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚದ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 59

ಪಥವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರುವ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = ____

ಈಗ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಸೂಕ್ತಪದಗಳಿಂದ ಭರ್ತಿಮಾಡಿ:

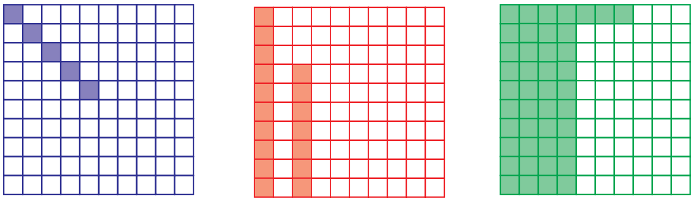
		ಅನುಪಾತ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಶೇಕಡಾ
ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗ	41 ಕ್ಕೆ 100	41 : 100	$\frac{41}{100}$	41%
ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚದ ಭಾಗ	59 ಕ್ಕೆ 100	59 : 100	$\frac{59}{100}$	59%
ಪಥವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಭಾಗ	100 ಕ್ಕೆ____	____ : 100	$\frac{\quad}{100}$	____ %

100ನ್ನು ಛೇದವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

- ಶೇಕಡಾ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಪದದ "ಪರ್ ಸಂಟಮ್" ನಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ನೂರಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ನೂರನೇ ಎಂದಾಗಿದೆ.
- ಶೇಕಡಾವಾರು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು ಸಹ ಶೇಕಡ.
- ಶೇಕಡಕ್ಕೆ ಬಳಸುವ ಚಿನ್ಹೆಯು % ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಯಾವುದೇ ಅನುಪಾತ $x : y$, ಇಲ್ಲಿ $y = 100$ ಎಂಬುದನ್ನು ಶೇಕಡ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ವಿವಿಧ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು (To Express Percent in Different Forms)

ಚಿತ್ರದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ



ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಅನುಪಾತ	5 : 100	17 : 100	43 : 100
ಭಿನ್ನರಾಶಿ	$\frac{5}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{43}{100}$
ಶೇಕಡಾ	5%	17%	43%

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1) ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) 20:100 (ii) $\frac{93}{100}$ (iii) 11ನ್ನು 100ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ (iv) $\frac{1}{100}$ (v) $\frac{100}{100}$

2) ಕೆಳಗಿನ ಶೇಕಡಾವನ್ನು ಅನುಪಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) 43% (ii) 75% (iii) 5% (iv) $17\frac{1}{2}$% (v) $33\frac{1}{3}$%

3) ಕೆಳಗಿನ ಶೇಕಡಾವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) 25% (ii) $12\frac{1}{2}$% (iii) 33% (iv) 70% (v) 82%

ಯೋಚಿಸಿ!

ಮಳಿಗೆ–I

ಮಳಿಗೆ–II

ಮೊದಲನೆ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ 25% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಎರಡನೇ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶೇಕಡಾ ರಿಯಾಯಿತಿ ಏನು?

ಯಾವ ಅಂಗಡಿ ಉತ್ತಮ ಬೆಲೆ ನೀಡುತ್ತದೆ?

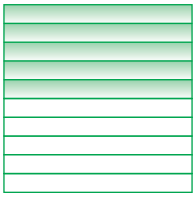
2.2 ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು

$\frac{5}{100} = 5\%$, $\frac{1.2}{100} = 1.2\%$, $\frac{175}{100} = 175\%$ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

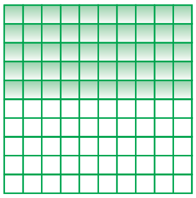
$\frac{5}{10}$ ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಚಿತ್ರೀಯವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸಿದಾಗ

$\frac{5}{10}$ ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.

$\frac{5}{10}$



$\frac{50}{100}$



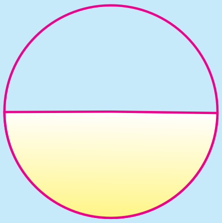
ಛೇದವನ್ನು 100 ಆಗಿಸಲು ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳಿಗೆ 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

$$\frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

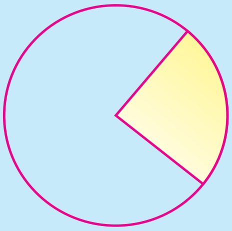
$\frac{5}{10}$ ಕ್ಕೆ 100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದಲೂ ಸಹ ಇದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

$$\left(\frac{5}{10} \times 100\right)\% = 50\%$$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



ವೃತ್ತದ 50% ರಷ್ಟು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದೆ.



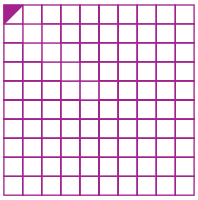
ವೃತ್ತದ 25% ರಷ್ಟು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದೆ.

(i) 50% (ii) 25% ಭಾಗ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿರುವಂತೆ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

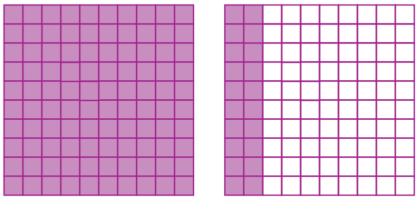
ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುವ ಮತ್ತು 100 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಹ ಶೇಕಡಾವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು.

$\frac{1}{2}\%$



120%



(i) ಛೇದವನ್ನು 100ಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 2.1

$\frac{3}{5}$ ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

5 ನ್ನು 20 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 100 ಸಿಗುತ್ತದೆ

$$\frac{3\times 20}{5\times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{3}{5} = 60\%$$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1) 2 × ____ = 100

2) 5 × 20 = _____

3) 4 × 25 = _____

4) 10 × _____ = 100

5) 1 × _____ = 100

ಉದಾಹರಣೆ 2.2

$6\frac{1}{4}$ ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

4 ನ್ನು 25 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 100 ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$$\frac{25\times 25}{4\times 25} = \frac{625}{100} = 625\%$$

(ii) ಛೇದವನ್ನು 100ಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 2.3

$\frac{4}{7}$ ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: 100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

$$\left(\frac{4}{7}\times 100\right)\% = \frac{400}{7}\%$$

$$= 57\frac{1}{7}\% = 57.14\%$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.4

$\frac{1}{3}$ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: 100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

$$\left(\frac{1}{3}\times 100\right)\% = \left(\frac{100}{3}\right)\%$$

$= 33\frac{1}{3}\%$ (ಅಥವಾ) 33.33%

ಉದಾಹರಣೆ 2.5

ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 250 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದ್ದಾರೆ. 55 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಾಸ್ಕೆಟ್ ಬಾಲ್ ಆಟವನ್ನು ಇಷ್ಟ ಪಡುತ್ತಾರೆ.75 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಾಲ್ಚೆಂಡು ಆಟವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ. 65 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಥ್ರೋಬಾಲ್ ಆಟವನ್ನು ಇಷ್ಟ ಪಡುತ್ತಾರೆ. ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು (a) ಬಾಸ್ಕೆಟ್ ಬಾಲ್ (b) ಥ್ರೋಬಾಲ್ ಇಷ್ಟ ಪಡುತ್ತಾರೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 250

(a) ಬಾಸ್ಕೆಟ್ ಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 55

250ಕ್ಕೆ 55 ಜನರು ಬಾಸ್ಕೆಟ್ ಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವುದನ್ನು $\frac{55}{250}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

ಬಾಸ್ಕೆಟ್ ಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಶೇಕಡಾ $= \left(\frac{55}{250} \times 100\right)\%$

$= 22\%$

(b) ಥ್ರೋಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 63

250ಕ್ಕೆ 63 ಜನರು ಬಾಸ್ಕೆಟ್ ಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವುದನ್ನು $\frac{63}{250}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

ಥ್ರೋಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಶೇಕಡಾ $= \left(\frac{63}{250} \times 100\right)\%$

$= \frac{126}{5}\% = 25.2\%$

22% ಬಾಸ್ಕೆಟ್‌ಬಾಲನ್ನು, 25.2% ಥ್ರೋಬಾಲನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ.

(iii) ದಶಮಾಂಶದಿಂದ ಶೇಕಡಾಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು

ಉದಾಹರಣೆ 2.6

0.07 ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

$(0.07 \times 100)\% = 7\%$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

$$0.07 = \frac{7}{100} = 7\%$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.7

0.567 ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

$(0.567 \times 100)\% = 56.7\%$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ: $0.567 = \frac{567}{1000} = \frac{567}{10 \times 100}$

$= \frac{56.7}{100} = 56.7\%$

ಸೂಚನೆ: ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಶೇಕಡಾವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು, 100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

ಯೋಚಿಸಿ!

1. ನಿಮ್ಮ ರಕ್ತದಲ್ಲಿ $\frac{9}{10}$ ರಷ್ಟು ನೀರಿದೆ. ನೀರಿಲ್ಲದ ಶೇಕಡಾಂಶ ಎಷ್ಟು?

2. ನಿಮ್ಮ ದೇಹದ ತೂಕದಲ್ಲಿ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ಮಾಂಸ ಖಂಡವಿದೆ. ಮಾಂಸಖಂಡದ ಶೇಕಡಾಂಶ ಎಷ್ಟು? ನಿಮ್ಮ ದೇಹದ ತೂಕದಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ನೀರಿದೆ. ಮಾಂಸಖಂಡದ ತೂಕ ಮತ್ತು ನೀರಿನ ತೂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 100% ಗಿಂತ ಅಧಿಕವೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯೇ? ಅದು ನಿಮ್ಮ ಮಾಂಸಖಂಡಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ?

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 6.25 =

(A) 62.5% (B) 6250% (C) 625% (D) 6.25%

(ii) 0.0003 =

(A) 3% (B) 0.3% (C) 0.03% (D) 0.0003%

(iii) $\frac{5}{20}$ =

(A) 25% (B) $\frac{1}{4}$% (C) 0.25% (D) 5%

(iv) 1 ಗಂಟೆಗೆ 20 ನಿಮಿಷದ ಶೇಕಡಾಂಶ

(A) $33\frac{1}{3}$ (B) 33 (C) $33\frac{2}{3}$ (D) ಯಾವುದೂ ಇಲ್ಲ

(v) 1 ರೂಗೆ 50 ಪೈಸೆಯ ಶೇಕಡಾಂಶ

(A) 500 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 50 (D) 20

2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

i) $\frac{20}{20}$ ii) $\frac{9}{50}$ iii) $5\frac{1}{4}$ iv) $\frac{2}{3}$ v) $\frac{5}{11}$

3. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

i) 0.36 ii) 0.03 iii) 0.071 iv) 3.05 v) 0.75

4. 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವ ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 7 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ನಿಗದಿತ ದಿನದಂದು ಗೈರುಹಾಜರಾಗುತ್ತಾರೆ. ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗೈರುಹಾಜರಾಗಿದ್ದಾರೆ?

5. ರಾಮನು 36 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು.ಅದರಲ್ಲಿ 5 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಕೊಳೆತು ಹೋಗಿವೆ. ಶೇಕಡ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು ಕೊಳೆತು ಹೋಗಿವೆ?

6. 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವ ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 23 ಹುಡುಗಿಯರು ಮತ್ತು ಉಳಿದವರು ಹುಡುಗರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಹುಡುಗಿಯರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗರ ಶೇಕಡಗಳು ಎಷ್ಟು?

7. ರವಿಯು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ 75ಕ್ಕೆ 66 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ 80ಕ್ಕೆ 72 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಯಾವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ?

8. ಶ್ಯಾಮನ ಮಾಸಿಕ ಆದಾಯವು ₹12,000 ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅವನು ₹1,200 ನ್ನು ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಅವನ ಉಳಿತಾಯದ ಮತ್ತು ಖರ್ಚಿನ ಶೇಕಡವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2.3 ಶೇಕಡಾವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು

i) ಶೇಕಡಾ ಎಂಬುದು 100 ನ್ನು ಛೇದವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವಾಗ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅದರ ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.8

12% ನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$12\% = \frac{12}{100} \text{ (ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅದರ ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ)}$$
$$= \frac{3}{25}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.9

$233\frac{1}{3}\%$ನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$233\tfrac{1}{3}\% = \frac{700}{3}\%$$
$$= \frac{700}{3 \times 100} = \frac{7}{3}$$
$$= 2\tfrac{1}{3}$$

> ಸುಲಭ ಅನುಪಪಾತಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶೇಕಡಗಳು
>
> $50\% = \frac{1}{2}$
>
> $25\% = \frac{1}{4}$
>
> $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$
>
> ಈ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.10

$\frac{1}{4}\%$ ನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\frac{1}{4}\% = \frac{1}{4 \times 100} = \frac{1}{400}$$

(ii) ಶೇಕಡಾ ಎಂಬುದು 100ನ್ನು ಛೇದವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿದೆ.ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಅಂಶವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅಲ್ಲಿ ಇರುವ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳಷ್ಟು ಎಡಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.11

15% ನ್ನು ದಶಮಾಂಶದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0.15$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.12

25.7% ನ್ನು ದಶಮಾಂಶದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$25.7\% = \frac{25.7}{100}$$
$$= 0.257$$

ಗಣಿತ ಕ್ರೀಡೆ – ತ್ರಿವಳಿಯನ್ನು ರಚಿಸಲು (ಮೂರು ಹೋಲುವ ಕಾರ್ಡುಗಳು)

ಈ ಆಟವನ್ನು 2 ಅಥವಾ 3 ಜನರು ಆಡಬಹುದು.

ವಿವಿಧ ಕಾರ್ಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿ ಶೇಕಡಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸುವಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

5%	1 : 20	0.05
$33\frac{1}{3}\%$	1 : 3	0.33

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಶೇಕಡ ರೂಪದಲ್ಲಿ, ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಲು 3 ಕಾರ್ಡುಗಳಂತೆ (ಈ ರೀತಿಯ 16 ಕಾರ್ಡುಗಳ ಗುಂಪು) 48 ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿ ಎಲ್ಲಾ ಆಟಗಾರರಿಗೆ ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಹಂಚಿರಿ.

ಆಟಗಾರರು ಮೂರು ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಶೇಕಡಾ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುವಂತೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಮೇಲ್ಮುಖವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಮೇಜಿನ ಮೇಲಿಡಬೇಕು.

ಉಳಿದ ಕಾರ್ಡುಗಳು ಆಟಗಾರರ ಬಳಿ ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಆಟವು ಆರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ.

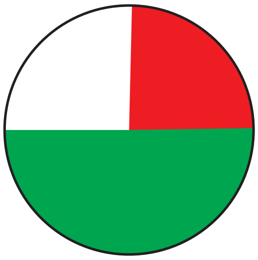
ಒಬ್ಬ ಆಟಗಾರನು ಅದನ್ನು ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಆಟಗಾರರಿಂದ ಒಂದು ಅವ್ಯಕ್ತವಾದ ಕಾರ್ಡನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಈ ಕಾರ್ಡು ತ್ರಿವಳಿಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿದರೆ (3 ಸರಿ ಹೊಂದುವ ಕಾರ್ಡುಗಳು) 3 ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಇಡಬೇಕು. ತ್ರಿವಳಿ ಉಂಟಾಗದಿದ್ದರೆ, ಕಾರ್ಡನ್ನು ಆಟಗಾರನ ಕೈಗೆ ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಆಟವು ಎಡಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ.

ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವವರಿಗೆ ಆಟಗಾರರು ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ಅಂಶವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ.

ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಟಗಾರನು ವಿಜೇತನಾಗಿರುತ್ತಾನೆ.

ಶೇಕಡದ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

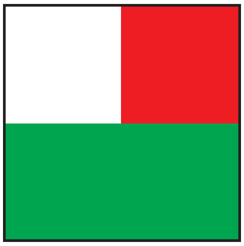
ಒಂದು ವೃತ್ತದ 50% ಭಾಗವನ್ನು ಹಸಿರಿನಿಂದಲೂ ಮತ್ತು 25% ಭಾಗ ಕೆಂಪಿನಿಂದಲೂ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹಚ್ಚಿರಿ.



$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ ರಷ್ಟು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಭಾಗವನ್ನು ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಹಚ್ಚಿರಿ.

ಅದೇ ರೀತಿ, $25\% = \frac{25}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

ವೃತ್ತದ $\frac{1}{4}$ರಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಹಚ್ಚಬೇಕು.



ಈಗ , ಒಂದು ವರ್ಗದ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವನ್ನು ಹಸಿರಿನಿಂದಲೂ ಮತ್ತು $\frac{1}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು ಕೆಂಪಿನಿಂದಲೂ ಹಚ್ಚಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗಗಳು ಸಮವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಿಮಗನಿಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಇಲ್ಲ, ವೃತ್ತದ 50% ಭಾಗವು ವರ್ಗದ 50% ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಅದೇ ರೀತಿ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ ಇರುವ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 25% ವೃತ್ತದ ಭಾಗವು ವರ್ಗದ 25% ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ, ₹100 ರ 50% ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ₹10 ರ 50% ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

₹100 ರ 50% ಬೆಲೆ ಏನು?

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{1}{2}$ of 100 $= \frac{1}{2} \times 100 = 50$

₹100 ರ 50% = ₹50

₹10 ರ 50% ಬೆಲೆ ಏನು?

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ of 10 $= \frac{1}{2} \times 10 = 5$

₹10 ರ 50% = ₹5

ಉದಾಹರಣೆ 2.13

1000 ಕಿಲೋ ಗ್ರಾಂ ನ 20% ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1000 ದ 20% = 1000 ದ $\frac{20}{100}$

$= \frac{20}{100} \times 1000$

20% of 1000 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ = 200 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.14

200 ರ $\frac{1}{2}\%$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

= 200 ರ $\frac{\frac{1}{2}}{100}$

$= \frac{1}{2 \times 100} \times 200$

$\frac{1}{200} \times 200 = 1$

200 ರ $\frac{1}{2}\%$ =1

ಉದಾಹರಣೆ 2.15

40 ಕಿಲೋ ಗ್ರಾಂ ನ 0.75% ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

0.75% $= \frac{0.75}{100}$

40 ರ 0.75% $= \frac{0.75}{100} \times 40$

$= \frac{3}{10} = 0.3$

40 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂನ 0.75% = 0.3 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.16

70 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವ ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 60% ಹುಡುಗರಿದ್ದಾರೆ. ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 70

ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ = 70 ರ 60%

$= \frac{60}{100} \times 70$

= 42

ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ = 42

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ = ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ

= 70 – 42

= 28

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ = 28

ಉದಾಹರಣೆ 2.17

2010 ರಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಗರದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 1,50,000 ಇತ್ತು. ಅದು ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 10% ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, 2011 ರಲ್ಲಿ ಇರುವ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

2010 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ = 1,50,000

ಜನಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಾದ ಹೆಚ್ಚಳ $= \frac{10}{100} \times 1,50,000$

= 15,000

2011 ರಲ್ಲಿರುವ ಜನಸಂಖ್ಯೆ = 150000 + 15000

= 1,65,000

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 30 % ನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{3}{100}$ (D) $\frac{3}{10}$

(ii) $\frac{1}{2}$%ನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{200}$ (C) $\frac{200}{100}$ (D) 100

(iii) 25% ಗೆ ಸಮನಾದ ದಶಮಾಂಶವು

(A) 0.25 (B) 25 (C) 0.0025 (D) 2.5

(iv) ₹300 ರ 10% ಬೆಲೆಯು

(A) ₹10 (B) ₹20 (C) ₹30 (D) ₹300

(v) ₹150 ರ 5% ಬೆಲೆಯು

(A) ₹7 (B) ₹7.50 (C) ₹5 (D) ₹100

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ:

i) 9% ii) 75% iii) $\frac{1}{4}$% iv) 2.5% v) $66\frac{2}{3}$%

3. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ:

i) 7% ii) 64% iii) 375% iv) 0.03% v) 0.5%

4. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

i) 24ರ 75% ii) ₹72 ರ $33\frac{1}{3}$% iii) 80 ಮೀಟರ್‌ನ 45% m

iv) 150 ರ 72% v) 50 ಕಿ.ಗ್ರಾಂನ 7.5%

5. ರಾಮನು ಅವನ ಆದಾಯದಲ್ಲಿ 25% ನ್ನು ಬಾಡಿಗೆಗೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಅವನ ಆದಾಯವು ₹25,000 ಆದರೆ ಬಾಡಿಗೆಗೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡುವ ಹಣವೆಷ್ಟು?

6. ಒಂದು ತಂಡವು ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ 25 ಪಂದ್ಯಗಳನ್ನು ಆಡಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 36% ನ್ನು ಗೆದ್ದಿತು. ಆ ತಂಡವು ಗೆದ್ದ ಪಂದ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 32,000 ಆಗಿದೆ. ಅವರಲ್ಲಿ 40% ಗಂಡಸರಾಗಿದ್ದು, 25% ಹೆಂಗಸರಾಗಿದ್ದು ಉಳಿದವರು ಮಕ್ಕಳಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಗಂಡಸರು ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಒಂದು ಹಳೆಯ ಕಾರಿನ ಬೆಲೆಯು ₹45,000 ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಬೆಲೆಯು 15% ನಷ್ಟು ಇಳಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಹೊಸ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಒಂದು ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿನ ಅಕ್ಷರಸ್ಥರ ಪ್ರಮಾಣವು 47% ಆಗಿದೆ. ಅಲ್ಲಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 7,500 ಆದರೆ ಅನಕ್ಷರಸ್ಥರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಯೋಚಿಸಿ!

1) ಇದು ನಿಜವೇ?

25 ರ 20% ಮತ್ತು 20 ರ 25% ಸಮವೇ?

