GOVERNMENT OF TAMILNADU

ఆరవ తరగతి

Standard Six - Telugu Medium

విడత II

TERM II

భాగము 2

Volume 2

గణితము
MATHEMATICS

విజ్ఞాన శాస్త్రము
SCIENCE

సాంఘిక శాస్త్రము
SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© **Government of Tamilnadu**

First Edition - 2012

(Published under Uniform System of School Education scheme in Trimester Pattern)

Textbook Preparation and Compilation

State Council of Educational Research and Training,

College Road, Chennai - 600 006.

Book Design

S. Sivakumar Srinesh

Wrapper Design

K. Parthiban

Textbook printing

Tamilnadu Textbook Corporation

College Road, Chennai - 600 006.

This Book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho paper

Price : Rs.

Printed by web offset at :

విషయ సూచిక

అధ్యాయము	పాఠం పేరు	పుట సంఖ్య
	గణితము MATHEMATICS	(1 - 40)
	అనుదిన అంకగణితము	
1.	నిష్పత్తి, అనుపాతం మరియు అనులోమానుపాతము	2
	బీజగణితము	
2.	స్థిరరాశులు, చరరాశులు, సమాసములు	15
	కొలతలు	
3.	కాలమును కొలుచుట	21
	రేఖాగణితము	
4.	కోణములు	31
	ప్రయోగాత్మక రేఖాగణితము	
5.	కోణములను నిర్మించి కొలుచుట	37
	జవాబులు	39
	విజ్ఞాన శాస్త్రము SCIENCE	(41 - 78)
	జీవ శాస్త్రము	
1.	కణ నిర్మాణము	43
	రసాయనిక శాస్త్రము	
2.	పదార్థములను వేరుచేయుట	56
	భౌతిక శాస్త్రము	
3.	శక్తి రకములు	67

అధ్యాయము	పాఠం పేరు	పుట సంఖ్య
	సాంఘిక శాస్త్రము SOCIAL SCIENCE	(79 - 108)

పౌరశాస్త్రము

1.	గ్రామములు మరియు నగరములు	80
2.	గణతంత్రము	83

భూగోళ శాస్త్రము

1.	భూ భ్రమణము మరియు భూ పరిభ్రమణము	87

చరిత్ర

1.	వేదకాలము	95
2.	జైన, బౌద్ధ మతములు	102

గణితము

MATHEMATICS

TELUGU MEDIUM

ఆరవ తరగతి

STANDARD SIX

కాలావధి - II

TERM - II

TRANSLATORS

M. Mohan Naidu,

P.G. Asst.

S.K.D.T Hr. Sec.School,

Chennai - 600049

K. Rama Subba Reddy,

Jr. B.T Asst.

S.K.D.T Hr. Sec.School,

Chennai - 600049

K. Chandra Sekhara Varma,

B.T. Asst.

S.K.D.T. Hr. Sec. School,

Chennai - 600049

Laser Typeset : P. Bhagavan, Srinivasulu,   Layout : P.K. Ramkumar, V. James Abraham

1. అనుదిన అంకగణితము

మనము నిత్య జీవితములో అంకగణితమును ప్రత్యక్షముగా గాని, పరోక్షంగా గాని ఎలా ఉపయోగిస్తామో ఈ అధ్యాయములో తెలుసుకుంటాము.

1.1 పరిచయము:

ఐశ్వర్య, కృత్తిక అను ఇద్దరు బాలికల సమాచారము క్రింద ఇవ్వబడినది.

వరుస సంఖ్య	సమాచారము	ఐశ్వర్య	కృత్తిక
1.	వయస్సు	17 సంవత్సరములు	15 సంవత్సరములు
2.	ఎత్తు	136 సెంటీమీటర్లు	123 సెంటీ మీటర్లు
3.	బరువు	31 కిలో గ్రాములు	29 కిలో గ్రాములు
4.	త్రాగు నీటి పరిమాణము	5 లీటర్లు	3 లీటర్లు
5.	చదివే సమయము	4 గంటలు	3 గంటలు
6.	ఆటలాడు సమయము	2 గంటలు	2 గంటలు
7.	ఉపయోగించిన నోటు పుస్తకాలు	13	14
8.	సైకిలు తొక్కే వేగము	10 కి॥మీ॥/గంట	15 కి॥మీ॥/గంట

పై పట్టిక నుండి వారి సమాచారమును సులభముగా పోల్చి చూడవచ్చును. ఒకే రకమైన రెండు రాశుల పరిమాణములను పోల్చి చూడడమే "నిష్పత్తి".