2) ಒಂದು ಉಪಹಾರ ಮಂದಿರದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಒಟ್ಟು ಬಿಲ್ಲಿನ ತೆರಿಗೆಯು 1.5% ಆಗಿದೆ.

a) ತೆರಿಗೆಯ % ನ್ನು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

b) 6 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಒಂದು ಕುಟುಂಬವು ಬಿಲ್ಲನ್ನು ₹ 750 ಪಾವತಿಸಿದೆ. ಅವರ ಬಿಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಆದ ತೆರಿಗೆ ಎಷ್ಟು?

c) ಉಪಹಾರ ಮಂದಿರದಲ್ಲಿ ಅವರು ನೀಡಿದ ಒಟ್ಟು ಹಣವೆಷ್ಟು?

2.4 ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟ

ರಾಮ್ ಮತ್ತು ಕಂಪೆನಿಯು 2008 ರಲ್ಲಿ ₹1,50,000 ಲಾಭವನ್ನುಂಟುಮಾಡಿತು.

ರಾಮ್ ಮತ್ತು ಕಂಪೆನಿಯು 2009 ರಲ್ಲಿ ₹25,000 ಲಾಭವನ್ನುಂಟುಮಾಡಿತು.

ರಾಮ್ ಕಂಪೆನಿಗೆ ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಲಾಭವನ್ನು ಮತ್ತು ನಂತರದ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ನಷ್ಟವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಚರ್ಮದ ಚೀಲ - ಉತ್ಪಾದನೆಯ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿಲಾಗಿದೆ:

ಕಾರ್ಖಾನೆ

ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರ

ಚಿಲ್ಲರೆ ವ್ಯಾಪಾರ

ಚೀಲಗಳು ಎಲ್ಲಿ ತಯಾರಾಗುತ್ತವೆ?

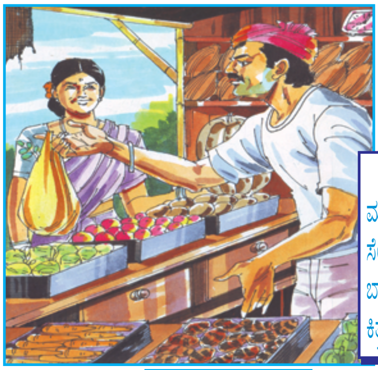
ತಯಾರಕರು ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾರೆಯೇ?

ಉತ್ಪನ್ನಗಳು ಕೊನೆಗೆ ಯಾರನ್ನು ಸೇರುತ್ತದೆ?

ದರ ಪಟ್ಟಿ

ಮಾವು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹10
ಸೇಬು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹6
ಬಾಳೆಹಣ್ಣು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹3
ಕಿತ್ತಳೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹5

ಸಗಟು ಮಾರುಕಟ್ಟೆ



ದರ ಪಟ್ಟಿ

ಮಾವು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹15
ಸೇಬು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹8
ಬಾಳೆಹಣ್ಣು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹2
ಕಿತ್ತಳೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ	₹5

ಹಣ್ಣಿನ ಅಂಗಡಿ

ಹಣ್ಣಿನ ಅಂಗಡಿಯ ಯಜಮಾನ ರಾಜನೂ ಸಗಟು ವ್ಯಾಪಾರ ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿ ಅವನ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು.

ಒಂದು ನಿಗದಿತ ದಿನದಂದು ಅವನು ಸೇಬುಗಳು, ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಮತ್ತು ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದನು.

ಪ್ರತಿ ಹಣ್ಣು ಪ್ರತಿ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದರಂತೆ ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬೆಲೆಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವಂತೆ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ರಾಜನು ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ (Cost Price = C.P.) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಅವನು ತನ್ನ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ವಿತರಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ (Selling Price = S.P.) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಮೇಲಿನ ವಿಷಯದಿಂದ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಸೇಬು ಮತ್ತು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣಿನ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯು ಅವುಗಳ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಸಗಟು ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಅಂಗಡಿಯವರು ಅದರ ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹಣವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹಣವನ್ನು ಲಾಭ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣಿನ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ + ಲಾಭ

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ – ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ಲಾಭ

ಲಾಭ = ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ – ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ

= 15 – 10

ಲಾಭ = ₹5

ಅಂದರೆ, ಲಾಭ = ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ – ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ

ಸೇಬಿನ ಹಣ್ಣಿನ ಮಾರಾಟದಲ್ಲಿ,

ಸೇಬಿನ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ > ಸೇಬಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ, ಇಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಲಾಭ = S.P. – C.P.

= 8 – 6

ಲಾಭ = ₹2

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಂತೆ ಬಾಳೆಹಣ್ಣು ಬೇಗನೆ ಕೊಳೆತು ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಅಂಗಡಿಯವನು ಅವುಗಳನ್ನು ಹಾಳಾಗದಂತೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಅವನು ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. (ಕೊಂಡಬೆಲೆಗಿಂತಲು ಕಡಿಮೆ) ಕೊಂಡಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು **ನಷ್ಟ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಬಾಳೆಹಣ್ಣಿನ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ,

ಬಾಳೆಹಣ್ಣಿನ ಕೊಂಡಬೆಲೆ > ಬಾಳೆಹಣ್ಣಿನ ಮಾರಾಟಬೆಲೆ,ಇಲ್ಲಿ ನಷ್ಟ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

ಬಾಳೆಹಣ್ಣಿನ S.P. = ಬಾಳೆಹಣ್ಣಿನ C.P. – ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿದ ಬೆಲೆ

S.P. = C.P. – ನಷ್ಟ

ನಷ್ಟ = C.P. – S.P.

ನಷ್ಟ = 3 – 2

ನಷ್ಟ = ₹1

ಆದ್ದರಿಂದ,

- ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಮಾರುವ ಬೆಲೆಯು ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಅಧಿಕವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

  ಲಾಭ = ಮಾರಾಟಬೆಲೆ - ಕೊಂಡಬೆಲೆ

- ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡಬೆಲೆಯು ಅದರ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಅಧಿಕವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಲ್ಲಿ ನಷ್ಟ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

  ನಷ್ಟ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ – ಮಾರಾಟಬೆಲೆ

- S.P = C.P + ಲಾಭ
- S.P = C.P - ನಷ್ಟ.

ಲಾಭ/ನಷ್ಟದ % ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ನಿಖಿಲ್ ₹10,000ಕ್ಕೆ ಪದಾರ್ಥವೊಂದನ್ನು ಖರೀದಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ₹11,000ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿ ₹1,000 ಲಾಭಗಳಿಸಿದನು. ಹಾಗೆಯೇ ಆರ್ಯ ₹1,00,000ಕ್ಕೆ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ₹1,01,000ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿ ₹1,000 ಲಾಭ ಗಳಿಸಿದನು.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1) 100ನ್ನು ಛೇದವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು________ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

2) $\frac{1}{2}$ = __________%

3) 35% = __________ (ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ)

4) 0.05 = __________%

5) $\frac{1}{4}$ = __ %

ಅವರಿಬ್ಬರು ಸಮವಾಗಿ ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುತ್ತೀರಾ?ಇಲ್ಲ.

ಯಾರು ಅಧಿಕ ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.ನಾವು ಅವರ ಹೂಡಿಕೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಅವರು ಪಡೆದ ಲಾಭವನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಶೇಕಡವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದಾಗ ಹೋಲಿಕೆಯು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಲಾಭದ %ನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ನಿಖಿಲ್ ₹10,000 ವನ್ನು ಹೂಡಿಕೆಮಾಡಿ ₹1,000 ವನ್ನು ಲಾಭವಾಗಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ.

₹10,000 ಕ್ಕೆ ₹1,000ವು ಲಾಭವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರತಿ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಗೆ ಅವನು ಪಡೆದ ಲಾಭವು $\frac{1000}{10000}$.

ಆದ್ದರಿಂದ ₹100 ಕ್ಕೆ, ಲಾಭ $= \frac{1000}{10,000} \times 100$

ಲಾಭ = 10 %

ಆರ್ಯ ₹1,00,000 ವನ್ನು ಹೂಡಿಕೆಮಾಡಿ ₹1000 ವನ್ನು ಲಾಭವಾಗಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ.

1,00,000ಕ್ಕೆ 1000 ವು ಲಾಭವಾಗಿದೆ $= \frac{1000}{100000}$

ಲಾಭ $= \frac{1000}{100000} \times 100 = 1\ \%$

ಆದ್ದರಿಂದ,ನಿಖಿಲ್ ಆರ್ಯನಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭ ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಲಾಭ% $= \frac{\text{ಲಾಭ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

ನಷ್ಟ % ಅನ್ನು ಸಹ ಇದೇ ವಿಧಾನದಿಂದ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬೇಕು. .

ನಷ್ಟ% $= \frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

ಲಾಭ % ಅಥವಾ ನಷ್ಟ % ಅನ್ನು ಯಾವಾಗಲು ಪದಾರ್ಥದ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಲೆಕ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 2.18

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಒಂದು ಟಿ.ವಿಯನ್ನು ₹10,000 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡನು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ₹12,000ಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದನು. ಆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಟಿ.ವಿಯಿಂದ ಅವನಿಗುಂಟಾದ ಲಾಭ/ನಷ್ಟಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.ಅವನು 5 ಜೊತೆ ಟಿ.ವಿಗಳನ್ನು ಮಾರಿದರೆ ಲಾಭ/ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಟಿ.ವಿಯನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹12,000

ಟಿ.ವಿಯನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹10,000

S.P. > C.P, ಇದರಿಂದ ಲಾಭ

ಲಾಭ = S.P. – C. P.

= 12000 – 10000

ಲಾಭ = ₹2,000

1 ಜೊತೆ ಟಿ.ವಿಯ ಲಾಭ = ₹2,000

5 ಜೊತೆ ಟಿ.ವಿಯ ಲಾಭ = 2000 × 5

5 ಜೊತೆ ಟಿ.ವಿಯ ಲಾಭ = ₹10,000

ಉದಾಹರಣೆ 2.19

ಸಂಜಯ್ ₹5,000ಕ್ಕೆ ಸೈಕಲನ್ನು ಕೊಂಡನು. ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವನು ₹600 ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಿದರೆ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ನಷ್ಟದ ಶೇಕಡವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸೈಕಲನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹5000

ನಷ್ಟ = ₹600

ಮಾರಾಟಬೆಲೆ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ – ನಷ್ಟ

= 5000 – 600

ಬೈಸಿಕಲ್‌ನ ಮಾರಾಟಬೆಲೆ = ₹4400

ನಷ್ಟ = $\frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

= $\frac{600}{5000} \times 100$

= 12

ನಷ್ಟ = 12 %

ಉದಾಹರಣೆ 2.20

ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯ ₹1,250 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹಳೆ ಸೈಕಲನ್ನು ಕೊಂಡನು. ಇದನ್ನು ರಿಪೇರಿ ಮಾಡಲು ₹250 ನ್ನು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದನು. ನಂತರ ಇದನ್ನು ₹1400 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ, ಇದರಿಂದ ಸಿಗುವ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸೈಕಲನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹1,250

ರಿಪೇರಿ ಖರ್ಚು = ₹250

ಕೊಂಡಬೆಲೆಯ ಮೊತ್ತ = 1250 + 250 = ₹1,500

ಮಾರಾಟಬೆಲೆ = ₹1,400

C.P. > S.P. ಇದರಿಂದ ನಷ್ಟವುಂಟಾಗುತ್ತದೆ

ನಷ್ಟ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ – ಮಾರಾಟಬೆಲೆ

= 1500 – 1400

= 100

ನಷ್ಟ = ₹100

ನಷ್ಟ % = $\frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

= $\frac{100}{1500} \times 100$

= $\frac{20}{3}$

= $6\frac{2}{3}$ (ಅಥವಾ) 6.67

ನಷ್ಟ % = 6.67

ಉದಾಹರಣೆ 2.21

ಒಬ್ಬ ಹಣ್ಣಿನ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ ₹150 ರಂತೆ 8 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ದ್ರಾಕ್ಷಿಯನ್ನು ಕೊಂಡನು. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿದೆ.ಉಳಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಯನ್ನು ₹190ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ/ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1 ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ದ್ರಾಕ್ಷಿಯನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹150

8 ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ದ್ರಾಕ್ಷಿಯನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ = 150×8

= ₹1200

ದೋಷಪೂರಿತವಾದ ಪೆಟ್ಟಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 1

ಮಾರಾಟವಾದ ಪೆಟ್ಟಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $8 - 1$

= 7

1 ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ದ್ರಾಕ್ಷಿಯನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹190

7 ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ದ್ರಾಕ್ಷಿಯನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = 190×7

= ₹1330

S.P. > C.P, ಇಲ್ಲಿ ಲಾಭವಾಗಿದೆ.

ಲಾಭ = ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ – ಕೊಂಡಬೆಲೆ

= $1330 - 1200$

= 130

ಲಾಭ = ₹130

ಲಾಭ % = $\frac{\text{ಲಾಭ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

= $\frac{130}{1200} \times 100$

= 10.83

ಲಾಭ % = 10.83

ಉದಾಹರಣೆ 2.22

ಅಂಗಡಿ ಮಾಲಿಕನಿಂದ ರಾಮನು ₹50ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ಕೊಂಡನು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ₹5 ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ,ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಪೆನ್ನನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹50

ನಷ್ಟ = ₹5

S.P. = C.P. – ನಷ್ಟ

= 50 – 5

= 45

ಪೆನ್ನನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹45.

ಉದಾಹರಣೆ 2.23

ಸೋನು ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಮಹೋತ್ಸವಕ್ಕೆ ಕೇಕನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದಳು. ಅವಳ ಒಂದು ಕೇಕಿನ ಬೆಲೆ ₹55. ಅವಳು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೇಕನ್ನು ₹11 ಲಾಭದಂತೆ 25 ಕೇಕ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರಿದಳು. ಕೇಕ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಶೇಕಡವಾರು ಲಾಭಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1 ಕೇಕನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹55

ಮಾರಿದ ಕೇಕ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 25

25 ಕೇಕಗಳನ್ನು ಮಾರಿದಬೆಲೆ = 55 × 25 = ₹1375

1 ಕೇಕಿನ ಲಾಭ = ₹11

25 ಕೇಕಿನ ಚ = 11 × 25 = ₹275

S.P. = C.P. + ಲಾಭ

= 1375 + 275

= 1,650

= ₹1,650

ಲಾಭ % = $\frac{\text{ಲಾಭ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

= $\frac{275}{1375} \times 100$

= 20

ಲಾಭ % = 20

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

1.ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ:

i) ಒಂದು ಬ್ಯಾಗನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ ₹575 ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ₹625 ಅದರಿಂದ ಬಂದ ಲಾಭಾಂಶ ₹

(A) 50 (B) 575 (C) 625 (D) ಯಾವುದೂ ಇಲ್ಲ

ii) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ ₹155 ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ₹140 ಇದರಿಂದ ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ ₹ ನಲ್ಲಿ

(A) 155 (B) 140 (C) 15 (D) ಯಾವುದೂ ಇಲ್ಲ

iii) ಒಂದು ಬ್ಯಾಗನ್ನು ಮಾರಿದಬೆಲೆ ₹235 ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಕೊಂಡಬೆಲೆ ₹200 ಅದರಿಂದ ಉಂಟಾದ

(A) ಲಾಭಾಂಶ ₹235 (B) ನಷ್ಟ ₹3 (C) ಲಾಭಾಂಶ ₹35 (D) ನಷ್ಟ ₹200

iv) ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟಗಳನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು

(A) ಕೊಂಡಬೆಲೆ (B) ಮಾರಿದಬೆಲೆ (C) ಲಾಭ (D) ನಷ್ಟ

v) ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ₹250 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡನು ಅದರಿಂದ ₹25 ಲಾಭವನ್ನು ಗಳಿಸಿದನು.ಅದರಿಂದ ಉಂಟಾದ ಲಾಭಾಂಶ

(A) 25 (B) 10 (C) 250 (D) 225

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಪದಗಳಿಂದ ಭರ್ತಿಮಾಡಿ:

C.P. ₹	S.P. ₹	ಲಾಭ ₹	ನಷ್ಟ ₹
144	168		
59	38		
600	635.45		
26599	23237		
107.50	100		

3. ಕೊಂಡಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಲಾಭ/ನಷ್ಟವನ್ನು ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹450 ಲಾಭ = ₹80
ii) ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹760 ನಷ್ಟ = ₹140
iii) ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹980 ಲಾಭ = ₹47.50
iv) ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹430 ನಷ್ಟ = ₹93.25
v) ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ₹999.75 ನಷ್ಟ = ₹56.25

4. ಚೇತನಾ ₹27, 50,000ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮನೆಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಇದಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ಮತ್ತು ರಿಪೇರಿಗಾಗಿ ₹2,50,000 ಗಳನ್ನು ಖರ್ಚುಮಾಡಿದನು. ನಂತರ ಈ ಮನೆಯನ್ನು ₹33,00,000 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ ಇದರಿಂದಾದ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ/ನಷ್ಟ ಏನು?

5. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯ ಮಾಲೀಕನು ₹100 ಗಳಿಗೆ 10 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 2 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳು ಕೊಳೆತು ಹೋಗಿವೆ. ಉಳಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ₹11ರಂತೆ ಮಾರಿದರೆ ಅವುಗಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ/ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯ ಮಾಲೀಕನು ₹250 ಕ್ಕೆ 100 ಬಾಲ್‌ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ₹4 ರಂತೆ ಮಾರಿದರೆ ಸಿಗುವ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಒಬ್ಬ ತರಕಾರಿ ವ್ಯಾಪಾರಸ್ಥನು ₹360ಕ್ಕೆ 40 ಕಿಲೋ ಗ್ರಾಂ ಈರುಳ್ಳಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಕಿಲೋ ಗ್ರಾಂಗೆ ₹11 ರಂತೆ 36 ಕಿ.ಗ್ರಾಂನ್ನು ಮಾರಿದನು. ಉಳಿದ ಈರುಳ್ಳಿಯು ಚೆನ್ನಾಗಿಲ್ಲದ ಕಾರಣ ಪ್ರತಿ ಕಿ.ಗ್ರಾಂಗೆ ₹4.50ರಂತೆ ಮಾರಿದರೆ ದೊರೆತ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ/ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡು ಅದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದನೆಯಾಗುವುದರೊಂದಿಗೆ ಆರಂಭಗೊಂಡು ಗ್ರಾಹಕರ ಕೈ ಸೇರುವವರೆಗಿನ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಿರಿ.

ಯೋಚಿಸಿ!

ಉತ್ಪಾದಕರಿಂದ ನೇರ ಮಾರಾಟವಾದರೆ, ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಲಾಭದಾಯಕ ಎಂದು ನೀವು ಅಭಿಪ್ರಾಯ ಪಡುತ್ತೀರಾ? ಚರ್ಚಿಸಿ.

ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಒಬ್ಬ ಎಣ್ಣೆ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಪ್ರತಿ ಕಿ.ಗ್ರಾಂಗೆ ₹100 ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರತಿ ಕಿ.ಗ್ರಾಂಗೆ ₹80 ಬೆಲೆಯಿರುವ ಎರಡು ವಿಧದ ಎಣ್ಣೆಯನ್ನು 3: 2 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣಮಾಡಿ ಈ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು ಪ್ರತಿ ಕಿ.ಗ್ರಾಂಗೆ ₹101.20 ರಂತೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿದರೆ ಸಿಗುವ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಸತೀಶನು ಒಂದು ಕ್ಯಾಮಾರಾವನ್ನು 10 % ಲಾಭಕ್ಕೆ ರಾಜೇಶನಿಗೆ ಮಾರಿದರೆ ರಾಜೇಶನು ಇದನ್ನು ಜಾನ್‌ನಿಗೆ 12 % ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಜಾನ್‌ನು ₹4,840 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದರೆ ಸತೀಶನಿಗೆ ಆ ಕ್ಯಾಮಾರಾದಿಂದ ದೊರೆತ ಬೆಲೆಯೇನು?

3. ಒಬ್ಬ ಪುಸ್ತಕ ಮಾರಾಟಗಾರನು ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 5% ರಷ್ಟು ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದರ ಬದಲಾಗಿ 5% ರಷ್ಟು ಲಾಭಕ್ಕೆ ಮಾರಿದಾಗ ₹15 ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭಗಳಿಸುತ್ತಾನೆ. ಪುಸ್ತಕದ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2.5 ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ (Simple Interest)

ಈಗ ₹10,000 ಗಳನ್ನು ಠೇವಣಿ ಮಾಡಿ 7 ವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ₹20,000 ವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

ಈಗ ₹10,000 ಗಳನ್ನು ಠೇವಣಿ ಮಾಡಿ 6 ವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ₹20,000 ವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

ಇದು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವೇನು?

ಲೋಕೇಶನು ₹5,000 ವನ್ನು ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಪಡೆದು ಅದನ್ನು ಜೂನ್ 2008 ರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಠೇವಣಿ ಇಡುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ ₹5,400 ನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ಅವನಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಏಕೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ? ಅವನು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಹಣವನ್ನು ಗಳಿಸುತ್ತಾನೆ?

₹5,000ವನ್ನು ಅವನ ಬಳಿ ಚೀಲದಲ್ಲಿಯೇ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡಿದ್ದರೆ, ಅವನು ₹400 ಲಾಭ ಗಳಿಸುತ್ತಾನೆಯೇ?

ಲೋಕೇಶನು ₹5,000 ವನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟು ಮೊದಲನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ₹5,400 ನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ನಾವು ಹಣವನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಿದಾಗ(ಅಥವಾ ಕೊಟ್ಟಾಗ) ಮೂಲ ಮೊಬಲಗುವಿನ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಪಾವತಿಸುತ್ತೇವೆ(ಅಥವಾ ಸ್ವೀಕರಿಸುತ್ತೇವೆ). ನಾವು ಪಡೆದ ಈ ಅಧಿಕವಾದ ಮೊಬಲಗನ್ನು ಬಡ್ಡಿ (I) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಮೇಲಿನ ಸಂಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಗಮನಿಸಿದಂತೆ ಹಣವನ್ನು ಪಡೆದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಠೇವಣಿ ಹೂಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ ಮೇಲಿನ ವಿಚಾರದಿಂದ ಲೋಕೇಶನು ₹400 ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ಹಣವನ್ನು ಪಡೆಯುದನ್ನು/ಕೊಡುವುದನ್ನು ಅಸಲು (P) ಎನ್ನುವರು.

ಈ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ₹5,000 ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ಅಸಲು (P) ಎನ್ನುವರು.

ಅಸಲಿಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಸೇರಿಸಿವುದನ್ನು ಮೊತ್ತ (A) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಮೇಲಿನ ವಿಚಾರಗಳಿಂದ, ಮೊತ್ತ = ಅಸಲು + ಬಡ್ಡಿ

= ₹5000 + ₹400 = ₹5,400.

ಈ ಬಡ್ಡಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆಯೇ?

ಇದು ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಈಗ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(i) ಠೇವಣಿಯ ಅಸಲನ್ನು ₹5,000 ದಿಂದ ₹10,000 ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಬಡ್ಡಿಯ ದರವು ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

(ii) ಹೀಗೆಯೇ, ಅಧಿಕ ವರ್ಷಗಳವರೆಗೆ ₹5,000 ಗಳನ್ನು ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟರೆ ದರವು ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೌದು, ಎರಡೂ ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯ ದರವು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆ.

ಮೇಲ್ಕಂಡಂತೆ, ಅಸಲು ಮತ್ತು ಕಾಲದ ಅವಧಿಯ ಮೇಲೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರವು ನಿಗದಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಂಬ ಇನ್ನೊಂದು ಅಂಶದ ಮೇಲೆಯೂ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ.

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಂಬುದು ₹100 ಕ್ಕೆ ವಾರ್ಷಿಕವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ ಮೊಬಲಗು ಆಗಿದೆ.

(ಅಂದರೆ) ವಾರ್ಷಿಕ 10% ಬಡ್ಡಿದರವಿದ್ದರೆ ಆಗ ಬಡ್ಡಿಯು ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ₹100ಗಳಿಗೆ ₹10ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಡ್ಡಿಯು ಇದನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ:

ಠೇವಣಿ ಅಥವಾ ಸ್ವೀಕೃತ ಮೊಬಲಗು – ಅಸಲು (P)

ಕಾಲಾವಧಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದೆ (n).

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ (r)

ಈ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಮೊತ್ತ ಅಂದರೆ ಅಸಲಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುತ್ತಾರೆ.

ಬಡ್ಡಿಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ

'r' ಎಂಬುದು ಬಡ್ಡಿಯ ದರ, ₹100 ಎಂಬುದು ಅಸಲಾದರೆ, ಆಗ ಬಡ್ಡಿಯು

1 ವರ್ಷಕ್ಕೆ $= 100 \times 1 \times \frac{r}{100}$

2 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ $= 100 \times 2 \times \frac{r}{100}$

3 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ $= 100 \times 3 \times \frac{r}{100}$

n ವರ್ಷಗಳಿಗೆ $= 100 \times n \times \frac{r}{100}$

ಆದ್ದರಿಂದ, $I = \frac{Pnr}{100}$

$A = P + I$

$A = P + \frac{Pnr}{100}$

$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

ಬಡ್ಡಿ = ಮೊಬಲಗು – ಅಸಲು

$I = A - P$

$I = \frac{Pnr}{100}$ ರಿಂದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಸುವ ಬೇರೆ ಸೂತ್ರಗಳೆಂದರೆ

$r = \frac{100I}{Pn}$

$n = \frac{100I}{Pr}$

$P = \frac{100I}{rn}$

ಟಿಪ್ಪಣಿ: 'n' ನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುತ್ತೇವೆ. 'n' ನ್ನು ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ/ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟರೆ, ಅದನ್ನು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಖಾಲಿ ಜಾಗ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿರಿ.

ಅಸಲು ₹	ಬಡ್ಡಿ ₹	ಮೊಬಲಗು ₹
5,000	500	
12,500		17,500
	6,000	25,000
8,450	750	
12,000		15,600

ಉದಾಹರಣೆ 2.24

ಕಮಲನು ₹3,000 ವನ್ನು ವಾರ್ಷಿಕ 7 % ದರದಂತೆ 1 ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಬಂಡವಾಳ ಹೂಡುತ್ತಾನೆ. 1 ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅವನು ಪಡೆದ ಸರಳಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಅಸಲು (P) = ₹3,000

ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (n) = 1

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ (r) = 7 %

$$\text{ಬಡ್ಡಿ (I)} = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{3000 \times 1 \times 7}{100}$$

$$I = ₹210$$

$$A = P + I$$

$$= 3000 + 210$$

$$A = ₹3,210$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.25

ರಾಧಿಕಳು ₹5,000 ವನ್ನು 2 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ 11 % ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ಬಂಡವಾಳ ಹೂಡುತ್ತಾಳೆ. ಅವಳು 2 ವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಪಡೆಯುವ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಅಸಲು (P) = ₹5,000

ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (n) = 2 ವರ್ಷಗಳು

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ (r) = 11 %

$$I = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{5000 \times 11 \times 2}{100}$$

$$= 1100$$

$$I = ₹1,100$$

$$\text{ಮೊತ್ತ (A)} = P + I$$

$$= 5000 + 1100$$

$$A = ₹6,100$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.26

₹7,500 ಕ್ಕೆ ವಾರ್ಷಿಕ 8 % ಬಡ್ಡಿ ದರದಂತೆ 1 ವರ್ಷ 6 ತಿಂಗಳಿಗೆ ಆಗುವ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಹೂಡಿಕೆ ಹಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$P = ₹7,500$$

n = 1 ವರ್ಷ 6 ತಿಂಗಳು

$= 1\frac{6}{12}$ ವರ್ಷಗಳು

$= 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ವರ್ಷಗಳು

$$r = 8\ \%$$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ

12 ತಿಂಗಳು = 1 ವರ್ಷ

6 ತಿಂಗಳು $= \frac{6}{12}$ year

$= \frac{1}{2}$ ವರ್ಷ

3 ತಿಂಗಳು $= \frac{3}{12}$ ವರ್ಷ

$= \frac{1}{4}$ ವರ್ಷ

$$I = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{7500 \times \frac{3}{2} \times 8}{100}$$

$$= \frac{7500 \times 3 \times 8}{2 \times 100}$$

$$= 900$$

I = ₹900

A = P + I

= 7500 + 900

= ₹8,400

ಬಡ್ಡಿ = ₹900, ಮೊತ್ತ = ₹8,400

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

P = ₹7,500

$n = \frac{3}{2}$ ವರ್ಷಗಳು

$r = 8\ \%$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

$$= 7500\left(1 + \frac{\frac{3}{2} \times 8}{100}\right)$$

$$= 7500\left(1 + \frac{3 \times 8}{2 \times 100}\right)$$

$$= 7500\left(\frac{28}{25}\right)$$

$$= 300 \times 28$$

$$= 8400$$

A = ₹8400

I = A – P

= 8400 – 7500

= 900

I = ₹900

ಬಡ್ಡಿ = ₹900

ಮೊತ್ತ = ₹8,400

ಉದಾಹರಣೆ 2.27

₹6,750 ಕ್ಕೆ 10 % ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಲ್ಲಿ 219 ದಿನಗಳಲ್ಲಾದ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಉಳಿಕೆ ಮೊಬಲಗನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

P = ₹6,750

n = 219 ದಿನಗಳು

= $\frac{219}{365}$ ವರ್ಷ = $\frac{3}{5}$ ವರ್ಷ

r = 10 %

I = $\frac{Pnr}{100}$

I = $\frac{6750 \times 3 \times 10}{5 \times 100}$

= 405

I = ₹405

A = P + I

= 6750 + 405

= 7,155

A = ₹7,155

ಬಡ್ಡಿ = ₹405, ಮೊತ್ತ = ₹7,155

> **ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ**
>
> 365 ದಿನಗಳು = 1 ವರ್ಷ
>
> 219 ದಿನಗಳು = $\frac{219}{365}$ ವರ್ಷ
>
> = $\frac{3}{5}$ ವರ್ಷ
>
> 73 ದಿನಗಳು = $\frac{73}{365}$ ವರ್ಷ
>
> = $\frac{1}{5}$ ವರ್ಷ

ಉದಾಹರಣೆ 2.28

ರಾಹುಲ್ ₹4,000 ವನ್ನು 2006 ಜೂನ್ 7ರಂದು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ಆಗಸ್ಟ್ 19ರಂದು ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದನು. ವಾರ್ಷಿಕ 5 % ಬಡ್ಡಿ ದರದಂತೆ ಅವನು ಪಾವತಿಸಬಾಕಾದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

P = ₹4,000

r = 5 %

ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಜೂನ್ = 24 (30 – 6)

ಜುಲೈ = 31

ಆಗಸ್ಟ್ = 18

ಒಟ್ಟು ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 73

n = 73 ದಿನಗಳು

> **ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ**
>
> ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್, ಏಪ್ರಿಲ್, ಜೂನ್ ಮತ್ತು ನವೆಂಬರ್ ತಿಂಗಳುಗಳು 30 ದಿನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಉಳಿದ ತಿಂಗಳುಗಳು 31 ದಿನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ (ಫೆಬ್ರವರಿಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ).

$= \frac{73}{365}$ ವರ್ಷ

$= \frac{1}{5}$ ವರ್ಷ

$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

$= 4000\left(1 + \frac{1 \times 5}{5 \times 100}\right)$

$= 4000\left(1 + \frac{1}{100}\right)$

$= 4000\left(\frac{101}{100}\right)$

$= 4,040$

ಮೊತ್ತ $=$ ₹4,040

ಉದಾಹರಣೆ 2.29

₹7,000 ಅಸಲಿಗೆ 16 ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ ₹1,680 ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪಡೆದರೆ, ವಾರ್ಷಿಕ ಶೇಕಡಾ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$P =$ ₹7,000

$n =$ 16ತಿಂಗಳುಗಳು

$= \frac{16}{12}$ ವರ್ಷ $= \frac{4}{3}$ ವರ್ಷ

$I =$ ₹1,680

$r = ?$

$r = \frac{100I}{Pn}$

$= \frac{100 \times 1680}{7000 \times \frac{4}{3}}$

$= \frac{100 \times 1680 \times 3}{7000 \times 4}$

$= 18$

$r = 18\,\%$

ಉದಾಹರಣೆ 2.30

ವಿಜಯನು ₹10,000 ಗಳನ್ನು ವಾರ್ಷಿಕ 5 % ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದನು. ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವನು ₹11,000 ವನ್ನು ಹಿಂದೆ ಪಡೆದುಕೊಂಡನು. ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$A =$ ₹11,000

$P =$ ₹10,000

$r = 5\,\%$

$n = ?$

$I = A - P$

$= 11{,}000 - 10{,}000$

$= 1{,}000$

$I = ₹1000$

$n = \frac{100\,I}{P\,r}$

$= \frac{100 \times 1000}{10000 \times 5}$

$n =$ 2 ವರ್ಷಗಳು.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

$11000 = 10000\left(1 + \frac{n \times 5}{100}\right)$

$\frac{11000}{10000} = 1 + \frac{n}{20}$

$\frac{11}{10} = \frac{20 + n}{20}$

$\frac{11}{10} \times 20 = 20 + n$

$22 = 20 + n$

$22 - 20 = n$

$n =$ 2 ವರ್ಷಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 2.31

ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಾರ್ಷಿಕ 8 % ದರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಣದ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಅಸಲು ₹P ಆಗಿರಲಿ.

ಮೊತ್ತ = ಅಸಲಿನ ಮೂರರಷ್ಟು

$= ₹3\,P$

$r = 8\,\%$

$n = ?$

$I = A - P$

$= 3P - P$

$= 2P$

$I = ₹2\,P$

$n = \frac{100I}{Pr}$

$= \frac{100 \times 2P}{P \times 8}$

$n = 25$ ವರ್ಷಗಳು

ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 25

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ಅಸಲು ₹100 ಆಗಿರಲಿ.

ಮೊತ್ತ $= 3 \times 100$

$= ₹300$

$I = A - P$

$= 300 - 100$

$I = ₹200.$

$n = \frac{100I}{Pr} = \frac{100 \times 200}{100 \times 8}$

$n = \frac{200}{8} = 25$

ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 25.

ಉದಾಹರಣೆ 2.32

ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಹಣದ ಮೊತ್ತವು 5 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ 8 % ದರದಂತೆ ₹10,080 ಆದರೆ, ಅದರ ಅಸಲನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$A = ₹10,080$

$n = 5$ ವರ್ಷಗಳು

$r = 8\,\%$

$P = ?$

$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

$10080 = P\left(1 + \frac{5 \times 8}{100}\right)$

$$10080 = P\left(\frac{7}{5}\right)$$

$$10080 \times \frac{5}{7} = P$$

$$7{,}200 = P$$

ಅಸಲು = ₹7,200

ಉದಾಹರಣೆ 2.33

ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಹಣದ ಮೊತ್ತವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 6 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹8,880 ಮತ್ತು 4 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹7,920 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಸಲು ಮತ್ತು ಶೇಕಡಾ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

6 ನೇ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಹಣದ ಮೊತ್ತ = ಅಸಲು + 6 ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ

$= P + I_6 = 8880$

4 ನೇ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಹಣದ ಮೊತ್ತ = ಅಸಲು + 4 ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ

$= P + I_4 = 7920$

$I_2 = 8880 - 7920$

$= 960$

2 ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ = ₹960

1ನೇ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ $= \frac{960}{2}$

$= 480$

4 ನೇ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಲಿ ಬಡ್ಡಿ $= 480 \times 4$

$= 1{,}920$

$P + I_4 = 7920$

$P + 1920 = 7920$

$P = 7920 - 1920$

$P = 6{,}000$

ಅಸಲು = ₹6,000

$$r = \frac{100I}{pn}$$

$$= \frac{100 \times 1920}{6000 \times 4}$$

$$r = 8\ \%$$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ:

i) ₹1000 ಕ್ಕೆ 10 % ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಲ್ಲಿ 2 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಾದ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯು

(A) ₹1000 (B) ₹200 (C) ₹100 (D) ₹2000

ii) ಮೊತ್ತ = ₹11,500, ಅಸಲು = ₹11,000 ಆದರೆ, ಬಡ್ಡಿಯು

(A) ₹500 (B) ₹22,500 (C) ₹11,000 (D) ₹11,000

iii) 6 ತಿಂಗಳುಗಳು =

(A) $\frac{1}{2}$ ವರ್ಷ (B) $\frac{1}{4}$ ವರ್ಷ (C) $\frac{3}{4}$ ವರ್ಷ (D) 1 ವರ್ಷ

iv) 292 ದಿನಗಳು =

(A) $\frac{1}{5}$ ವರ್ಷ (B) $\frac{3}{5}$ ವರ್ಷ (C) $\frac{4}{5}$ ವರ್ಷ (D) $\frac{2}{5}$ ವರ್ಷ

v) P = ₹14000 I = ₹1000 ಆದರೆ, A ನ ಬೆಲೆಯು

(A) ₹15000 (B) ₹13000 (C) ₹14000 (D) ₹1000

2. ₹5,000 ಕ್ಕೆ 10 % ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಲ್ಲಿ 5 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ₹1,200 ಕ್ಕೆ $12\frac{1}{2}$% ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಲ್ಲಿ 3 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಲೋಕೇಶನು ₹10,000 ವನ್ನು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದನು ಅದು ವಾರ್ಷಿಕ 10 % ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಅವನಿಗೆ ನೀಡಿತು. ಅವನು 2 ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು 3 ತಿಂಗಳುಗಳ ನಂತರ ಹಣವನ್ನು ಹಿಂಪಡೆದುಕೊಂಡನು ಅವನು ಪಡೆದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ₹2,500 ವನ್ನು 13 % ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಂತೆ 146 ದಿನಗಳಿಗೆ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ₹12,000 ವನ್ನು 9 % ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಂತೆ ಮೇ 21ನೇ 1999 ರಿಂದ ಆಗಸ್ಟ್ 2ನೇ 1999 ರವರೆಗೆ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಸತ್ಯನು ₹6,000 ವನ್ನು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟು 5 ವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ₹7500 ನ್ನು ಹಿಂಪಡೆದುಕೊಂಡನು ಬಡ್ಡಿಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಒಂದು ಅಸಲು $2\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ 10 % ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಂತೆ ₹250 ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪಡೆದರೆ ಅಸಲನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ವಾರ್ಷಿಕ 8 % ದರದಲ್ಲಿ ₹5,000 ಅಸಲು ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹5,800 ಮೊತ್ತವಾಗುತ್ತದೆ?

10. 10 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೊತ್ತವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಂಡರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಹಣದ ಮೊತ್ತವು $12\frac{1}{2}$% ವಾರ್ಷಿಕ ದರದಲ್ಲಿ ದ್ವಿಗುಣವಾಗುತ್ತದೆ ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12. 3 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ 6 % ದರದಂತೆ ನಿಗದಿತ ಹಣದ ಮೊತ್ತವು ₹6,372 ಆದರೆ ಅಸಲನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13. ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಹಣದ ಮೊತ್ತವು ಕ್ರಮವಾಗಿ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹6,500 ಮತ್ತು $1\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹5,750 ಆದರೆ ಅಸಲು ಮತ್ತು ಶೇಕಡ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಯೋಚಿಸಿ!

1) ಒಂದು ಹಣದ ಮೊತ್ತವು 2 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ $\frac{9}{4}$ ರಷ್ಟಾದರೆ, ಶೇಕಡ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ರಾಮನಿಗೆ 10 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ₹6,00,000 ಅವಶ್ಯಕವಾದರೆ ವಾರ್ಷಿಕ 20 % ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೀಡುವ ಬ್ಯಾಂಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಅವನು ಈಗ ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕು?

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. 100 ನ್ನು ಛೇದಕವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅಥವಾ ಎರಡನೇ ಪದವು 100 ಆಗಿರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
2. ಶೇಕಡ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ 100 ಕ್ಕೆ ಇದನ್ನು % ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.
3. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಶೇಕಡವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು 100 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.
4. ವಸ್ತುವನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡಬೆಲೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
5. ವಸ್ತುವನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ವಸ್ತುವಿನ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
6. ವಸ್ತುವಿನ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ಕೊಂಡಬೆಲೆಗಿಂತ ಅಧಿಕವಾದರೆ ಅಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.
7. ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡಬೆಲೆಯು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಅಧಿಕವಾದರೆ ಅಲ್ಲಿ ನಷ್ಟ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.
8. ಒಟ್ಟು ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ + ದುರಸ್ಥಿ ವೆಚ್ಚ / ಸಾಗಾಣಿಕೆ ವೆಚ್ಚ.
9. ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ಅಥವಾ ಒಂದೇ ಮೂಲಮಾನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳಗೆ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ.
10. ಲಾಭ= ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ – ಕೊಂಡಬೆಲೆ
11. ನಷ್ಟ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ – ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ
12. ಲಾಭ% = $\frac{\text{ಲಾಭ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$
13. ನಷ್ಟ% = $\frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$
14. ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ + ಲಾಭ

15. ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ - ನಷ್ಟ

16. ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ $I = \frac{Pnr}{100}$

17. $A = P + I$

$= P + \frac{Pnr}{100}$

$= P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

18. $I = A - P$

19. $P = \frac{100I}{nr}$

20. $r = \frac{100I}{Pn}$

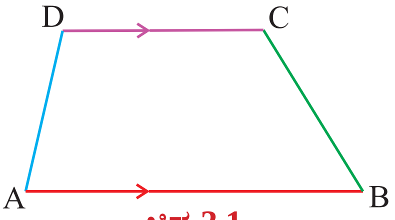
21. $n = \frac{100I}{Pr}$

3 ಅಳತೆಗಳು

3.1 ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿAD ಮತ್ತು BC ಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲ, ಆದರೆ AB || DC.



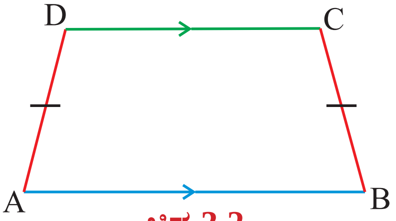
ಚಿತ್ರ 3.1

ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾದರೆ (AD = BC), ಅದನ್ನು **ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಇಲ್ಲಿ $\angle A = \angle B\ ;\ \angle C = \angle D$

$AC = BD$

$\angle A + \angle D = 180^\circ\ ;\ \angle B + \angle C = 180^\circ$



ಚಿತ್ರ 3.2

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು AB ಮತ್ತು DC ಅದರ ಅಳತೆ '*a*' ಮತ್ತು '*b*' ಆಗಿದೆ. ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ '*h*'. ಆಗಿರಲಿ BD ಕರ್ಣವು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ABD ಮತ್ತು BCD ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

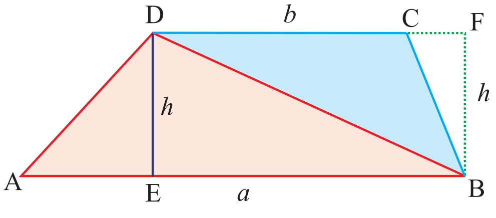
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $+ \Delta BCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times DC \times h$

$= \frac{1}{2} \times h[AB + DC]$

$= \frac{1}{2} \times h[a + b]$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.