పై పట్టిక నుండి క్రింది విషయాలను సులభముగా కనుగొనవచ్చును.

1. వారి వయస్సుల నిష్పత్తి	17:15
2. వారి ఎత్తుల నిష్పత్తి	136:123
3. వారి బరువుల నిష్పత్తి	31:29
4. వారి తాగు నీటి పరిమాణముల నిష్పత్తి	5:3
5. వారు చదివే గంటల నిష్పత్తి	4:3
6. వారు ఆటలాడు గంటల నిష్పత్తి	2:2
7. వారు ఉపయోగించిన నోటు పుస్తకాల నిష్పత్తి	13:14
8. వారు సైకిలు తొక్కే వేగముల నిష్పత్తి	10:15

1.2 నిష్పత్తి:

నిష్పత్తి అనగా ఒకే రకమైన రెండు రాశుల పరిమాణములను పోల్చుట.

a, b అనే రెండు రాశులనిష్పత్తిని $a:b$ అని వ్రాస్తాము. దీనిని 'a' is to 'b' అని చదువుతాము. ':' గుర్తును "is to" అని చదువుతాము.

b, a లనిష్పత్తిని $b:a$ అని వ్రాస్తాము.

అనగా $a:b$, $b:a$ వేర్వేరు నిష్పత్తులు అని అర్థమగును.

a, b లను పోల్చినపుడు వాటి పరిమాణములు ఒకే రకముగా ఉండవలెను.

a, b లపరిమాణములు ఎల్లప్పుడూ ధనాత్మకంగా ఉండును.

ఉదాహరణకు:

1 మీటరు మరియు 90 సెంటీ మీటర్లు అని ఇచ్చినచో వాటిని ఒకే పరిమాణములోనికి మార్చిన తర్వాతనే పోల్చగలము. కావున 1మీ॥ను 100సెం॥మీ॥ గా మార్చి, దానిని 90 సెం॥మీ॥తో పోల్చి 100:90 గా వ్రాస్తాము.

కొన్ని సందర్భములలో పెద్ద సంఖ్యలను పోల్చుట కష్టమగును. కావున వాటిని చిన్న సంఖ్యలుగా మార్చవలెను. నిష్పత్తులను భిన్నములుగా వ్రాసి, వాటిని చిన్న రూపములోనికి మార్చవచ్చును.

ఉదాహరణ 1

వరుస సంఖ్య	పరిమాణము	నిష్పత్తి రూపము	భిన్న రూపము	సూక్ష్మ రూపము
1.	15 మంది పురుషులు, 10 మంది స్త్రీల నిష్పత్తి	15 : 10	$\frac{15}{10}$	3 : 2
2.	500 గ్రాములు, 1 కిలో గ్రాములనిష్పత్తి	500 :1000	$\frac{500}{1000}$	1 : 2
3.	1 మీటరు 25 సెంటీ మీటర్ల, 2 మీటర్ల నిష్పతి	125 : 200	$\frac{125}{200}$	5 : 8

ఉదాహరణ 2

ఒక విదార్థి దగ్గర 11 నోటు పుస్తకములు, 7 పాఠ్యపుస్తకములు కలవు. నోటు పుస్తకములు, పాఠ్య పుస్తకములకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనుము?

సాధన: నోటు పుస్తకముల సంఖ్య = 11

పాఠ్య పుస్తకముల సంఖ్య = 7

నోటు పుస్తకములు, పాఠ్య పుస్తకముల నిష్పత్తి = 11 : 7

ఉదాహరణ 3

ఒక కలము ఖరీదు 8 రూపాయలు, పెన్సిలు ఖరీదు 2.50 రూపాయలు.

(1) కలము, పెన్సిలు ఖరీదులనిష్పత్తిని కనుగొనుము.