ಚಿತ್ರ 3.3

∴ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಎತ್ತರ $\times$ (ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ) ಚ.ಮೂಲಮಾನಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 3.1

ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗೂ ಎತ್ತರವು 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: $h = 10$ ಸೆಂ.ಮೀ, $a = 12$ ಸೆಂ.ಮೀ, $b = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ

$$\text{ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times h(a+b)$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times (12+8) = 5 \times (20)$$

$$\therefore \text{ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 100 \text{ ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ.}$$

ಉದಾಹರಣೆ 3.2

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 15 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=100 ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: $a = 15$ ಸೆಂ.ಮೀ., $b = 10$ ಸೆಂ.ಮೀ., ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 100$ ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ.

$$\text{ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 100$$

$$\frac{1}{2}h(a+b) = 100$$

$$\frac{1}{2} \times h \times (15+10) = 100$$

$$h \times 25 = 200$$

$$h = \frac{200}{25} = 8$$

$\therefore$ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ $= 8$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.3

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 102 ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಮಾತರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 102$ ಸೆಂ.ಮೀ^{2}, $h = 12$ ಸೆಂ.ಮೀ, $a = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$$\text{ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 102$$

$$\frac{1}{2}h(a+b) = 102$$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times (8+b) = 102$$

$$6\,(8+b) = 102$$

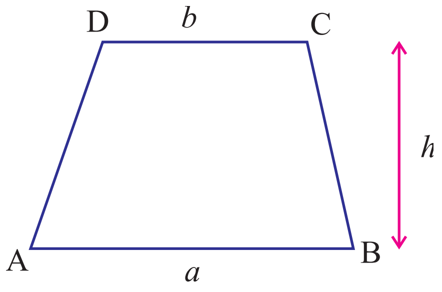
$$8+b = 17 \quad \Rightarrow \quad b = 17 - 8 = 9$$

$\therefore$ ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ $=$ 9 ಸೆಂ.ಮೀ.

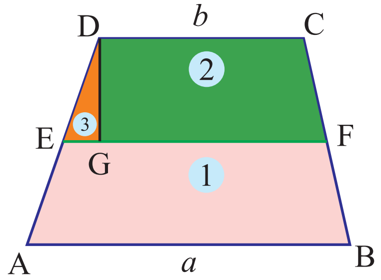
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಾಗದ ಮಡಚುವಿಕೆ ವಿಧಾನದಿಂದ:

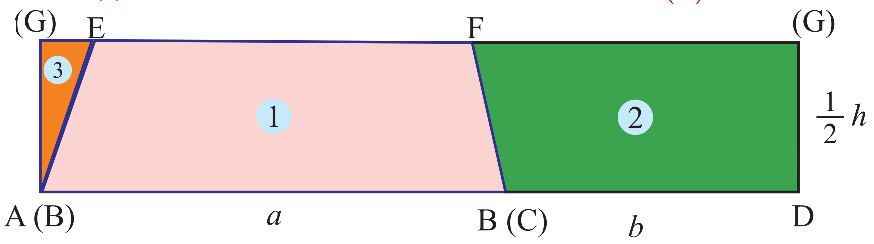
ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಯನ್ನು ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಿರಿ. ಕಾಗದವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಬೇರ್ಪಡಿಸಿ. DC ರೇಖೆಯು AB ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು EF ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಲು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಮಡಚಿರಿ.



(i)



(ii)



(iii)

ಚಿತ್ರ 3.4

ಚಿತ್ರ 3.4 (ii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ EF ಎಂಬುದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. D ನಿಂದ $DG \perp EF$ ಎಳೆಯಿರಿ. ಮೂರು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬೇರ್ಪಡಿಸಿರಿ.

ಚಿತ್ರ 3.4 (iii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಮೂರು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರಿ.

ಅದರಿಂದ ಬರುವ ಆಕೃತಿಯು ಆಯತಾಕಾರವಾಗಿದೆ. ಅದರ ಉದ್ದ $AB + CD = a + b$ ಮತ್ತು ಅಗಲವು $\frac{1}{2}$(ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎತ್ತರ) $= \frac{1}{2}h$.

$\therefore$ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚಿತ್ರ 3.4 (iii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಉದ್ದ $\times$ ಅಗಲ

$= (a + b)\left(\frac{1}{2}h\right)$

$= \frac{1}{2}h(a + b)$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು________ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

(A) $h(a + b)$ (B) $\frac{1}{2}$ h (a + b) (C) $h(a - b)$ (D) $\frac{1}{2}$ h $(a - b)$

ii) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ

(A) ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(B) ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(C) ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹು = ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹು. (D) ಎತ್ತರ = ಪಾದ.

iii) ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದದ ಮೊತ್ತ 18ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

(A) 105 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} (B) 115 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} (C) 125 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} (D) 135 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}

iv) ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದದ ಮೊತ್ತ 20ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 80ಸೆಂ.ಮೀ^{2} ಇರುವ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎತ್ತರವು

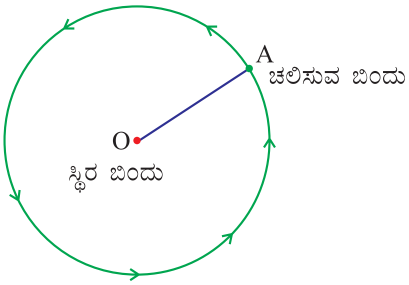
(A) 2 ಸೆಂ.ಮೀ. (B) 4 ಸೆಂ.ಮೀ. (C) 6 ಸೆಂ.ಮೀ. (D) 8 ಸೆಂ.ಮೀ.

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳಿಗನುಗುಣವಾದ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   i) ಎತ್ತರ = 10ಸೆಂ.ಮೀ., ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು = 4ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 6ಸೆಂ.ಮೀ.
   ii) ಎತ್ತರ = 11ಸೆಂ.ಮೀ., ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು = 7.5ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 4.5ಸೆಂ.ಮೀ.
   iii) ಎತ್ತರ = 14ಸೆಂ.ಮೀ., ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು = 8ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 3.5ಸೆಂ.ಮೀ.
3. ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 88ಸೆಂ.ಮೀ^{2} ಮತ್ತು ಇದರ ಎತ್ತರ 8ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದರ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುವು 10ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಉದ್ಯಾನವನದ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು 40ಮೀ., 30ಮೀ. ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬೀಯ ಎತ್ತರವು 25ಮೀ. ಆದರೆ, ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 960ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. ಅದರ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು 40ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 60ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3.2 ವೃತ್ತ

ನಮ್ಮ ದಿನ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ, ಚಕ್ರಗಳು, ನಾಣ್ಯಗಳು, ಉಂಗುರಗಳು, ಬಳೆಗಳು, ದೈತ್ಯಕಾರದ ಚಕ್ರ ಮತ್ತು ಸಿ.ಡಿ.ಗಳಂತಹ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮೇಲಿನ ವಸ್ತುಗಳು ಯಾವ ಆಕಾರದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ದುಂಡಾಗಿವೆ, ದುಂಡಾಗಿವೆ, ದುಂಡಾಗಿವೆ. ಹೌದು, ಇವು ದುಂಡಾಗಿವೆ. ಇದನ್ನು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈಗ, ನಾವು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಯಾವುದೇ ಉದ್ದದ ಒಂದು ದಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರ ಒಂದು ತುಂದಿಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ. ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್ (ಅಥವಾ) ಸೀಮೆಸುಣ್ಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ದಾರವನ್ನು A ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬಿಗಿಗೊಳಿಸಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 3.5

ದಾರವನ್ನು ಬಿಗಿಯಾಗಿ ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ಪೆನ್ಸಿಲ್ (ಅಥವಾ) ಸೀಮೆಸುಣ್ಣವನ್ನು ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿ, ಅದು A ಬಿಂದುವಿಗೆ ತಲುಪಿದ ನಂತರ ನಿಲ್ಲಿಸಿ. ಈಗ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನಿಂದ ರಚಿತವಾದ ಪಥವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನಿಂದ ಉಂಟಾದ ರೇಖೀಯ ಪಥವು ವೃತ್ತವೇ ಅಥವಾ ಸರಳರೇಖೆಯೇ?

'ವೃತ್ತ'.

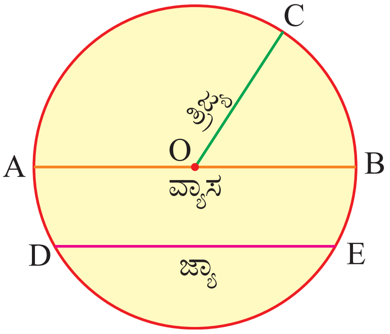
ಹೌದು, ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಬಿಂದುವಿನ ಪಥವನ್ನು ವೃತ್ತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಭಾಗಗಳು

ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವನ್ನು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾ ಖಂಡವನ್ನು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು 'r' ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ವೃತ್ತದ ಪರಧಿಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಂಡವನ್ನು ಜ್ಯಾ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



ಚಿತ್ರ 3.6

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಜ್ಯಾವನ್ನು ವ್ಯಾಸ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು 'd' ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ವ್ಯಾಸವು ವೃತ್ತದ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ. ಇದು ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡರಷ್ಟಾಗಿದೆ. (ಅಂದರೆ $d = 2r$).

ವ್ಯಾಸವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಭಾಗವು ಅರ್ಧವೃತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಚಿಂತಿಸಿ:

ವೃತ್ತವು ಎಷ್ಟು ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

ತ್ರಿಜ್ಯದ ಬಹುವಚನವು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಆಗಿದೆ. ವೃತ್ತದ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ

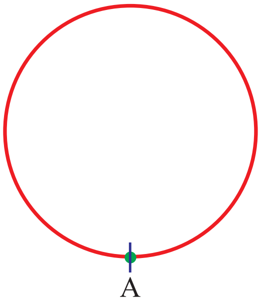
ಒಬ್ಬ ಓಟಗಾರನು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಥವನ್ನು ಎರಡು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿದಾಗ ಅವನು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?.

ಚಿತ್ರ 3.7

ಇದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಥವಾದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವೇನು ಮಾಡಬೇಕು?

ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲಿಟ್ಟು, ನಾಣ್ಯದ ಹೊರಭಾಗವನ್ನು ರೇಖಿಸಿ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದು ಚಿತ್ರ 3.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ರೇಖಿಸಿದ ಹೊರ ಭಾಗದ ಮೇಲೆ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 3.8

ಒಂದು ದಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನು A ನಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿರಿ. ರೇಖಿಸಿದ ಹೊರಭಾಗದ ಮೇಲೆ ದಾರವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಾಗ ದಾರದ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.

ದಾರದ ಉದ್ದವೇ ನಾಣ್ಯದ ಪರಿಧಿಯ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

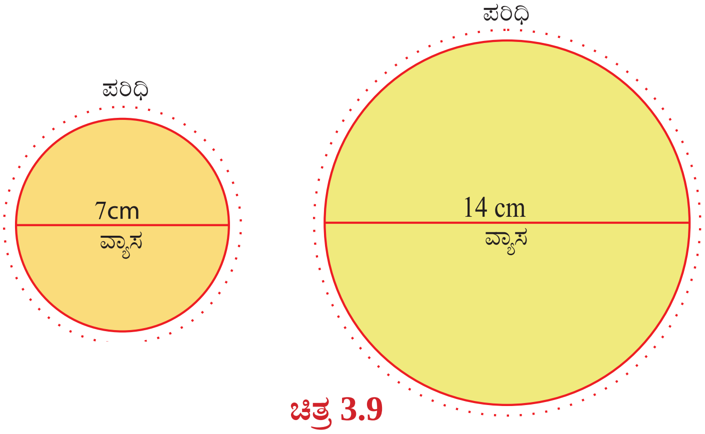
ವೃತ್ತವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಆವೃತ ರೇಖೆಯನ್ನು ಪರಿಧಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು 'C' ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಅಂದರೆ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಪರಿಧಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಒಂದು ಬಾಟಲಿನ ಮುಚ್ಚಳ (ಅಥವಾ) ಒಂದು ಬಳೆ (ಅಥವಾ) ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಸ್ತುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಸಾಧ್ಯವಾದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಸ್ತುವಿನ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಪರಿಧಿಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಪರಿಧಿಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ

3.5 ಸೆಂ.ಮೀ., 7 ಸೆಂ.ಮೀ., 5 ಸೆಂ.ಮೀ., 10.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ 3.9 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ದಾರವನ್ನು, ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 3.9

ಕೋಷ್ಟಕ 3.1 ರಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಿರುವ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಪರಿಧಿಯ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವೃತ್ತ	ತ್ರಿಜ್ಯ	ವ್ಯಾಸ (d)	ಪರಿಧಿ (C)	ಅನುಪಾತ $\left(\frac{C}{d}\right)$
1	3.5 ಸೆಂ.ಮೀ.	7 ಸೆಂ.ಮೀ.	22 ಸೆಂ.ಮೀ.	$\frac{22}{7} = 3.14$
2	7 ಸೆಂ.ಮೀ.	14 ಸೆಂ.ಮೀ.	44 ಸೆಂ.ಮೀ.	$\frac{44}{14} = \frac{22}{7} = 3.14$
3	5 ಸೆಂ.ಮೀ.	10 ಸೆಂ.ಮೀ.	----	----
4	10.5 ಸೆಂ.ಮೀ.	21 ಸೆಂ.ಮೀ.	----	----

ಕೋಷ್ಟಕ 3.1

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ನೀವೇನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಂಡಿರಿ? ಈ ಅನುಪಾತ $\left(\frac{C}{d}\right)$ ಯು ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮನಾಗಿವೆಯೇ?

ಹೌದು!

$$\frac{C}{d} = 3.14 \Rightarrow C = (3.14)d$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಯಾವಾಗಲು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಅದರ ವ್ಯಾಸದ ಮೂರಷ್ಟಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಹೌದು !

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಗತಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ $\frac{C}{d}$ ಯ ಅನುಪಾತವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ. ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಗ್ರೀಕ್ ಪದ π ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಬೇಕು. (ಇದನ್ನು ಪೈ ಎಂದು ಓದಬೇಕು) ಇದರ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆ $\frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{C}{d} = \pi \Rightarrow C = \pi d$ ಮಾನಗಳು ಇಲ್ಲಿ d ಎಂಬುದು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $d = 2r$.

ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರದಿಂದ $C = \pi d = \pi(2r) \Rightarrow$ $C = 2\pi r$ ಮಾನಗಳು

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

π ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅನೇಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಿಂದ ಲೆಕ್ಕಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಬ್ಯಾಬಿಲೋನಿಯನ್ಸ್: $\pi = 3$ ಗ್ರೀಕರು: $\pi = \frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14

ಆರ್ಕಿಮಿಡೀಸ್ : $3\frac{1}{7} < \pi < 3\frac{10}{71}$ ಆರ್ಯಭಟ: $\pi = \frac{62838}{2000}$ (ಅಥವಾ) 3.1416

$\pi = \frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14 ಎಂದು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.4

21 ಸೆಂ.ಮೀ. ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 21$ ಇಲ್ಲಿ $\pi = \frac{22}{7}$

$=$ 66 ಸೆ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.5

ತ್ರಿಜ್ಯ 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5$

$= 2 \times 22 \times 0.5$

$=$ 22 ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.6

88 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ತಂತಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಬಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ತಂತಿಯ ಉದ್ದ = 88 ಸೆಂ.ಮೀ.

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = ತಂತಿಯ ಉದ್ದ

$2\pi r = 88$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$

$r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22}$ = 14 ಸೆಂ.ಮೀ.

$\therefore$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 14 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.7

63 ಸೆಂ.ಮೀ. ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸೈಕಲ್ ಚಕ್ರವು 20 ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಚಕ್ರವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತು ಹಾಕಿದಾಗ,

ಒಂದು ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ = ಚಕ್ರದ ಪರಿಧಿ

∴ ಚಕ್ರದ ಪರಿಧಿ = πd ಮಾನಗಳು

$= \frac{22}{7} \times 63$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$= 198$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಒಂದು ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ = 198 ಸೆಂ.ಮೀ.

∴ 20 ಸುತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ = 20 × 198 ಸೆಂ.ಮೀ.

= 3960 ಸೆಂ.ಮೀ.

= 39ಮೀ. 60ಸೆಂ.ಮೀ [100ಸೆಂ.ಮೀ= 1ಮೀ].

ಉದಾಹರಣೆ 3.8

ಒಂದು ಸ್ಕೂಟರ್‌ನ ಚಕ್ರವು 50 ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ 8800 ಸೆಂ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿದರೆ, ಚಕ್ರದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಚಲಿಸಿದ ದೂರ = ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ × ಪರಿಧಿ

ಪರಿಧಿ = $\frac{\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ}}{\text{ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$

$2\pi r = \frac{8800}{50}$

ಅಂದರೆ, $2\pi r = 176$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$

$r = \frac{176 \times 7}{2 \times 22}$

$r = 28$ ಸೆಂ.ಮೀ.

∴ ಚಕ್ರದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 28 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.9

ಒಂದು ಗಾಡಿಯ ಚಕ್ರದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 70 ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿದೆ. ಅದು 132 ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಚಲಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: $r = 70$ ಸೆಂ.ಮೀ., ಚಲಿಸಿದ ದೂರ = 132 ಮೀ.

∴ ಗಾಡಿಯ ಚಕ್ರದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 70$

$= 440$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಚಲಿಸಿದ ದೂರ = ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ × ಪರಿಧಿ

∴ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ}}{\text{ಪರಿಧಿ}}$

$= \frac{132 \text{ ಮೀ.}}{440 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}}$

$= \frac{13200 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}}{440 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}}$ (1ಮೀ. = 100 ಸೆಂ.ಮೀ, 132 ಮೀ.= 13200 ಸೆಂ.ಮೀ)

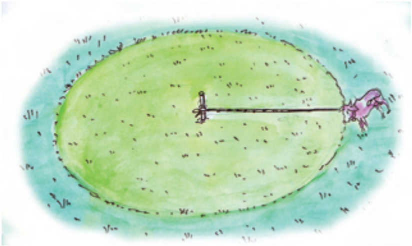
$= 30$

∴ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 30.

ಉದಾಹರಣೆ 3.10

ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪ್ರದೇಶದ ಪರಿಧಿ 44 ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಆ ಪ್ರದೇಶದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಸುವನ್ನು ಗೂಟಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಿಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಹಸುವು ಪೂರ್ಣ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಮೇಯ್ದರೆ ಹಸುವನ್ನು ಕಟ್ಟುಹಾಕಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ



ಚಿತ್ರ 3.10

ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ

ಪರಿಧಿ = 44 ಮೀ. (ದತ್ತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $2\pi r = 44$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7$ ಮೀ.

∴ ಹಸುವನ್ನು ಕಟ್ಟಿಹಾಕಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವು 7 ಮೀ. ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.11

ವೃತ್ತಕಾರದ ತೋಟದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 56 ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹10 ರಂತೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ

ಬೇಲಿಯ ಉದ್ದ = ವೃತ್ತಾಕಾರದ ತೋಟದ ಪರಿಧಿ

ತೋಟದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 56 = 352$ ಮೀ.

∴ ಬೇಲಿಯ ಉದ್ದ = 352 ಮೀ.

ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್ ಬೇಲಿಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು = ₹ 10

∴ 352 ಮೀ. ಬೇಲಿಗೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹10 × 352

= ₹ 3520

∴ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವು ₹3520 ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.12

ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹5 ರಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೈದಾನಕ್ಕೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ ₹1100 ಆದರೆ, ಆ ಮೈದಾನದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ಪರಿಧಿ $\times$ ದರ

$\therefore$ ಪರಿಧಿ = $\dfrac{\text{ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ}}{\text{ದರ}}$

ಅಂದರೆ, $2\pi r = \dfrac{1100}{5}$

$2\pi r = 220$

$\therefore 2\times\dfrac{22}{7}\times r = 220$

$r = \dfrac{220\times 7}{2\times 22}$

= 35 ಮೀ.

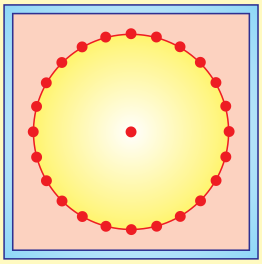
$\therefore$ ಮೈದಾನದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 35 ಮೀ.

ಚಟುವಟಿಕೆ–ವೃತ್ತೀಯ ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಹಲಗೆ

ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಲಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಮೊಳೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ)

ರಬ್ಬರ್ ಬ್ಯಾಂಡನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯಾಸಗಳು, ಜ್ಯಾಗಳು, ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಿರಿ.



ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಏನೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ?

(A) ವ್ಯಾಸ (B) ತ್ರಿಜ್ಯ (C) ಜ್ಯಾ (D) ಯಾವುದು ಇಲ್ಲ

ii) ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಏನೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ?

(A) ವ್ಯಾಸ (B) ತ್ರಿಜ್ಯ (C) ಜ್ಯಾ (D) ಯಾವುದು ಇಲ್ಲ

iii) ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಏನೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ?

(A) ವ್ಯಾಸ (B) ತ್ರಿಜ್ಯ (C) ಜ್ಯಾ (D) ಯಾವುದು ಇಲ್ಲ

iv) ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು 1ಮೀ. ಆದರೆ, ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವು

(A) 100 ಸೆಂ.ಮೀ (B) 50 ಸೆಂ.ಮೀ (C) 20 ಸೆಂ.ಮೀ (D) 10 ಸೆಂ.ಮೀ

v) 14 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು

(A) 22 ಸೆಂ.ಮೀ. (B) 44 ಸೆಂ.ಮೀ. (C) 66 ಸೆಂ.ಮೀ. (D) 88 ಸೆಂ.ಮೀ

2. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

	ತ್ರಿಜ್ಯ (r)	ವ್ಯಾಸ (d)	ಪರಿಧಿ (c)
(*i*)	35 ಸೆಂ.ಮೀ.	-----	-----
(*ii*)	-----	56 ಸೆಂ.ಮೀ.	-----
(*iii*)	-----	-----	30.8 ಸೆಂ.ಮೀ.

3. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) 35 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 84 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 119 ಸೆಂ.ಮೀ. (iv) 147 ಸೆಂ.ಮೀ.
4. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) 12.6 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 63 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 1.4 ಮೀ. (iv) 4.2 ಮೀ.
5. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪರಿಧಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) 110 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 132 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 4.4 ಮೀ. (iv) 11 ಮೀ.
6. ಒಂದು ಎತ್ತಿನ ಗಾಡಿಯ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸವು 2.1ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಅದು 100 ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7. ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ವ್ಯಾಸವು 98ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹4ರಂತೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. ಒಂದು ಚಕ್ರವು 20 ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ 66 ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿದರೆ, ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. 35ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸೈಕಲ್ ಚಕ್ರವು 81.40 ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿದಾಗ ಎಷ್ಟು ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ.

ಒಬ್ಬ ಕೃಷಿಕನು 70 ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸುತ್ತಾನೆ. ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲಿದ ವೆಚ್ಚವೇನು?

1.5 ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಭಾಗವನ್ನು ಹೊಳಪು ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೇನು?

ನೀವು ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ನಿಜವಾಗಿ ಯಾವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು?

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅಥವಾ ಸುತ್ತಳತೆ?

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

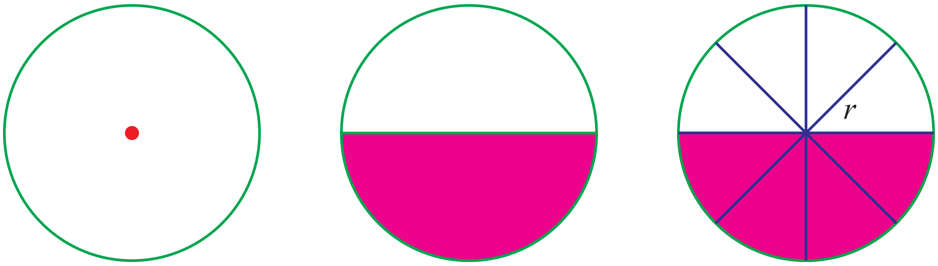
> **ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?**
>
> ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ಪ್ರದೇಶವು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪ್ರದೇಶವಾಗಿದೆ.

ಹೌದು. ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಸಂಧರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಈಗಾಗಲೇ ನೀವು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಆದರೆ ವೃತ್ತವು ವಕ್ರರೇಖೆಯಿಂದ ಉಂಟಾದ ಒಂದು ಸಮತಲ ಆಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದು, ಬೇರೆ ಸಮತಲ ಆಕೃತಿಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ.

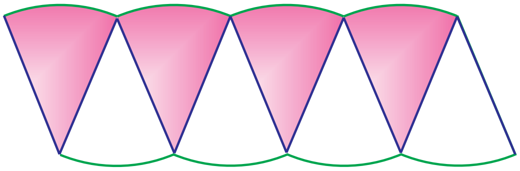
ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ಬದಲಾಗಿ ವೃತ್ತವಾಗುವ ಹೊಸ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಒಂದು ಮಂದವಾದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರ ಮೇಲೆ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಆ ವೃತ್ತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು ಬೇರ್ಪಡಿಸಿರಿ. ವೃತ್ತದ ಅರ್ಧಭಾಗವನ್ನು ಕಪ್ಪು ಮಾಡಿ, ನಂತರ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಂಟು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಡಚಿ ಮತ್ತು ಮಡಚಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿರಿ (ಚಿತ್ರ. 3.11 ನ್ನು ನೋಡಿರಿ).



ಚಿತ್ರ 3.11

ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

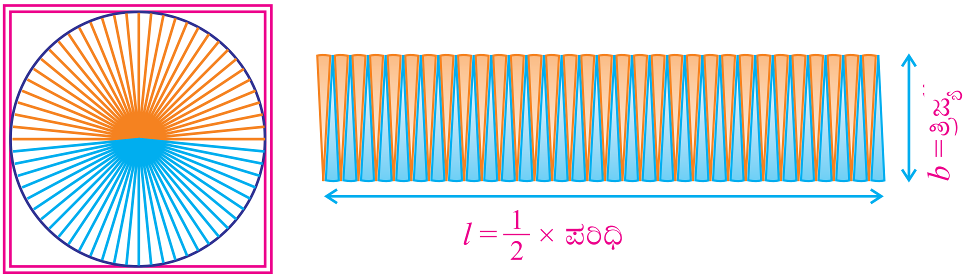


ಚಿತ್ರ 3.12

ಯಾವ ಆಕೃತಿ ಉಂಟಾಯಿತು?

ಈ ಎಂಟು ತುಂಡುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ವೃತ್ತವನ್ನು 64 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸರಿಸುಮಾರು ಆಯತವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ 3.13 ನೋಡಿರಿ)



ಚಿತ್ರ 3.13

ಈ ಆಯತದ ಅಗಲವೇನು?

ಆಯತದ ಅಗಲವು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ. .

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಗಲ $b = r$ ..... (1)

ಈ ಆಯತದ ಉದ್ದವೇನು ?

ಪೂರ್ತಿ ವೃತ್ತವನ್ನು 64 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ 32 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತದ ಉದ್ದವು 32 ಸಮಭಾಗಗಳ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ. ಇದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಅರ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ಉದ್ದ l = $\frac{1}{2}$[ವೃತ್ತದ ಪರಧಿ]

= $\frac{1}{2}[2\pi r] = \pi r$

$\therefore l$ = πr ..... (2)

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ಚಿತ್ರ 3.13 ರಿಂದ)

= $l \times b$

= $(\pi r) \times r$ ((1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ)

= πr^2 ಚದರ ಮಾನಗಳು

$\therefore$ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2 ಚದರಮಾನಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 3.13

14 ಸೆಂ.ಮೀ. ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ವ್ಯಾಸ d = 14 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ತ್ರಿಜ್ಯ r = $\frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

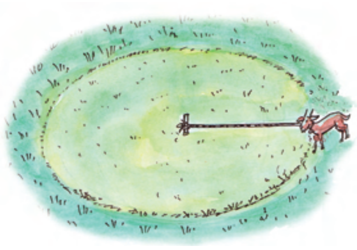
= $\frac{22}{7} \times 7 \times 7$

= 154 ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ.

$\therefore$ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 154 ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.14

3.5 ಮೀ. ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಒಂದು ಆಡನ್ನು ಕಟ್ಟಿ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಅದರಿಂದ ಹುಲ್ಲು ಮೇಯಲು ಆಗುವ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 3.14

ಪರಿಹಾರ

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ

$\therefore$ ತ್ರಿಜ್ಯ r = 3.5 ಮೀ. = $\frac{7}{2}$ ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೇಯಲ್ಪಟ್ಟ ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2 ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

= $\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

= $\frac{77}{2}$ = 38.5 ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು

$\therefore$ ಆಡಿನಿಂದ ಮೇಯಲ್ಪಟ್ಟ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 38.5 ಚದರ ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.15

ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ಪರಿಧಿಯು 176 ಮೀ. ಆದರೆ, ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಪರಿಧಿ = 176 ಮೀ. (ದತ್ತ)

$2\pi r = 176$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$

$r = \frac{176 \times 7}{44}$

$\therefore r = 28$ ಮೀ.

ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

$= \frac{22}{7} \times 28 \times 28$

$= 22 \times 4 \times 28$

$= 2464$ ಚದರ ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.16

ಒಂದು ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದರಿಂದ ಆವರಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 121 ಚದರ ಮೀ. ಆದರೆ, ಅದೇ ತಂತಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

a ಯು ಚೌಕದ ಬಾಹುವಾಗಿರಲಿ.

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 121 ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ. (ದತ್ತ)

$a^2 = 121 \Rightarrow a = 11$ ಸೆಂ.ಮೀ.$(11 \times 11 = 121)$

ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = $4a$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

$= 4 \times 11$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

$= 44$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ತಂತಿಯ ಉದ್ದ = ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ

$= 44$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ತಂತಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರಕ್ಕೆ ಬಾಗಿಸಿದಾಗ,

$\therefore$ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು = 44 ಸೆಂ.ಮೀ.

$2\pi r = 44$

$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$r = \frac{44 \times 7}{44}$

$r = 7$ ಸೆಂ.ಮೀ.

∴ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

= $\frac{22}{7}$ × 7 ಸೆಂ.ಮೀ.× 7 ಸೆಂ.ಮೀ.

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 154 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.17

ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ನಿವೇಶನವನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಸುತ್ತಿದಾಗ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವು 352ಮೀ. ಆದರೆ, ನಿವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

10 ಬಾರಿ ಸುತ್ತಿದಾಗ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = 352 ಮೀ.

ಒಂದು ಬಾರಿ ಸುತ್ತಿದಾಗ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = $\frac{352}{10}$ ಮೀ. = 35.2 ಮೀ.

ವೃತ್ತಾಕಾರ ನಿವೇಶನದ ಪರಿಧಿ = ಒಂದು ಬಾರಿ ಸುತ್ತಿದಾಗ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ

∴ ಪರಿಧಿ = 35.2 ಮೀ.

$2\pi r = 35.2$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 35.2$

$r = \frac{35.2 \times 7}{44}$

$= 0.8 \times 7$

= 5.6 ಮೀ

ವೃತ್ತಾಕಾರ ನಿವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

$= \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6$

$= 22 \times 0.8 \times 5.6$

= 98.56 ಮೀ^{2}.

∴ ವೃತ್ತಾಕಾರ ನಿವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 98.56 ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.18

ಉದ್ದ 37 ಸೆಂ.ಮೀ., ಅಗಲ 29 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಒಂದು ತಂತಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪುನರ್ ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ತಂತಿಯ ಉದ್ದ = ಆಯತಾಕಾರದ ಸುತ್ತಳತೆ

= 2 [ಉದ್ದ + ಅಗಲ]

= 2 [37 ಸೆಂ.ಮೀ. + 29 ಸೆಂ.ಮೀ.] = 2 × 66 ಸೆಂ.ಮೀ.

= 132 ಸೆಂ.ಮೀ.

ತಂತಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರ ರೂಪಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸುವುದರಿಂದ,

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = ತಂತಿಯ ಉದ್ದ

∴ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = 132

$2\pi r = 132$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 132$$

$$r = \frac{132 \times 7}{44} = 21$$

∴ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 21 ಸೆಂ.ಮೀ.

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 22 \times 3 \times 21$$

∴ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1386 ಚದುರ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳಿಗನುಗುಣವಾದ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 7 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 10.5 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 4.9ಮೀ. (iv) 6.3 ಸೆಂ.ಮೀ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಗನುಗುಣವಾದ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 1.2 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 14 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 4.2 ಮೀ. (iv) 5.6 ಮೀ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

3. ವೃತ್ತಾಕಾರ ಮೈದಾನದ ನಿವೇಶನದ ವ್ಯಾಸವು 28ಮೀ. ಪ್ರತಿ ಚದುರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹3ರಂತೆ ಮೈದಾನದ ನಿವೇಶನವನ್ನು ಮಟ್ಟಗೊಳಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?

4. 7ಮೀ. ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಹುಲ್ಲಿನ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಡನ್ನು ಗೂಟಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಲಾಗಿದೆ. ಅದರಿಂದ ಮೇಯಲು ಆಗುವ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಒಂದು ವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಸುತ್ತಳತೆ 88ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ, ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ?

6. ಒಂದು ಚಕ್ರವು 50 ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ 2200ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿದೆ. ಚಕ್ರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ವೃತ್ತಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ತಂತಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ 28ಸೆಂ.ಮೀ. ಚೌಕಾಕಾರದ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಸುತ್ತಳತೆಯು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಮವಾದರೆ, ಅದರಿಂದ ಆವೃತವಾಗುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ವೃತ್ತಾಕಾರ ನಿವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3850ಮೀ^{2}. ನಿವೇಶನದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹10 ರಂತೆ ನಿವೇಶನಕ್ಕೆ ಬೇಲಿಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?

3.3 ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ, ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಆಟದ ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಈಜು ಕೊಳದ ಸುತ್ತಲು ನಡೆಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಹೋಗುತ್ತೇವೆ.

ಉದ್ಯಾನವನದ ಪಥಮಾರ್ಗವನ್ನು ಚಿತ್ರದ ಮೂಲಕ ತೋರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ನೀವು ಇಂತಹ ಪಥಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದರೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವೇನಿಲ್ಲ?

ಆಯತಾಕಾರದ ಈಜು ಕೊಳದ ಸುತ್ತಲಿನ ಪಥವು ಚಿತ್ರಪಟವನ್ನು ಸುತ್ತುವರಿದ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುದ್ದಾಗಿದೆ?

ನೀವು ಇನ್ನೂ ಮುಂತಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ?

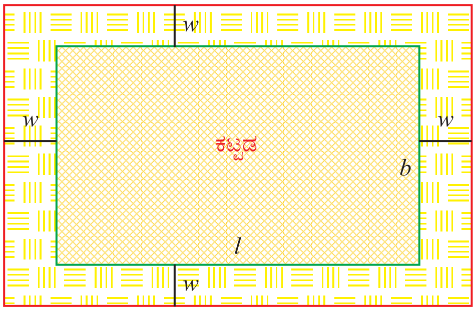
ನಾವು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ

- ಆಯಾತಾಕಾರದ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
- ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆಯತಾಕಾರದ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(a) ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆಯತಾಕಾರದ ಕಟ್ಟಡವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ ಒಂದು ಏಕರೂಪ ತೋಟ ಕಟ್ಟಡದ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ. ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?



ಚಿತ್ರ 3.15

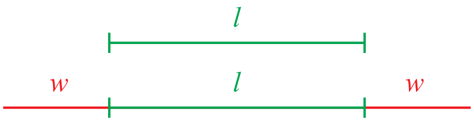
ಕಟ್ಟಡವನ್ನೊಳಗೊಂಡಂತೆ ಏಕರೂಪ ತೋಟದ ಆಕಾರವು ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಹೊರ ಆಯತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಕಟ್ಟಡವನ್ನು ಒಳ ಆಯತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

l ಮತ್ತು b ಎಂಬುದು ಕಟ್ಟಡದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವಾಗಿರಲಿ.

$\therefore$ ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= l\,b$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

w ಎಂಬುದು ತೋಟದ ಅಗಲವಾಗಿದೆ.

ಹೊರ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವೇನು?



ಚಿತ್ರ 3.16

ಹೊರ ಆಯತದ ಉದ್ದ(L) $= w + l + w = (l + 2w)$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

ಹೊರ ಆಯತದ ಅಗಲ (B) $= w + b + w = (b + 2w)$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

$\therefore$ ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=$ L $\times$ B ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು

$= (l + 2w)(b + 2w)$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

ಈಗ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇನು?

ನಿಜವಾಗಿ, ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎರಡು ಆಯತಗಳ ನಡುವಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತವಾದ ಪಥಮಾರ್ಗವಾಗಿದೆ.

$\therefore$ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=$ (ಕಟ್ಟಡ ಮತ್ತು ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) $-$ (ಕಟ್ಟಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ,

ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (l + 2w)\,(b + 2w) - lb.$

ಉದಾಹರಣೆ 3.19

ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 360 ಮೀ^{2}. ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 280 ಮೀ^{2}. ಎರಡು ಆಯತಗಳು ಏಕರೂಪ ಪಥಮಾರ್ಗವನ್ನೊಳಗೊಂಡರೆ, ಪಥ ಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇನು?

ಪರಿಹಾರ

ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (360 – 280) ಮೀ^{2}.

= 80 ಮೀ^{2}.

∴ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 80 ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.20

ಕಟ್ಟಡದ ಉದ್ದ 20 ಮೀ. ಮತ್ತು 10 ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಕಟ್ಟಡದ ಹೊರ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 1ಮೀ. ಅಗಲದ ಪಥವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದರೆ, ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಒಳ ಆಯತ (ದತ್ತ)	ಹೊರ ಆಯತ
l = 20 ಮೀ. b = 10 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l \times b$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 20 m × 10 ಮೀ. = 200 ಮೀ^{2}.	ಅಗಲ, w = 1 ಮೀ. L = $l + 2w$ = 20 + 2 = 22 ಮೀ. B = $b + 2w$ = 10 + 2 = 12 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(l + 2w)(b + 2w)$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 22 ಮೀ. × 12 ಮೀ. = 264 ಮೀ^{2}.

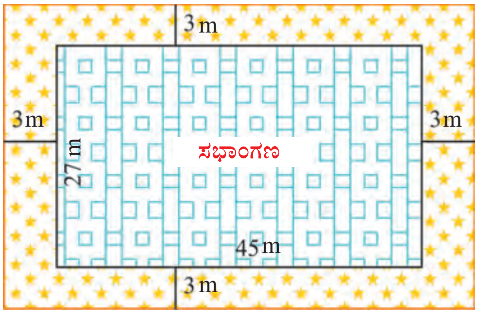
ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (264 – 200) ಮೀ^{2}. = 64 ಮೀ^{2}.

∴ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 64 ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.21

ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಸಭಾಂಗಣದ ಉದ್ದ 45 ಮೀ. ಮತ್ತು ಅಗಲ 27 ಮೀ. ಈ ಸಭಾಂಗಣವು 3 ಮೀ. ಅಗಲದ ಆವರಣದಿಂದ ಸುತ್ತುವರಿದಿದೆ. ಆವರಣದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀ.ಗೆ ₹100 ನಂತೆ ಆವರಣಕ್ಕೆ ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 3.17

ಪರಿಹಾರ

ಒಳ ಆಯತ (ದತ್ತ)	ಹೊರ ಆಯತ
l = 45 ಮೀ. b = 27 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 45ಮೀ. × 27 ಮೀ. = 1215 ಮೀ^{2}.	ಅಗಲ, w = 3 ಮೀ. L = $l + 2w$ = 45 + 6 = 51 ಮೀ. B = $b + 2w$ = 27 + 6 = 33 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 51ಮೀ. × 33 ಮೀ. = 1683 ಮೀ^{2}.

(i) ಆವರಣದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (1683 – 1215) ಮೀ^{2}.

= 468 ಮೀ^{2}.

∴ ಆವರಣದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 468 ಮೀ^{2}. (ಅಥವಾ) 468 ಚದರ ಮೀ.

(ii) 1 ಚದರ ಮೀ. ಗೆ ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹100

468 ಚದರ ಮೀ. ಗೆ ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹100 × 468

= ₹46,800

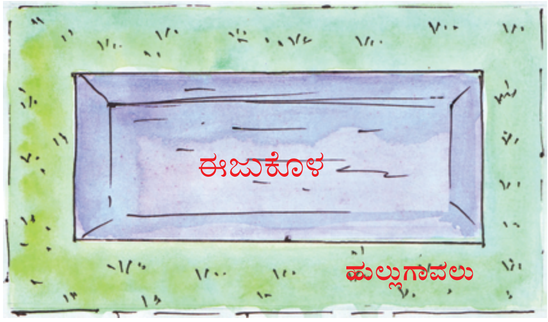
∴ ಆವರಣಕ್ಕೆ ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹46,800

(b) ಆಯತಾಕಾರದ ಒಳ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆಯತಾಕಾರದ ಮೈದಾನದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಈಜುಕೊಳವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ, ಅದರ ಸುತ್ತಲೂ ಹುಲ್ಲುಗಾವಲನ್ನು ಕಾಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಏಕರೂಪ ಅಗಲದ ಮೈದಾನವನ್ನು ಬಿಡಲಾಗಿದೆ.

ಕೊಳದ ಹೊರ ಪಥ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಹುಲ್ಲುಗಾವಲನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಹುಲ್ಲನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀ. ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವು ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ, ಹುಲ್ಲುಗಾವಲಿನ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 3.18

ಇಲ್ಲಿ ಆಯತಾಕಾರದ ಮೈದಾನವು ಹೊರ ಆಯತವಾಗಿದೆ ಹಾಗೂ l ಮತ್ತು b ಎಂಬವು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವಾಗಿದೆ.

∴ ಹೊರ ಆಯತ ಮೈದಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l\,b$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

w ಎಂಬುದು ಪಥಮಾರ್ಗದ ಅಗಲವಾದರೆ (ಹುಲ್ಲುಗಾವಲು), ಈಜುಕೊಳದ ಉದ್ದವೇನು?