(2) పెన్సిలు, కలము ఖరీదులనిష్పత్తి కనుగొనుము.

సాధన: కలము ఖరీదు = రూ॥ 8.00 = 8.00×100 = 800 పైసలు.

పెన్సిలు ఖరీదు = రూ॥ 2.50 = 2.50×100 = 250 పైసలు.

వరుస సంఖ్య	పరిమాణము	నిష్పత్తి రూపము	భిన్న రూపము	సూక్ష్మ రూపము
1.	కలము, పెన్సిలు ఖరీదుల నిష్పత్తి	800:250	$\frac{800}{250}$	16:5
2.	పెన్సిలు, కలము ఖరీదుల నిష్పత్తి	250:800	$\frac{250}{800}$	5:16

ఉదాహరణ 4

ఒక గ్రామములో ఉన్న 10,000 మందిలో 4,000 మంది ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు, మిగిలిన వారు స్వయం ఉపాధి కలవారు.

(i) ప్రభుత్వ ఉద్యోగులకు, గ్రామ ప్రజలకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

(ii) స్వయం ఉపాధి కలవారు, గ్రామ ప్రజలకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

(iii) ప్రభుత్వ ఉద్యోగులకు, స్వయం ఉపాధి పొందిన వారికి గల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

సాధన:

గ్రామములో ఉన్న ప్రజలు = 10,000

ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు = 4,000

స్వయం ఉపాధి కలవారు = 10,000 – 4,000 = 6,000

వరుస సంఖ్య	పరిమాణము	నిష్పత్తి రూపము	భిన్న రూపము	సూక్ష్మ రూపము
1.	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులకు, గ్రామ ప్రజలకు గల నిష్పత్తి	4000:10000	$\frac{4000}{10000}$	2:5
2.	స్వయం ఉపాధి గలవారికి, గ్రామ ప్రజలకు గల నిష్పత్తి	6000:10000	$\frac{6000}{10000}$	3:5
3.	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులకు, స్వయం ఉపాధి గలవారికి గల నిష్పత్తి	4000:6000	$\frac{4000}{6000}$	2:3

చేసి చూడుము

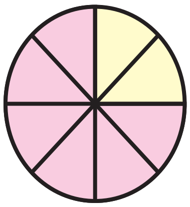
1. క్రింది నిష్పత్తులను సూక్ష్మరూపంలో వ్రాయుము.
   (i) 3:5 (ii) 15:25 (iii) 22:55 (iv) 2.4:4.8
2. క్రింది నిష్పత్తులను సూక్ష్మరూపంలో వ్రాయుము.
   (i) 1కి.గ్రా కు 500గ్రా (ii) 24సెం.మీ కు 4 మీ. (iii) 250 మి.లీ. కు 3 లీ.
   (iv) 45 ని॥లకు 2 గంటలు (v) 30 పైసలకు 3 రూ॥లు
   (vi) 70 మంది విద్యార్థులకు 2 ఉపాధ్యాయులు
3. సుందర్ వయస్సు 50 సం॥లు. అతని కొడుకు వయస్సు 10 సం॥లు. వారి వయస్సుల మధ్య నిష్పత్తిని వ్రాయుము.
   (I) 5 సం॥ల క్రితం (ii) ప్రస్తుత వయస్సు (iii) 5 సం॥ల తరువాత

4. క్రింది సమాన నిష్పత్తులను జతపరుచుము.

అ	ఆ
3:4	5:15
1:3	9:12
4:5	20:30
2:7	14:49
2:3	12:15

6.3 సమాన నిష్పత్తులు:-

ఒక ఆపిల్ పండును 8 సమ భాగములుగా చేసి వాటిని 6:2 నిష్పత్తిలో ఇద్దరికి పంచుము.



6:2 ను సూక్ష్మీకరించిన 3:1 అగును.

∴ 6:2, 3:1 లు సమాన విలువలు.

కావున వీటిని సమాన నిష్పత్తులు అందురు.

కావున *a:b* అను నిష్పత్తులలో *a*, *b* విలువలను “సున్నా” తప్ప వేరే ఏ విలువతో గుణించినను మనము సమాన నిష్పత్తులను పొందగలము.