ಈಜುಕೊಳದ ಉದ್ದ = $l - w - w$

= $l - 2w$

ಈಜುಕೊಳದ ಅಗಲ = $b - w - w$

= $b - 2w$

∴ ಈಜುಕೊಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ಒಳ ಆಯತ) = $(l - 2w)(b - 2w)$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

ಹುಲ್ಲುಗಾವಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಮೈದಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಈಜುಕೊಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ,

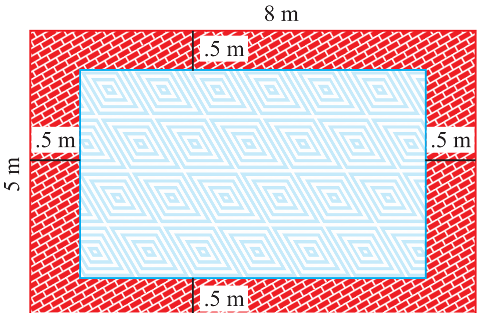
ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= $lb - (l - 2w)\,(b - 2w)$

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ

ಉದಾಹರಣೆ 3.22

ಕೊಠಡಿಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 ಮೀ. ಮತ್ತು 5 ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಒಳ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 0.5 ಮೀ.ಗೆ ಏಕರೂಪ ಅಗಲವಿರುವ ಎಲ್ಲೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ಎಲ್ಲೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 3.19

ಪರಿಹಾರ

ಹೊರ ಆಯತ (ದತ್ತ)	ಒಳ ಆಯತ
l = 8 ಮೀ. b = 5 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 8ಮೀ. × 5 ಮೀ. = 40 ಮೀ^{2}.	ಅಗಲ, w = 0.5 ಮೀ. L = $l - 2w$ = (8 – 1) ಮೀ. =7 ಮೀ. B = $b - 2w$ = (5 – 1) ಮೀ. =4 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= 7ಮೀ. × 4 ಮೀ. = 28 ಮೀ^{2}.

ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (40 – 28) ಮೀ^{2}.

= 12 ಮೀ^{2}.

∴ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಎಲ್ಲೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 12 ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.23

ಒಂದು ರತ್ನಗಂಬಳಿಯ ಅಳತೆಯು 3 ಮೀ. × 2 ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಎಲ್ಲಾ ತುದಿಗಳನ್ನು 0.25 ಮೀ. ಅಗಲಕ್ಕೆ ಕತ್ತರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರತ್ನಗಂಬಳಿಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಕತ್ತರಿಸಿದ ತುಂಡುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಹೊರ ಆಯುತದ ರತ್ನಗಂಬಳಿಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ ಮುಂಚೆ	ಒಳ ಆಯುತದ ರತ್ನಗಂಬಳಿಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದ ನಂತರ
l = 3 ಮೀ. b = 2 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= 3 ಮೀ. × 2 ಮೀ. = 6 ಮೀ^{2}.	ಅಗಲ, w = 0.25 ಮೀ. L = $l - 2w$ = (3 – 0.5) ಮೀ. = 2.5 ಮೀ. B = $b - 2w$ = (2 – 0.5) ಮೀ. = 1.5 ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2.5ಮೀ. × 1.5ಮೀ. = 3.75 ಮೀ^{2}.

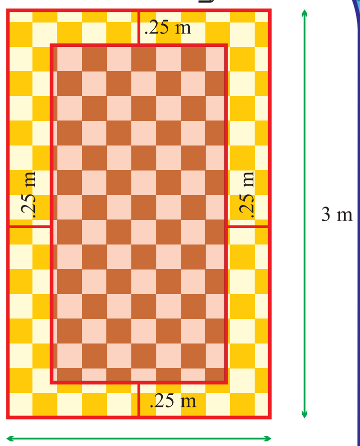
ರತ್ನಗಂಬಳಿ ಎಳೆಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದ ನಂತರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= 3.75 ಮೀ^{2}.

ಕತ್ತರಿಸಿದ ಎಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ರತ್ನಗಂಬಳಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (6 – 3.75) ಮೀ^{2}.

= 2.25 ಮೀ^{2}.

$\therefore$ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಎಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2.25 ಮೀ^{2}.



ಚಿತ್ರ 3.20

ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಒಳ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ, ಆಗ ಹೊರ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು $l + 2w$, $b + 2w$ ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ w ಎಂಬುದು ಪಥಮಾರ್ಗದ ಅಗಲವಾಗಿದೆ.

ಹೊರ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ, ಆಗ ಒಳ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು ಕ್ರಮವಾಗಿ $l - 2w$, $b - 2w$ ಆಗಿದೆ.

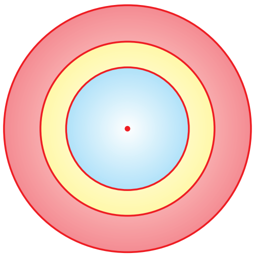
ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. 60ಮೀ.$\times$ 40ಮೀ. ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಆಟದ ಮೈದಾನದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು 3ಮೀ. ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಆಟದ ಮೈದಾನದ ಉದ್ದವು 80ಮೀ. ಮತ್ತು ಅಗಲ 60ಮೀ. ಆಗಿದೆ. 2ಮೀ. ಅಗಲವಿರುವ ಸಿಮೆಂಟ್‌ನಿಂದಾದ ಪಥಮಾರ್ಗವನ್ನು ಅದರ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತಲು ನಿರ್ಮಿಸಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀ.ಗೆ ₹20 ರಂತೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಪಥಮಾರ್ಗವನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. 30ಮೀ. $\times$ 20ಮೀ. ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನವಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀ.ಗೆ ₹10 ರಂತೆ 1.5ಮೀ. ಅಗಲದ ಪಥಮಾರ್ಗವನ್ನು ಉದ್ಯಾನವನದ ಸುತ್ತಲೂ ನಿರ್ಮಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?
4. 50ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದ ಮತ್ತು 30ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲದ ರಟ್ಟಿನ ಕಾಗದ ಮೇಲೆ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 2.5ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಿಟ್ಟು ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. 10ಮೀ. ಉದ್ದದ ಮತ್ತು 7ಮೀ. ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಅಂಗಳದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಿಂದ 1ಮೀ. ಬದಿಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಜಮಖಾನವನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಜಮಖಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹಾಗೂ ಮುಚ್ಚಲ್ಪಡದ ತಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. ಚಿತ್ರಪಟದ ಹೊರಭಾಗದ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದ ಅಳತೆಯು 80ಸೆಂ.ಮೀ.$\times$50ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಸುತ್ತಲು 3ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲದ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದರೆ, ನಿಮ್ಮ ಕಣ್ಣಿಗೆ ಕಾಣುವ ಚಿತ್ರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವೃತ್ತೀಯ ಪಥಮಾರ್ಗ

ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳು

ಒಂದೇ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆದರೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

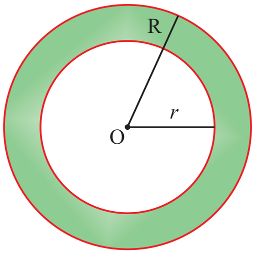

ಚಿತ್ರ 3.21

ವೃತ್ತೀಯ ಪಥಮಾರ್ಗ

ನಡೆದಾಡಲು ಒಂದು ವೃತ್ತೀಯ ಉದ್ಯಾನವನದ ಸುತ್ತಲು ಸಮ ಅಗಲವಿರುವ ಒಂದು ಹಾದಿಯನ್ನು ಬಿಡಲಾಗಿದೆ.

ನೀವು ಈ ಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಹೌದು. ಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎರಡು ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ 3.22 ರಲ್ಲಿ O ಎಂಬುದು ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. ಹೊರ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು R ಮತ್ತು ಒಳ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು r ಎಂದಿರಲಿ.



ಚಿತ್ರ 3.22

ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲಾಗಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ವೃತೀಯ ಬಳೆ ಅಥವಾ ವೃತ್ತೀಯ ಪಥಮಾರ್ಗ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅಂದರೆ ವೃತ್ತೀಯ ಪಥಮಾರ್ಗವು ಎರಡು ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ಆವೃತ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಪಥಮಾರ್ಗದ ಅಗಲ $w = R - r$ ಮಾನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ $w = R - r \Rightarrow R = w + r$ ಮಾನಗಳು

$r = R - w$ ಮಾನಗಳು

ವೃತ್ತೀಯ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಹೊರ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

∴ ವೃತೀಯು ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi(R^2 - r^2)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

$= \pi(R + r)(R - r)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

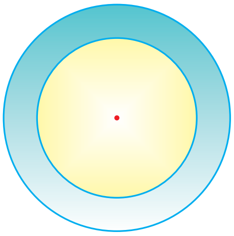
ಉದಾಹರಣೆ 3.24

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 14 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎಂದಾದರೆ

(i) ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(ii) ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(iii) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲಾಗಿರುವ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 3.23

ಪರಿಹಾರ

(i) ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತ

R = 14

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi R^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 22 \times 28$

= 616 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

(ii) ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತ

$r = 7$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 22 \times 7$

= 154 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

(iii) ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲಾಗಿರುವ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= (ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (616 – 154) ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

= 462 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.25

5 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯಿಂದ 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದರೆ, ಉಳಿದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : R = 5 ಸೆಂ.ಮೀ., r = 3 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಉಳಿದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi(R^2 - r^2)$

$= 3.14\ (5^2 - 3^2)$

$= 3.14\ (25 - 9)$

$= 3.14 \times 16$

$= 50.24$ ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ಹೊರ ವೃತ್ತ	ಒಳ ವೃತ್ತ
R = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.	r = 3 ಸೆಂ.ಮೀ.
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πR^2 ಚದರ ಮಾನಗಳು	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2 ಚದರ ಮಾನಗಳು
$= 3.14 \times 5 \times 5$	$= 3.14 \times 3 \times 3$
$= 3.14 \times 25$	$= 3.14 \times 9$
= 78.5 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.	= 28.26 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

ಉಳಿದ ಹಾಳೆಯ = (ಹೊರ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (ಒಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (78.5 – 28.26) ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

= 50.24 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

$\therefore$ ಉಳಿದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 50.24 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

ಉದಾಹರಣೆ 3.26

ಒಂದು ವೃತ್ತೀಯ ಹೂವಿನ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 500 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. ಆಗಿದೆ. ನೀರನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಸಾಧನವನ್ನು ತೋಟದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ತ್ರಿಜ್ಯವು 12ಮೀ. ಆದರೆ, ಇದು ಪೂರ್ಣ ತೋಟಕ್ಕೆ ನೀರನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುತ್ತದೆಯೇ? (π = 3.14 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 500 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

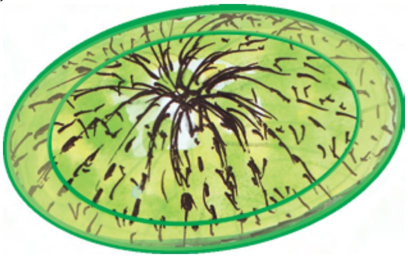
ನೀರನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಸಾಧನದಿಂದ

ಸುತ್ತುವರಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 12 \times 12$

$= 3.14 \times 144$

= 452 .16 ಮೀ^{2}.



ಚಿತ್ರ 3.24

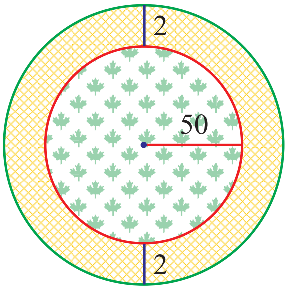
ಆದ್ದರಿಂದ, ನೀರನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಸಾಧನದಿಂದ ಸುತ್ತವರಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ವೃತ್ತೀಯ ಹೂದೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣ ತೋಟಕ್ಕೆ ನೀರನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಸಾಧನದಿಂದ ನೀರನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.27

50 ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತೀಯ ಉದ್ಯಾನವನದ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿ 2 ಮೀ. ಅಗಲವಿರುವ ಏಕರೂಪ ವೃತ್ತೀಯ ಪಥವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹5 ರಂತೆ ವೃತ್ತೀಯ ಪಥವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: r = 50ಮೀ., w = 2 ಮೀ., R = $r + w$ = 50 + 2 = 52 ಮೀ.



ಚಿತ್ರ 3.25

ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi(R+r)(R-r)$

$= 3.14 \times (52+50)(52-50)$

$= 3.14 \times 102 \times 2$

$= 3.14 \times 204$

$= 640.56$ ಮೀ^{2}.

1 ಚದರ ಮೀ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಪಥವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹5

40.56 ಮೀ^{2}. ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಪಥವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹5 × 640.56

= ₹3202.80

∴ ಪಥವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹3202.80

ಅಭ್ಯಾಸ 3.5

1. ಒಂದು ಸರ್ಕಸ್ ಡೇರಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 50ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಕಲೆಗಾರರ ಕೈ ಚಳಕಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಬಳೆಯಾಕಾರದ ವೇದಿಕೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯವು 20ಮೀ. ಆದರೆ, ಪ್ರೇಕ್ಷಕರಿಗೆ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π =3.14 ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

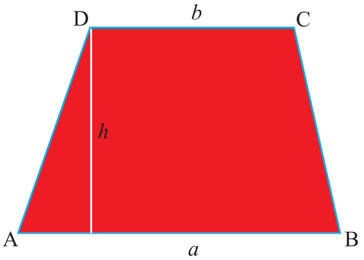
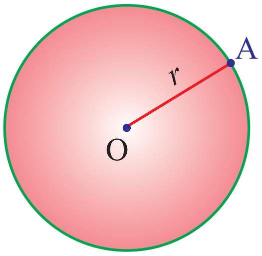
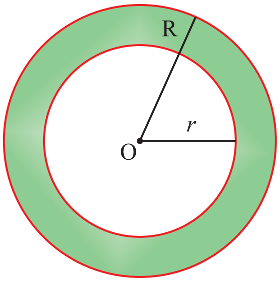
2. 30ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತೀಯ ಪ್ರದೇಶವು ತನ್ನ ಎಲ್ಲೆಯ ಒಳ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 3ಮೀ. ಅಗಲದ ವೃತ್ತೀಯ ಪಥವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π =3.14 ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

3. ಒಂದು ಬಳೆಯಾಕಾರದ ಲೋಹದ ತಟ್ಟೆಯ ಒಳ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಹೊರ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 10.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಸಾಮಗ್ರಿಯ ಪ್ರತಿ ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ. ಗೆ ₹5 ರಂತೆ 25 ಬಳೆಗಳಿಗೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. 3ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಬಾವಿಯು ತನ್ನ ಸುತ್ತಲು 1.5 ಮೀ. ಸಮಾನ ಅಗಲವಿರುವ ಜಗಲಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಜಗಲಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π =3.14 ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

5. 56ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನವು ತನ್ನ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿ 2.5ಮೀ. ಅಗಲದ ಏಕರೂಪ ವೃತ್ತೀಯ ಪಥವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಮೀ^{2}. ಗೆ ₹5 ರಂತೆ ಪಥವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π =3.14 ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ)

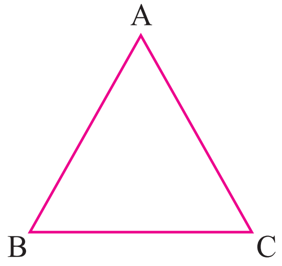
ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

ಚಿತ್ರ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಸೂತ್ರ
 ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ	$\frac{1}{2}$ × ಎತ್ತರ × ಸಮನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಎತ್ತರ	$\frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು
 ವೃತ್ತ	ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ = $2 \times \pi \times$ ತ್ರಿಜ್ಯ	$2\pi r$ ಮಾನಗಳು
	ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi \times$ ತ್ರಿಜ್ಯ × ತ್ರಿಜ್ಯ	πr^2 ಚದರ ಮಾನಗಳು
ಆಯಾತಾಕಾರದ ಪಥಮಾರ್ಗ	i) ಆಯಾತಾಕಾರದ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಹೊರ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಒಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
 ವೃತ್ತೀಯ ಪಥಮಾರ್ಗ	ii) ವೃತ್ತೀಯ ಪಥಮಾರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಹೊರ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಒಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi\ (R^2 - r^2)$ ಚ. ಮಾನಗಳು $= \pi\ (R + r)\ (R - r)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

4 ರೇಖಾಗಣಿತ

4.1 ತ್ರಿಭುಜ: ಪುನರಾವರ್ತನೆ (Triangle: Revision)

ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಸಮತಲಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.1

ಚಿತ್ರ 4.1ರಲ್ಲಿ AB, BC ಮತ್ತು CA ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಆವೃತ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇದು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ΔABC ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ΔABC ಅಥವಾ ΔBCA ಅಥವಾ ΔCAB ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಬಹುದು.

ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರ 4.1ರಲ್ಲಿ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ಮತ್ತು $\overline{CA}$ ಎಂಬುವು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರ 4.1ರಲ್ಲಿ A, B ಮತ್ತು C ಎಂಬುವು ΔABC ಯ ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸಂಧಿಸಿದಾಗ, ಆ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 4.1ರಲ್ಲಿ $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ಗಳು B ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಆ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ. B ನಲ್ಲಿರುವ ಈ ಕೋನವನ್ನು ಕೋನ B ಅಥವಾ $\angle B$ ಅಥವಾ $\angle ABC$ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜವು $\angle A$, $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಎಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 4.1ರಲ್ಲಿ ΔABC ಯ

ಬಾಹುಗಳು	:	$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$
ಕೋನಗಳು	:	$\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$
ಶೃಂಗಗಳು	:	A, B, C

A, B, C ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹುವು ಕ್ರಮವಾಗಿ BC, AC ಮತ್ತು AB ಆಗಿವೆ. BC, CA ಮತ್ತು AB ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನವು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle A$, $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಆಗಿವೆ.

ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಆಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಇದು ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು, ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

4.2 ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಗಳು (Types of Triangles)

ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ (Based on sides)

ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದರೆ, ಅದನ್ನು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದರೆ, ಅದನ್ನು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಅಸಮವಾದರೆ, ಅದನ್ನು ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಕೋನಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ (Based on angles)

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನ ಮತ್ತು ಇನ್ನುಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಲಘು ಕೋನಗಳಾದರೆ, ಅದನ್ನು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು ವಿಶಾಲಕೋನ ಮತ್ತು ಇನ್ನುಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಲಘು ಕೋನಗಳಾದರೆ, ಅದನ್ನು ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಲಘುಕೋನಗಳಾದರೆ ಅದನ್ನು ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

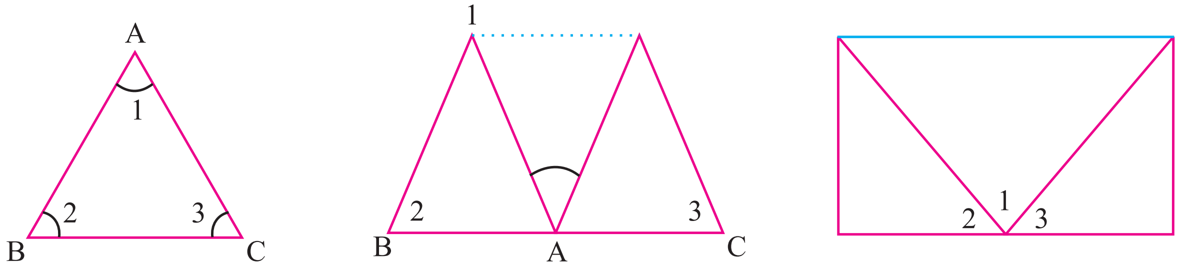
4.3 ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ (Angle sum property of a triangle):

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

7ಸೆಂ.ಮೀ., 5ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 13ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಚಟುವಟಿಕೆ 1 :

ಚಿತ್ರ 4.2 (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಹಾಳೆಯ ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 1,2 ಮತ್ತು 3 ಎಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



(i) (ii) (iii)

ಚಿತ್ರ 4.2

ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಚಿತ್ರ 4.2 (ii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ BC ಬಾಹುವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ A ಶೃಂಗವನ್ನು ಮಡಚಿರಿ. ಚಿತ್ರ 4.2 (iii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು B ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಮಡಚಿರಿ. $\angle 1$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ಎಂಬುದು ಸರಳರೇಖೆ ಉಂಟುಮಾಡುವುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡುತ್ತೀರಿ.

ಇದರಿಂದ ನೀವು ಗಮನಿಸುದೇನೆಂದರೆ,

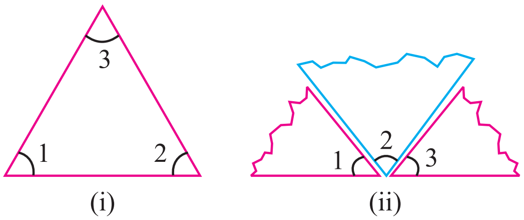
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 2 :

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಮೂರು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ. ಚಿತ್ರ 4.3 (ii) ರಲ್ಲಿತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಯೋಜಿಸಿರಿ. ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ. ಈ ಕೋನವು ಸರಳ ಕೋನವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ 180° ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.3

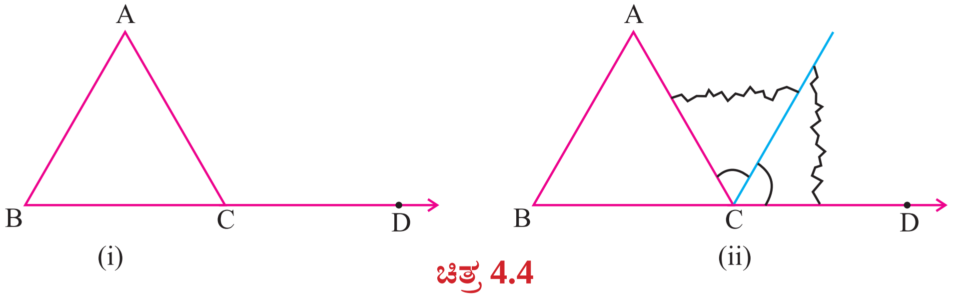
ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಚಿಂತಿಸಿರಿ.

1. 60° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ?
2. ಎರಡು ಲಂಬಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ?

4.4 ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಮತ್ತು ಇದರ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು (Exterior angle of a triangle and its property)

ಚಟುವಟಿಕೆ 3 :



ಚಿತ್ರ 4.4

ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು 4.4 (i) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅದರ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು BC ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿ ಮುಂದುವರಿಸಿ. C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ACD ಕೋನವನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ. ಈ ಕೋನವು ΔABCಗೆ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿದ್ದು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗಿದೆ.

$\angle$ACD ಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನವು $\angle$BCA ಆಗಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ಇನ್ನುಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಅಂದರೆ $\angle$ A ಮತ್ತು $\angle$ B ಗಳನ್ನು ಎರಡು ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

$\angle$A ಮತ್ತು $\angle$ B ಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ(ಅಥವಾ ಅಚ್ಚು ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ) ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 4.4 (ii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಪಾರ್ಶ್ವವಾಗಿ(ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ) ಜೋಡಿಸಿ.

ಈ ಎರಡು ತುಂಡುಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ $\angle$ACD ಯನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ.

ಇದರಿಂದ ನಾವು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಎರಡು ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಮತ್ತು ಅದರ ಎರಡು ಒಳ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

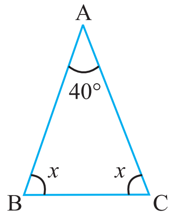
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು 4.4 (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದರ ಒಂದು ಬಾಹು BC ಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ. C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ $\angle ACD$ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಬಳಸಿ $\angle ACD$, $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಅಳೆಯಿರಿ.

$\angle A + \angle B$ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು $\angle ACD$ ಅಳತೆಯೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಹೋಲಿಸಿರಿ. $\angle ACD = \angle A + \angle B$ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಾ?

ಉದಾಹರಣೆ 4.1

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$$

$$40^\circ + x + x = 180^\circ$$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$$40^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 40^\circ$$

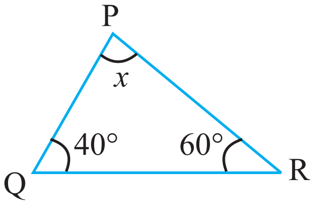
$$2x = 140^\circ$$

$$x = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

x ನ ಬೆಲೆ $= 70^\circ$

ಉದಾಹರಣೆ 4.2

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು 40° ಮತ್ತು 60° ಆದರೆ, ಮೂರನೆಯ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$$\angle RPQ + \angle PQR + \angle QRP = 180^\circ$$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$$x + 40^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 100^\circ = 180^\circ$$

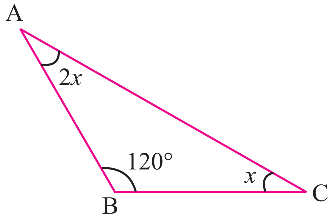
$$x = 180^\circ - 100^\circ$$

$$= 80^\circ$$

$\therefore$ ಮೂರನೆಯ ಕೋನ $x = 80^\circ$

ಉದಾಹರಣೆ 4.3

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\angle A$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$$2x + 120^\circ + x = 180^\circ$$

$3x + 120° = 180°$

$3x = 180° - 120°$

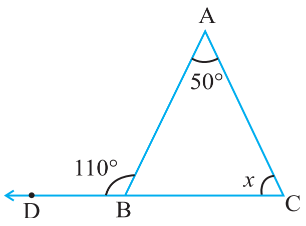
$3x = 60°$

$x = \frac{60°}{3}$

$= 20°$

$\therefore \angle A = 2x = 2 \times 20° = 40°$

ಉದಾಹರಣೆ 4.4



ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ $= \angle ABD = 110°$.

ಎರಡು ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= \angle BCA + \angle CAB$

$= x + 50°$

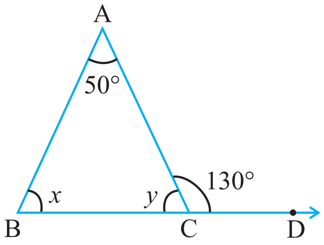
$x + 50° = 110°$ (ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ)

$x = 110° - 50°$

$= 60°$

$\therefore$ x ನ ಬೆಲೆಯು 60° ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4.5



ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, x ಮತ್ತು y ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ,

ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ $= \angle DCA = 130°$

$50° + x = 130°$ (ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ)

$x = 130° - 50°$

$= 80°$

ΔABC ಯಲ್ಲಿ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$50° + x + y = 180°$

$50° + 80° + y = 180°$

$130° + y = 180°$

$y = 180° - 130°$

$= 50°$

$\therefore$ $x = 80°$ ಮತ್ತು $y = 50°$.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

$\angle ACB + \angle DCA = 180°$ (ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$y + 130° = 180°$

$y = 180° - 130°$

$= 50°$

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$50° + x + y = 180°$

$50° + x + 50° = 180°$

$100° + x = 180°$

$x = 180° - 100°$

$= 80°$

$\therefore$ $x = 80°$ ಮತ್ತು $y = 50°$.

ಉದಾಹರಣೆ 4.6

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳು $3x + 5°$, $x + 20°$, $x + 25°$ ಆದರೆ, ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 180°$

$3x + 5° + x + 20° + x + 25° = 180°$

$5x + 50° = 180°$

$5x = 180° - 50°$

$5x = 130°$

$x = \frac{130°}{5}$

$= 26°$

$3x + 5° = (3 \times 26°) + 5° = 78° + 5° = 83°$

$x + 20° = 26° + 20° = 46°$

$x + 25° = 26° + 25° = 51°$

$\therefore$ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 83°, 46° ಮತ್ತು 51° ಆಗಿವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360°

ii) ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆಯು

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

iii) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳಾಗಿರಬಹುದು?

(A) $50^\circ, 30^\circ, 105^\circ$ (B) $36^\circ, 44^\circ, 90^\circ$ (C) $70^\circ, 30^\circ, 80^\circ$ (D) $45^\circ, 45^\circ 80^\circ$

iv) ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು 40° ಮತ್ತು 60° ಆದರೆ, ಮೂರನೆಯ ಕೋನವು

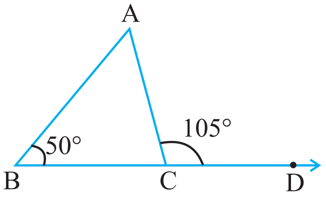
(A) 20° (B) 40° (C) 60° (D) 80°

v) ΔABC ಯಲ್ಲಿ, BC ಯನ್ನು D ಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ ಮತ್ತು

$\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACD = 105^\circ$ ಆದರೆ, $\angle BAC =$

(A) 75° (B) 15°

(C) 40° (D) 55°



2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

(i) $\angle A = 25^\circ$ $\angle B = 35^\circ$ $\angle C = 120^\circ$

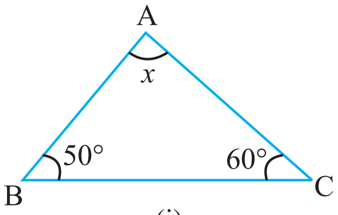
(ii) $\angle P = 90^\circ$ $\angle Q = 30^\circ$ $\angle R = 50^\circ$

(iii) $\angle X = 40^\circ$ $\angle Y = 70^\circ$ $\angle Z = 80^\circ$

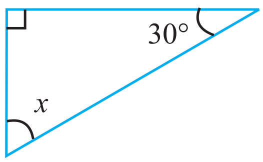
3. ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಮೂರನೆಯ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $75^\circ, 45^\circ$ (ii) $80^\circ, 30^\circ$ (iii) $40^\circ, 90^\circ$ (iv) $45^\circ, 85^\circ$

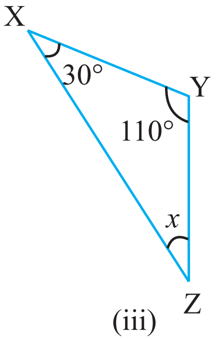
4. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



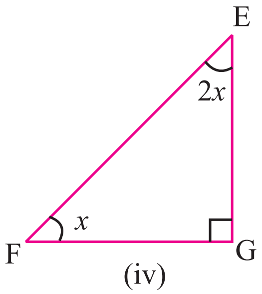
(i)



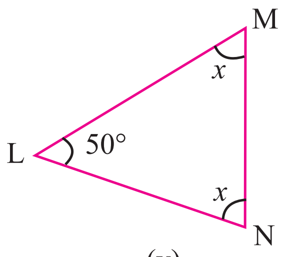
(ii)



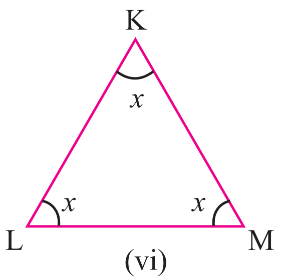
(iii)



(iv)

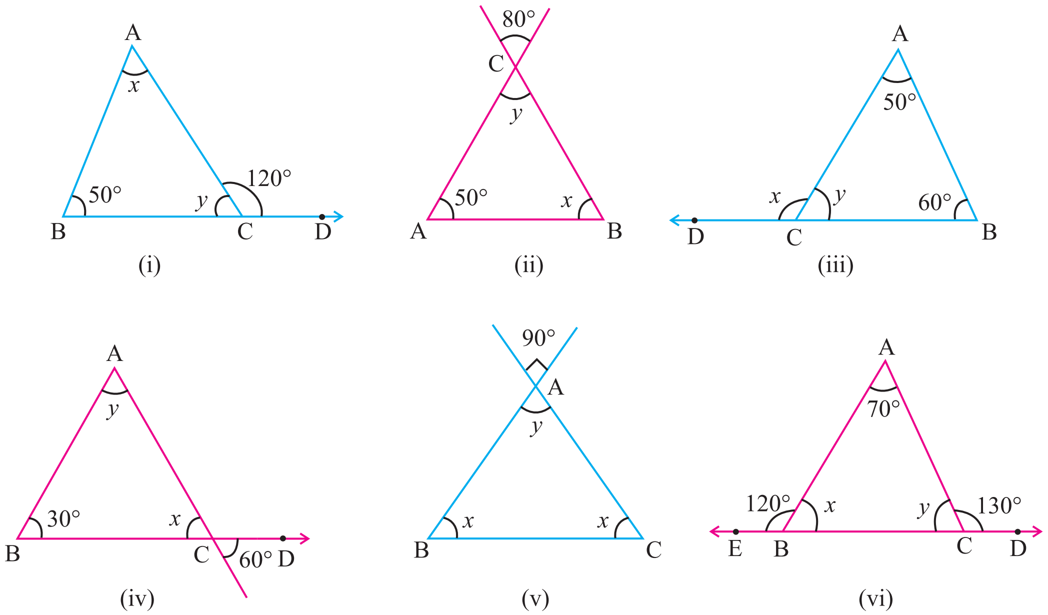


(v)



(vi)

5. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ, x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



6. ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳು $x + 5°$, $x + 10°$ ಮತ್ತು $x + 15°$ ಆದರೆ, x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

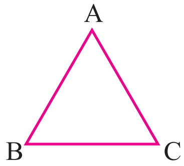
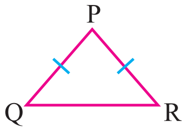
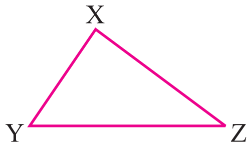
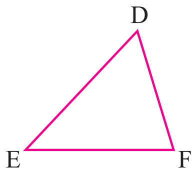
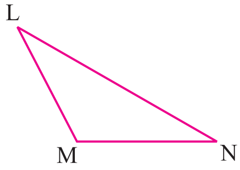
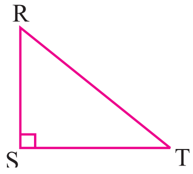
1. ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
2. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನವು ಎರಡು ಒಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

5 ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

5.1 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಧಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ನಾವು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಧಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ

		ಸಂಖ್ಯೆ	ತ್ರಿಭುಜದ ಹೆಸರು	ಚಿತ್ರ	ಸೂಚನೆ
ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ	ಬಾಹುಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ	1	ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ		ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
		2	ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ		ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
		3	ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ		ಬಾಹುಗಳು ಅಸಮ
	ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ	4	ಲಘು ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ		ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಲಘು (90° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ)
		5	ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ		ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಕೋನವು ವಿಶಾಲ (90° ಗಿಂತ ಅಧಿಕ)
		6	ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ		ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬ (90°)

ತ್ರಿಭುಜದ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

1. ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.
2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆ.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಮಗೆ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಪಕ್ಷ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕೊಡಲೇಬೇಕು. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(i) ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು (ಬಾಬಾಬಾ).

(ii) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ (ಬಾಕೋಬಾ).

(iii) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹು (ಕೋಬಾಕೋ).

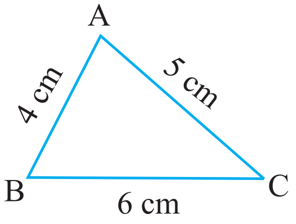
(i) ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು (ಬಾಬಾಬಾ ಅಳತೆ)

ಉದಾಹರಣೆ 5.1

AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ., BC =6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು AC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದಾಗ ತ್ರಿಭುಜ ABC ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಕರಡು ಚಿತ್ರ

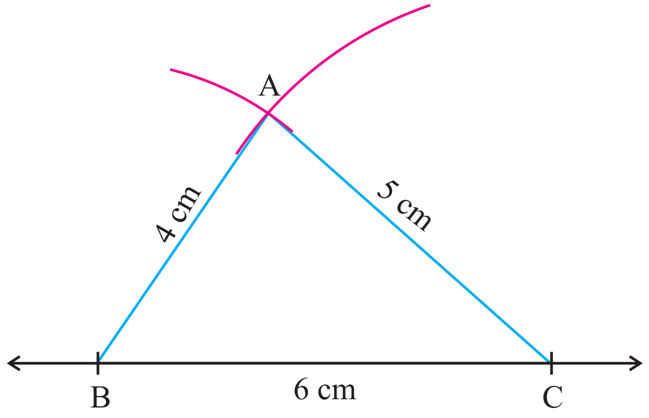


ದತ್ತ ಅಳತೆಗಳು:

AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.

BC = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.

AC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.



ರಚನೆಯ ಹಂತಗಳು

ಹಂತ 1 : BC = 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ರೇಖಾ ಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 2 : 'B' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು BC ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 3 : 'C' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸವನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಕಂಸದಲ್ಲಿ 'A' ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 4 : AB ಮತ್ತು AC ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
ಇದು ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ABC ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

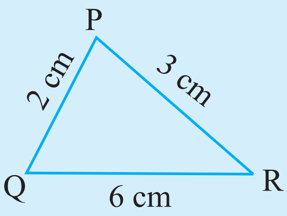
ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

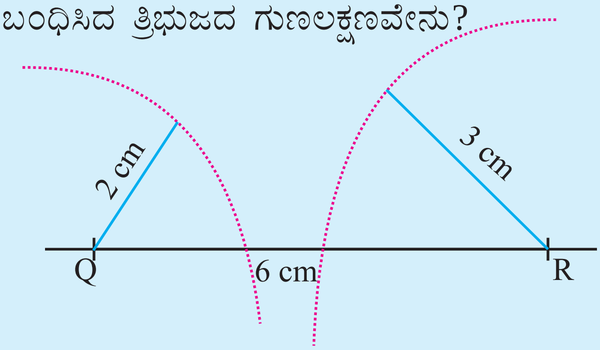
ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು PQ = 2 ಸೆಂ.ಮೀ., QR = 6 ಸೆಂ.ಮೀ., PR =3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಮೊದಲು QR = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ನ್ನು ಎಳೆದು ನಂತರ P ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದನು ಮತ್ತು R ನ್ನು ಕೇಂದವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದನು. ಆದರೆ ಅವು P ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿಲ್ಲ.

(i) ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನು?

(ii) ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣವೇನು?



ಕರಡು ಚಿತ್ರ



ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಅರ್ಧಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಎಲ್ಲಾ ಅರ್ಧಕಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುವು ಅಂತರ್ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ.

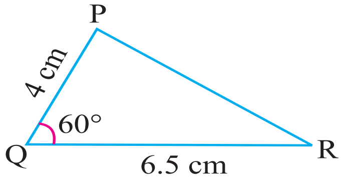
(ii) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು (ಬಾಕೋಬಾ ಅಳತೆ)

ಉದಾಹರಣೆ 5.2

PQ = 4 ಸೆಂ.ಮೀ., QR = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $\angle PQR = 60^\circ$ ಇರುವಂತೆ PQR ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

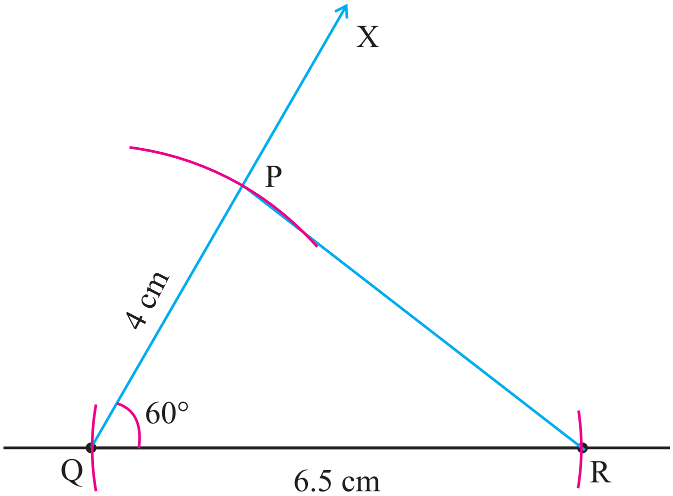
ಪರಿಹಾರ

ಕರಡು ಚಿತ್ರ



ದತ್ತ ಅಳತೆಗಳು:

PQ	=	4 ಸೆಂ.ಮೀ.
QR	=	6.5 ಸೆಂ.ಮೀ.
$\angle PQR$	=	60°



ರಚನೆಯ ಹಂತಗಳು

ಹಂತ 1 : QR = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 2 : Q ನಲ್ಲಿ QR ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ 60^0 ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ QX ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 3 : Q ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು (QX) ರೇಖೆಯನ್ನು P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 4 : PR ನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ.

PQR ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

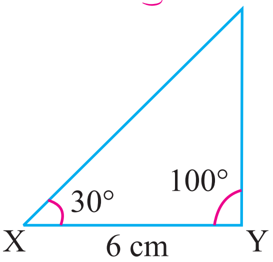
XY = 6 ಸೆಂ.ಮೀ., YZ = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $\angle XYZ = 70°$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿರುದ್ಧ ಬಾಹುಗಳ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?

(iii) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹುವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು (ಕೋಬಾಕೋ ಅಳತೆ)

ಉದಾಹರಣೆ 5.3

XY = 6 ಸೆಂ.ಮೀ., $\angle ZXY = 30°$ ಮತ್ತು $\angle XYZ = 100°$ ಇರುವಂತೆ XYZ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಕೋನವು 50° ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

ಕರಡು ಚಿತ್ರ



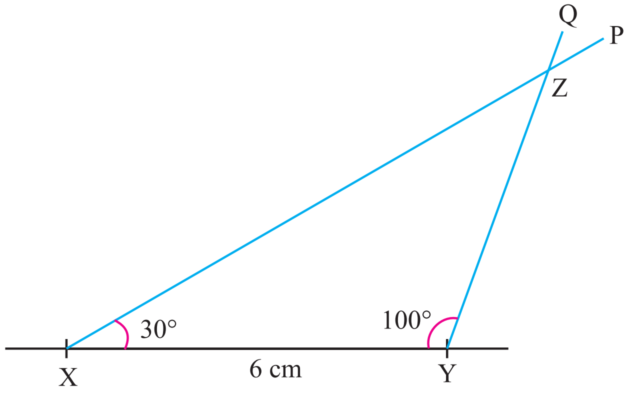
ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ ಅಳತೆಗಳು:

XY = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.

$\angle ZXY = 30°$

$\angle XYZ = 100°$



ಹಂತ 1 : XY = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 2 : X ನಲ್ಲಿ XY ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ 30° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ XP ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 3 : Y ನಲ್ಲಿ XY ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ 100° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ YQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. XP ಮತ್ತು YQ ರೇಖೆಗಳು Z ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಹಂತ 4 : ಮೂರನೇ ಕೋನವು 50° ಅಳತೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\angle Z = 50°$.

PQ = 7 ಸೆಂ.ಮೀ., $\angle Q = 70°$, $\angle R = 40°$ ಇರುವಂತೆ PQR ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
ಸುಳಿವು: ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 5.1

I. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

1. PQ = 6 ಸೆಂ.ಮೀ., QR = 7 ಸೆಂ.ಮೀ., PR = 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ $\triangle PQR$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
2. 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಕೋನಮಾಪಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು ಸಮವೇ?
3. DE = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ., EF = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು DF = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ DEF ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಪತ್ತೆಮಾಡಬಹುದೇ? ಇದರ ಹೆಸರನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

II. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

4. YZ = 7 ಸೆಂ.ಮೀ., ZX = 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $\angle Z = 50°$ ಇರುವಂತೆ $\triangle XYZ$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
5. PQ = 6 ಸೆಂ.ಮೀ., PR = 9 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $\angle P = 100°$ ಇರುವಂತೆ $\triangle PQR$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
6. AB = 6 ಸೆಂ.ಮೀ., BC = 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $\angle B = 90°$ ಇರುವಂತೆ $\triangle ABC$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

III. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

7. X = 50°, Y = 70° ಮತ್ತು XY = 5 ಸೆಂ.ಮೀ. $\triangle XYZ$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
8. A = 120°, B = 30° ಮತ್ತು AB = 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ $\triangle ABC$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
9. $\angle L = 40°$, $\angle M = 40°$ ಮತ್ತು LM = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ $\triangle LMN$ ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. $\angle L$ ಮತ್ತು $\angle M$ ಕೋನಗಳಿಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳತೆಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅವು ಸಮವೇ? ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ?