ఉదాహరణ 5

5 : 7 కు 5 సమాన నిష్పత్తులు వ్రాయుము.

సాధన:

ఇచ్చిన నిష్పత్తి = 5 : 7

భిన్న రూపము $= \frac{5}{7}$

$\frac{5}{7}$ కు సమాన భిన్నములు = $\frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}, \frac{25}{35}, \frac{55}{77}$

5 : 7 కు సమాన నిష్పత్తులు = 10 : 14, 15 : 21, 20 : 28, 25 : 35 మరియు 55 : 77

అభ్యాసము 1.1

1. క్రింది వానిలో తప్పు (లేక) ఒప్పులను గుర్తించుము.
   (i) 4 కలములు 6 కలములకు గల నిష్పత్తి = 4 : 6
   (ii) 50 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో 30 మంది బాలికలు, 20 మంది బాలురకు గల నిష్పత్తి 20 : 30
   (iii) 3 : 2 మరియు 2 : 3 లు సమాన నిష్పత్తులు.
   (iv) 10 : 14 కు 5:2 ఒక సమాన నిష్పత్తి.
2. సరైన జవాబును గుర్తించుము.
   (i) 3 : 4 కు భిన్న రూపము
   (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) 3.4
   (ii) 7 : 8 కి సమాన నిష్పత్తి
   (1) 14:16 (2) 8:9 (3) 6:7 (4) 8:7

గణితము

(iii) 16 : 32 కు సూక్ష్మరూపము

(1) $\frac{16}{32}$ (2) $\frac{32}{16}$ (3) 1:2 (4) 2:1

(iv) 2 : 3, 4 : __ అనునవి సమాన నిష్పత్తులైన వదిలివేయబడిన పదము.

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 6

(v) 1 సెంటిమీటరుకు, 2 మిల్లిమీటర్లకు గలనిష్పత్తి __

(1) 1:20 (2) 20:1 (3) 10:2 (4) 2:10

3. క్రింది నిష్పత్తులను సూక్ష్మీకరించుము.

(i) 20:45 (ii) 100:180 (iii) 144:216

4. క్రింది వానికి '4' సమాన నిష్పత్తులను వ్రాయుము.

(i) 3:5 (ii) 3:7 (iii) 5:9

5. క్రింది వానికి నిష్పత్తిని వ్రాసి సూక్ష్మీకరించుము.

(i) 81, 108 లకు గల నిష్పత్తి (ii) 30 నిమిషములు, 1 గంట 30 నిమిషములకు గల నిష్పత్తి

(iii) 60 సెంటిమీటర్లు, 1.2 మీటర్లకు గల నిష్పత్తి

6. సీమా నెలసరి ఆదాయము రూ|| 20,000. ఆమె రూ|| 500 లు పొదుపు చేయును. క్రింది నిష్పత్తులు కనుగొనుము.

(i) నెలసరి ఆదాయము, పొదుపు నకు గల నిష్పత్తి

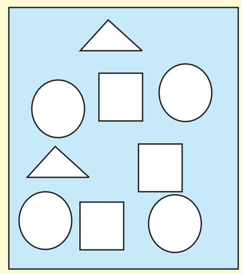
(ii) నెలసరి ఆదాయము, ఖర్చులకు గల నిష్పత్తి (iii) పొదుపు, ఖర్చులకు గల నిష్పత్తి

7. 50 మంది విద్యార్థులు గల ఒక తరగతిలో 30 మంది బాలురు కలరు. క్రింది నిష్పత్తులు కనుగొనుము.

(i) బాలురు, మొత్తం విద్యార్థులకు గల నిష్పత్తి (ii) బాలికలు, మొత్తం విద్యార్థులకు గల నిష్పత్తి

(iii) బాలురు, బాలికలకు గల నిష్పత్తి

8. ఇచ్చిన పటము నుండి "నిష్పత్తులు" కనుగొనుము.