6 ದತ್ತಾಂಶ ನಿರ್ವಹಣೆ

6.1 ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶದ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ, ಬಹುಲಕ

(Mean Median, Mode of ungrouped data)

ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ (Arithmetic mean)

ನಾವು ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ 'ಸರಾಸರಿ' ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಸೋನಾಳು ಪ್ರತಿನಿತ್ಯ ಅವಳ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕಾಗಿ ಸರಾಸರಿ 5 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲವನ್ನು ವ್ಯಯಿಸುತ್ತಾಳೆ.

ಮೇ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಚೆನ್ನೈನ ಸರಾಸರಿ ಉಷ್ಣತೆಯು 40 ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ನಮಗೆ ಏನನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತವೆ?

ಸೋನಾಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 5 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ. ಕೆಲವು ದಿನಗಳು ಅವಳು ಕಡಿಮೆ ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಓದಬಹುದು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದಿನ ಹೆಚ್ಚು ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಓದಬಹುದು.

ಸರಾಸರಿ ಉಷ್ಣತೆಯು 40 ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು ಮೇ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಚೆನ್ನೈನ ಉಷ್ಣತೆಯು 40 ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್. ಕೆಲವು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಇದು 40 ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರಬಹುದು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಇದು 40 ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರಬಹುದು.

ಸರಾಸರಿಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ರೋಹಿತನು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

62, 84, 92, 98, 74

ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಇವನು ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲು ಇವನು ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ.

$62 + 84 + 92 + 98 + 74 = 410.$

ನಂತರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ವಿಷಯಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ. (ಅಂದರೆ, 5)

ರೋಹಿತನು ಪಡೆದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕ $= \frac{410}{5} = 82.$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅವನ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಧನೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಟ್ಟವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನಮಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಸರಾಸರಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

∴ **ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.**

$$\textbf{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ}}{\text{ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

ಉದಾಹರಣೆ 6.1

ಗಾಯತ್ರಿಯು ಅನುಕ್ರಮವಾದ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಗಂಟೆಗಳು, 5 ಗಂಟೆಗಳು ಮತ್ತು 3 ಗಂಟೆಗಳು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ. ಪ್ರತಿದಿನ ಅವಳು ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ?

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಸರಾಸರಿ ಅಧ್ಯಯನದ ಕಾಲ} = \frac{\text{ಅಧ್ಯಯನದ ಒಟ್ಟು ಕಾಲ}}{\text{ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

$$= \frac{4+5+3}{3} \text{ ಗಂಟೆಗಳು}$$

$$= \frac{12}{3}$$

$$= 4 \text{ ಗಂಟೆಗಳು/ಒಂದು ದಿನಕ್ಕೆ}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಗಾಯತ್ರಿಯು ಪ್ರತಿನಿತ್ಯ ಸರಾಸರಿ 4 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 6.2

6 ಕುಟುಂಬಗಳ ಮಾಸಿಕ ವರಮಾನವು ₹ 3500, ₹ 2700, ₹ 3000, ₹ 2800, ₹ 3900 ಮತ್ತು ₹ 2100 ಆದರೆ, ಸರಾಸರಿ ವರಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಸರಾಸರಿ ಮಾಸಿಕ ವರಮಾನ} = \frac{\text{6 ಕುಟುಂಬಗಳ ಒಟ್ಟು ವರಮಾನ}}{\text{ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

$$= ₹\ \frac{3500+2700+3000+2800+3900+2100}{6}$$

$$= ₹\ \frac{18000}{6}$$

$$= ₹\ 3{,}000.$$

ಉದಾಹರಣೆ 6.3

5 ಲೇಖನಿಗಳ ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆಯು ₹ 75 ಆದರೆ, 5 ಲೇಖನಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯೇನು?

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{5 ಲೇಖನಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ}}{\text{ಲೇಖನಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

$$\text{5 ಲೇಖನಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ} = \text{ಸರಾಸರಿ} \times \text{ಲೇಖನಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}$$

$$= ₹\ 75 \times 5$$

$$= ₹\ 375$$

ಮಧ್ಯಾಂಕ (Median)

ಕೆಳಗಿನ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು (ಸೆಂ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ) ಹೊಂದಿರುವ 11 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಂದು ಗುಂಪನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

106, 110, 123, 125, 115, 120, 112, 115, 110, 120, 115.

ದೈಹಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಶಿಕ್ಷಕರಾದ ಶ್ರೀ. ಗೌತಮ್‌ರವರು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಸಮವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ಬಯಸಿದ್ದಾರೆ. ಒಂದು ಗುಂಪು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಗುಂಪು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕವಾದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಈಗ, ಶ್ರೀ. ಗೌತಮ್‌ರವರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಅವರ ಎತ್ತರಗಳ ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿದರು.

106, 110, 110, 112, 115, 115,115, 120, 120, 123, 125

ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದ ಬೆಲೆಯು 115 ಆಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಈ ಮೌಲ್ಯವು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ 115 ಬೆಲೆಯು ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಶ್ರೀ. ಗೌತಮ್‌ರವರು ಮಧ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಪಂದ್ಯದಲ್ಲಿ ತೀರ್ಪುಗಾರನಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸಲು ತಿಳಿಸಿದರು.

ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಅಥವಾ ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮೌಲ್ಯದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40, 50, 30, 60, 80, 70

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರಿ.

30, 40, 50, 60, 70, 80.

ಇಲ್ಲಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 6 ಆಗಿದ್ದು, ಇದು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆ ಮತ್ತು ಮನೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ನಿಜವಾದ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸ್ಥಳದ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂರು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಪದಗಳು ಮಧ್ಯದ ಪದಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಎರಡು ಪದಗಳ ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆಯು ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ, ಮಧ್ಯಾಂಕ $= \frac{50 + 60}{2} = \frac{110}{2} = 55.$

(i) **ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದಾಗ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗುತ್ತದೆ.**

(ii) **ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದಾಗ, ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗುತ್ತದೆ.**

ಉದಾಹರಣೆ 6.4

ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3, 4, 5, 3, 6, 7, 2.

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರಿ.

2, 3, 3, 4, 5, 6, 7

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 7 ಆಗಿದ್ದು, ಇದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

∴ ಮಧ್ಯದ ಬೆಲೆ 4 ಎಂಬುದು ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿದೆ.

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

ಹೆದ್ದಾರಿಗಳಲ್ಲಿ, ಹಳದಿ ರೇಖೆಯು ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 6.5

ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12, 14, 25, 23, 18, 17, 24, 20.

ಪರಿಹಾರ:

ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರಿ.

12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 25.

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ಆಗಿದ್ದು, ಇದು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

∴ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 18 ಮತ್ತು 20 ಎಂಬ ಎರಡು ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಸರಾಸರಿಯಾಗಿದೆ.

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = \frac{18 + 20}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

ಉದಾಹರಣೆ 6.6

ಮೊದಲ 5 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಮೊದಲ ಐದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದರೆ 2, 3, 5, 7, 11.

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 5 ಆಗಿದ್ದು, ಇದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

∴ ಮಧ್ಯದ ಬೆಲೆ 5 ಎಂಬುದು ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿದೆ.

ಬಹುಲಕ (Mode)

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಶ್ರೀ. ರಾಘವನ್, ಸಿದ್ಧ ಉಡುಪುಗಳ ಅಂಗಡಿಯ ಮಾಲೀಕರು ತಮ್ಮ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟವಾಗುವುದರಲ್ಲಿ ಅಧಿಕವಾಗಿ ಮಾರಾಟವಾಗುವ ಅಂಗಿಯು 40 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಅಂಗಿ ಎಂದು ಹೇಳಿದ್ದಾರೆ.

ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಮಾಲೀಕರು ಮಾರಾಟವಾದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳ ಅಂಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಹೆಚ್ಚು ಮಾರಾಟವಾದ ಅಂಗಿಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಘಟಿಸಿರುವುದೆಂದರೆ 40 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ಅಂಗಿಯ ಮಾರಾಟವಾಗಿದೆ. ಈ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಗೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಬಹುಲಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಹೆಚ್ಚಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕ (Mode of Large data)

ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವಾಗ ದತ್ತಾಂಶಗಳೆಲ್ಲವನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ನಾವು ಪಟ್ಟಿಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 6.7

ಕಾಲ್ಚೆಂಡು ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಗೆಲುವಿನ ಅಂತರಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 3, 2, 3,
1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 4, 2, 1, 2.

ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಗೆಲುವಿನ ಅಂತರ	ತಾಳೆ ಅಂಕಗಳು	ಪಂದ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
1	~~||||~~ ||||	9
2	~~||||~~ ~~||||~~ ||||	14
3	~~||||~~ ||	7
4	~~||||~~	5
5	|||	3
6	||	2
	ಒಟ್ಟು	40

ಕೋಷ್ಟಕ 6.1

ಈಗ ನಾವು '2' ಬಹುಲಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಕ್ಷಣ ಹೇಳಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ, '2' ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಹೆಚ್ಚಿನ ಪಂದ್ಯಗಳು 2 ಗೋಲುಗಳ ಅಂತರದೊಂದಿಗೆ ಜಯಗಳಿಸಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 6.8

ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3, 4, 5, 3, 6, 7

ಪರಿಹಾರ:

3 ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

∴ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವು 3 ಆಗಿದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಸಾರಿಗೆಯ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 6.9

ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5,5, 5, 6,6, 8

ಪರಿಹಾರ:

2 ಮತ್ತು 5 ಮೂರು ಬಾರಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ.

∴ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವು 2 ಮತ್ತು 5 ಆಗಿವೆ.

ಹೂವಿನ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 6.10

ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

90, 40, 68, 94, 50, 60.

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ದತ್ತಾಂಶವು ಬಹುಲಕವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 6.11

20 ಕುಟುಂಬಗಳಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1, 2, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 3
1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1 ಆಗಿವೆ. ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ತಾಳೆ ಅಂಕಗಳು	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
1	𝍸 𝍸 ||	12
2	𝍸	5
3	|||	3
	ಒಟ್ಟು	20

ಕೋಷ್ಟಕ 6.2

12 ಕುಟುಂಬಗಳು 1 ಮಗುವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವು 1 ಆಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) 1, 3, 5, 7 ಮತ್ತು 9 ರ ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿಯು

(A) 5 (B) 7 (C) 3 (D) 9

ii) 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳು 40 ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಒಟ್ಟು ಅಂಕವು

(A) 20 (B) 200 (C) 8 (D) 4

iii) 30,50, 40, 10, 20 ರ ಮಧ್ಯಾಂಕವು

(A) 40 (B) 20 (C) 30 (D) 10

iv) 2, 4, 6, 8, 10, 12 ರ ಮಧ್ಯಾಂಕವು

(A) 6 (B) 8 (C) 7 (D) 14

v) 3, 4, 7, 4, 3, 2, 4 ರ ಬಹುಲಕವು

(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 2

2. ಗಣಿತ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು

56, 48, 58, 60, 54, 76, 84, 92, 82, 98

ಆದರೆ, ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಮತ್ತು ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. 5 ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ತೂಕಗಳು 72 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 48 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 51 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 69 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 67 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಆದರೆ, ಅವರ ತೂಕಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಎರಡು ಪಾತ್ರೆಗಳು 30 ಲೀಟರ್ ಮತ್ತು 50 ಲೀಟರ್ ಹಾಲನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ. ಎರಡೂ ಹಾಲನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರೆ, ಪಾತ್ರೆಗಳ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವೇನು?

5. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಾರದ 7 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪಟ್ಟಣದ ಗರಿಷ್ಠ ಉಷ್ಣಾಂಶವು 34.8°C, 38.5°C, 33.4°C, 34.7°C, 35.8°C, 32.8°C, 34.3°C ಆದರೆ, ವಾರದ ಸರಾಸರಿ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡದಲ್ಲಿರುವ 10 ಹುಡುಗರ ಸರಾಸರಿ ತೂಕವು 65.5 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಆದರೆ, 10 ಹುಡುಗರ ಒಟ್ಟು ತೂಕವೇನು?

7. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6, 14, 5, 13, 11, 7, 8

8. 7 ಚಾಕೊಲೇಟು ಬಿಲ್ಲೆಗಳ ತೂಕಗಳು ಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ

131, 132, 125, 127, 130, 129, 133 ಆಗಿವೆ. ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಒಬ್ಬ ದಾಂಡಿಗನು 5 ಇನ್ನಿಂಗ್ಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಓಟಗಳು 60, 100, 78, 54, 49 ಆದರೆ, ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. ಮೊದಲ ಏಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. 7 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ದಿನದ ಖರ್ಚಿಗೆ ಪಡೆದುಕೊಂಡ ಹಣವು

₹ 42, ₹ 22, ₹ 40, ₹ 28, ₹ 23, ₹ 26, ₹ 43 ಆದರೆ, ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3, 4, 3, 5, 3, 6, 3, 8, 4.

13. ಒಂದು ತೋಟದಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಹನ್ನೆರಡು ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ತೂಕಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

    32 ಗ್ರಾಂ,40 ಗ್ರಾಂ, 27 ಗ್ರಾಂ, 32 ಗ್ರಾಂ, 38 ಗ್ರಾಂ, 45 ಗ್ರಾಂ,

    40 ಗ್ರಾಂ, 32 ಗ್ರಾಂ, 39 ಗ್ರಾಂ, 40 ಗ್ರಾಂ, 30 ಗ್ರಾಂ, 31 ಗ್ರಾಂ,

    ಮೇಲಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

    4, 6, 8, 10, 12, 14

15. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

    12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16,
    15, 17, 13, 16, 16, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. ಸರಾಸರಿಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.
2. ಸರಾಸರಿ $= \dfrac{\text{ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ}}{\text{ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ}}$
3. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಆರೋಹಣ ಅಥವಾ ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರುವಾಗ ಮಧ್ಯದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗುವ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಬಹುಲಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಉತ್ತರಗಳು

ಘಟಕ - 1

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. (i) B (ii) A (iii) D (iv) C (v) A
2. (i) $x + 2y$ (ii) $y - z$ (iii) $xy + 4$
   (iv) $3x - 4y$ ($3x > 4y$ ಆದಾಗ) ಅಥವಾ $4y - 3x$ ($4y > 3x$ ಆದಾಗ)
   (v) $10 + x + y$ (vi) $pq - 5$ (vii) $12 - mn$
   (viii) $ab - (a + b)$ (ix) $3cd + 6$ (x) $\frac{4xy}{3}$

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2

1. (i) B (ii) A (iii) C (iv) C (v) D
2. (i) $x = 12$ (ii) $a = 7$ (iii) $y = -6$ (iv) $b = -2$ (v) $x = -5$
   (vi) $x = 7$ (vii) $x = -5$ (viii) $n = 4$ (ix) $m = 11$ (x) $y = 27$
3. (i) $x = 50$ (ii) $l = 14$ (iii) $x = 4$ (iv) $a = 3$ (v) $x = -9$
   (vi) $t = -4$ (vii) $x = -6$ (viii) $m = 3$ (ix) $x = \frac{-1}{2}$ (x) $x = 6$
4. (i) $x = 14$ (ii) $a = 30$ (iii) $n = -24$ (iv) $p = -56$ (v) $x = -10$
   (vi) $m = 12$
5. (i) $x = 3$ (ii) $x = -15$ (iii) $z = 5$ (iv) $a = -9$ (v) $x = 3$
   (vi) $x = 5$ (vii) $y = 67$ (viii) $x = 6$ (ix) $y = 3$ (x) $m = 6$
   (xi) $x = 11$ (xii) $m = \frac{1}{2}$ (xiii) $x = 3$ (xiv) $x = -3$ (xv) $t = -1$
6. 15 7. 13 8. 108 9. 12 10. 8
11. 37, 38 12. ₹ 60 13. 35

ಘಟಕ - 2

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. (i) 20% (ii) 93% (iii) 11% (iv) 1% (v) 100%
2. (i) 43 : 100 (ii) 75 : 100 (iii) 5 : 100 (iv) 35:200 (v) 100 : 300
3. (i) $\frac{25}{100}$ (ii) $\frac{25}{200}$ (iii) $\frac{33}{100}$ (iv) $\frac{70}{100}$ (v) $\frac{82}{100}$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. (i) C (ii) C (iii) A (iv) A (v) C
2. (i) 100% (ii) 18% (iii) 525% (iv) 66.67% (v) 45.45%
3. (i) 36% (ii) 3% (iii) 7.1% (iv) 305% (v) 75%
4. 20% 5. 13.89% 6. ಹುಡುಗಿಯರು 46%; ಹುಡುಗರು 54%
7. ಅವನು ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದನು. 8. ಉಳಿತಾಯ 10%; ಖರ್ಚು 90%

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. (i) D (ii) B (iii) A (iv) C (v) B
2. (i) $\frac{9}{100}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{1}{400}$ (iv) $\frac{1}{40}$ (v) $\frac{2}{3}$
3. (i) 0.07 (ii) 0.64 (iii) 3.75 (iv) 0.0003 (v) 0.005
4. (i) 18 (ii) ₹ 24 (iii) 36 m (iv) 108 (v) 3.75 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ
5. ₹ 6250 6. 9 ಪಂದ್ಯಗಳು 7. 12,800 ಗಂಡಸರು; 11,200 ಮಕ್ಕಳು
8. ₹ 38250 9. 3975 ವಿದ್ಯಾವಂತರು

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

1. (i) A (ii) C (iii) C (iv) A (v) B
2. ಲಾಭ = ₹ 24, ನಷ್ಟ = ₹ 21; ಲಾಭ = ₹ 35.45, ನಷ್ಟ= ₹ 3362, ನಷ್ಟ= ₹ 7.50
3. (i) ₹ 530 (ii) ₹ 620 (iii) ₹ 1027.50 (iv) ₹ 336.75 (v) ₹ 943.50
4. ಲಾಭ 10% 5. ನಷ್ಟ 12% 6. ಲಾಭ 60% 7. ಲಾಭ 15%

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. (i) B (ii) A (iii) A (iv) C (v) A
2. ₹ 2,500; ₹ 7,500 3. ₹ 450; ₹ 1,650 4. ₹ 2,250
5. ₹ 2,630 6. ₹ 216; ₹ 12,216 7. 5% 8. ₹ 1,000
9. 2 ವರ್ಷಗಳು 10. 10% 11. 8 ವರ್ಷಗಳು
12. ₹ 5,400 13. ₹ 5,000; 10%

ಘಟಕ - 3

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

1. (i) B (ii) A (iii) D (iv) D
2. (i) 50 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. (ii) 66 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. (iii) 80.5 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.
3. 12 ಸೆಂ.ಮೀ. 4. 875 ಮೀ^{2}. 5. 19.2 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. (i) B (ii) C (iii) A (iv) D (v) D
2. (i) d = 70 ಸೆಂ.ಮೀ., c = 220 ಸೆಂ.ಮೀ.
   (ii) r = 28 ಸೆಂ.ಮೀ., c = 176 ಸೆಂ.ಮೀ.
   (iii) r = 4.9 ಸೆಂ.ಮೀ., d = 9.8 ಸೆಂ.ಮೀ.
3. (i) 110 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 264 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 374 ಸೆಂ.ಮೀ. (iv) 462 ಸೆಂ.ಮೀ.
4. (i) 79.2 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii) 396 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 8.8 ಮೀ. (iv) 26.4 ಮೀ.
5. (i) 17.5 ಸೆಂ.ಮೀ. (ii)21 ಸೆಂ.ಮೀ. (iii) 0.7 ಮೀ. (iv) 1.75 ಮೀ.
6. 660 ಮೀ. 7. ₹ 1232 8.1.05 ಮೀ. 9. 37

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. (i) 38.5 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. (ii) 86.625 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.
   (iii) 18.865 ಮೀ^{2}. (iv) 124.74 ಮೀ^{2}.
2. (i) 4.525 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. (ii) 616 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.
   (iii) 55.44 ಮೀ^{2}. (iv) 98.56 ಮೀ^{2}.
3. ₹ 1848 4. 154 ಮೀ^{2}. 5. ವೃತ್ತವು ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.
6. 38.5 ಮೀ^{2}. 7.1936 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. 8. $r = 35$, ₹ 2200

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. 636 ಮೀ^{2}. 2. ₹ 1152 3. ₹ 1590
4. 375 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. 5. 40 ಮೀ^{2}., 30 ಮೀ^{2}. 6. 3256 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.5

1. 6594 ಮೀ^{2}. 2. 536.94 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}. 3. ₹ 24,050
4. 21.195 ಮೀ^{2}. 5. ₹ 4494

ಘಟಕ - 4

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. (i) B (ii) C (iii) C (iv) D (v) D
2. (i) $\angle A = 25°, \angle B = 35°, \angle C = 120°$
3. (i) 60° (ii) 70° (iii) 50° (iv) 50°
4. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (iv) 30°
   (v) 65°, 65° (vi) 60°, 60°, 60°
5. (i) $y = 60°, x = 70°$ (ii) $y = 80°, x = 50°$ (iii) $y = 70°, x = 110°$
   (iv) $x = 60°, y = 90°$ (v) $y = 90°, x = 45°$ (vi) $x = 60°, y = 50°$
6. $x = 50°$.

ಘಟಕ - 6

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1

1. (i) A (ii) B (iii) C (iv) C (v) B
2. ವ್ಯಾಪ್ತಿಯು 50; A.M. = 70.8
3. 61.4 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. 4. 40 ಲೀಟರ್‌ಗಳು 5. 34.9°C
6. 655.0 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ 7. 8 8. 130 ಗ್ರಾಂ 9. 60 10. 4 11. ₹ 28
12. 3 13. 32 ಗ್ರಾಂ ಮತ್ತು 40 ಗ್ರಾಂ 14. ಬಹುಲಕಗಳಿಲ್ಲ 15. 15