(i) త్రిభుజముల సంఖ్య, వృత్తముల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి

(ii) వృత్తముల సంఖ్య, చతురస్రముల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి

(iii) త్రిభుజముల సంఖ్య, చతురస్రముల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి

(iv) వృత్తముల సంఖ్య, పటములోని మొత్తము చిత్రాల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి

(v) త్రిభుజముల సంఖ్య, పటములోని మొత్తము చిత్రాల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి

(vi) చతురస్రముల సంఖ్య, పటములోని మొత్తము చిత్రాల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి

1.4 నిష్పత్తులను పోల్చుట:

రెండు నిష్పత్తులను పోల్చవచ్చును. నిష్పత్తులను సమాన హారములు గల భిన్నములుగా మార్చిన తరువాత ఆ నిష్పత్తులను పోల్చవలెను.

ఉదాహరణ 6

3:5, 4:7 లను పోల్చుము.

సాధన: మనము $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ పోల్చవలెను.

5, 7 ల క.సా.గు = 35.

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{35}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{5} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$$

$$\therefore \frac{3}{5} > \frac{4}{7}$$

కావున 3:5 అనునది 4:7 కంటే పెద్దది

ఉదాహరణ 7

₹280ను 3:5 నిష్పత్తిలో విభజించుము.

సాధన: 3:5 అనగా మొదటి పరిమాణము 3 భాగములు రెండవ పరిమాణము 5 భాగములు.

మొత్తము భాగములు = 3 + 5 = 8

8 భాగములు = ₹280

1 భాగము = $\frac{280}{8}$ = 35

∴ 3 భాగములు = 3 × 35 = ₹105

మరియు 5 భాగములు = 5 × 35 = ₹175

ఉదాహరణ 8

ఒక దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి 7:4, పొడవు 77 సెం.మీ అయిన వెడల్పు కనుగొనుము?

సాధన: పొడవు = 75 సెం.మీ

పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 7:4

పొడవు = 7 భాగములు

7 భాగములు = 77 సెం.మీ

1 భాగము = $\frac{77}{7}$ = 11సెం.మీ

వెడల్పు = 4 భాగములు

4 భాగములు = 4 × 11 = 44సెం.మీ

∴ దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క వెడల్పు = 44 సెం.మీ

ఉదాహరణ 9

ఒక గ్రామములో 1,21,000 మంది ప్రజలు ఉన్నారు. వారిలో పురుషులు, స్త్రీలు 6 : 5 నిష్పత్తిలో ఉన్నారు. పురుషుల, స్త్రీల సంఖ్యను కనుగొనుము?

సాధన: గ్రామములోని ప్రజల సంఖ్య = 1,21,000

పురుషుల, స్త్రీల నిష్పత్తి = 6 : 5

నిష్పత్తుల మొత్తము = 6 + 5 = 11

11 నిష్పత్తులు = 1,21,000

1 నిష్పత్తి = $\frac{1,21,000}{11}$ = 11,000

గ్రామములోని పురుషుల సంఖ్య = 6 × 11,000 = 66,000

గ్రామములోని స్త్రీల సంఖ్య = 5 × 11,000 = 55,000

నిష్పత్తులు	ప్రజల సంఖ్య
11	121000
6	?
5	?

అభ్యాసము 1.2

1. ఏది పెద్దది? (i) 2:3 (లేక) 3:4 (ii) 4:5 (లేక) 5:7
2. ఏది చిన్నది? (i) 3:4 (లేక) 4:5 (ii) 3:7 (లేక) 7:9
3. (i) ₹400ను 3:5 నిష్పత్తిలో విభజించుము.
   (ii) 5కి.గ్రా 500గ్రాములను 5:6 నిష్పత్తిలో విభజించుము.
   (iii) 2మీ 25సెం.మీలను 5:4 నిష్పత్తిలో విభజించుము.
   (iv) 5గంటలను 1:5 నిష్పత్తిలో విభజించుము.
4. ₹6600 లను ప్రణీత మరియు శృతిలకు 6:5 నిష్పత్తిలో పంచిన ఎవరికి ఎంత ఎక్కువ వచ్చును.
5. ఒక దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క పొడవు వెడల్పులు 7:2 నిష్పత్తిలో ఉన్నవి. పొడవు 49సెం.మీ అయిన వెడల్పు కనుగొనుము?
6. ఒక కుటుంబము యొక్క ఖర్చు, పొదుపుల నిష్పత్తి 5:3. ఖర్చు ₹3500 అయిన పొదుపు ఎంత?
7. రహీమ్, బషీర్ అనే ఇద్దరు బహుమతిగా పొందిన రూ॥ 7500 లు 7 : 8 నిష్పత్తిలో పంచుకోదలచిరి. ఒక్కొక్కరి వాటా ఎంత?
8. ఒక నగరములో 1,00,000 మంది ఓటర్లు కలరు. పురుషులు, స్త్రీల నిష్పత్తి 11 : 9 అయిన, నగరములోని పురుషుల, స్త్రీల ఓటర్ల సంఖ్య కనుగొనుము?

1.5 అనుపాతము:

సూక్ష్మీకరించబడిన రెండు నిష్పత్తులు సమానమైనపుడు అవి అనుపాతములో నున్నవని చెప్పబడును. దీనిని '=' (లేక) ': :' గుర్తుల ద్వారా సూచిస్తారు.

a,b,c,d లు అనుపాతములో ఉన్నచో $a : b = c : d$ లేక $a : b :: c : d$ అని వ్రాస్తాము.

ఉదాహరణ 10

1. ఈ క్రింది నిష్పత్తులు అనుపాతములో ఉన్నవని చూపుము.

   (i) 2:3, 8:12 (ii) 25:45, 35:63

సాధన:

(i)

వరుస సంఖ్య	నిష్పత్తి	భిన్న రూపము	సూక్ష్మరూపము
1	2 : 3	$\frac{2}{3}$	2 : 3
2	8 : 12	$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$	2 : 3

$\therefore$ 2 : 3, 8 : 12 లు అనుపాతంలో ఉన్నవి

(ii)

వరుస సంఖ్య	నిష్పత్తి	భిన్న రూపము	సూక్ష్మరూపము
1	25 : 45	$\frac{25}{45}=\frac{5}{9}$	5 : 9
2	35 : 63	$\frac{35}{63}=\frac{5}{9}$	5 : 9

$\therefore$ 25 : 45, 35 : 63 లు అనుపాతంలో ఉన్నవి

గమనిక: పై ఉదాహరణలో 45 ను 35 చే, 25 ను 63 చే గుణించుము.

$25\times63 = 45\times35 = 1575$

a : b, c : d లు అనుపాతంలో ఉండిన axd = bxc దీనినే a:b :: c:d అని వ్రాయవలెను

∴ 4 సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉంటే వాటి మధ్యముల లబ్ధము, అంత్యముల లబ్ధము నకు సమానము

a:b :: c:d

అంత్యముల లబ్ధము = మధ్యముల లబ్ధము

axd = bxc

ఉదాహరణ 11

12 : 9, 4 : 3 అనుపాతంలో ఉన్నవని చూపుము.

సాధన: అంత్యముల లబ్ధము = $12\times3 = 36$

మధ్యముల లబ్ధము = $9\times4 = 36$

∴ 12 : 9, 4 : 3 లు అనుపాతంలో ఉన్నవి.

12 : 9 : : 4 : 3

ఉదాహరణ 12

3 : 4 = 12 :___ వదిలి వదిలివేయబడిన సంఖ్యను కనుగొనుము.

సాధన: అంత్యముల లబ్ధము = మధ్యముల లబ్ధము

3 ×___ = 4×12 రెండు వైపుల 3 చే భాగించిన

వదిలివేయబడిన సంఖ్య = 4×4=16 అగును

ఉదాహరణ 13

3, 12 లను మధ్యములుగా ఉంచి రెండు అనుపాతములను వ్రాయుము.

సాధన: ఇచ్చిన సంఖ్యలు 3,12 మధ్యములు

కావున ___ :3 = 12:___

మధ్యముల లబ్ధము = $3 \times 12 = 36$

అంత్యముల లబ్ధము కూడా 36 గా ఉండును.

36ను 2×18 లేక 4×9 గా వ్రాయవచ్చును.

రెండు అనుపాతములు,

∴ 2:3 = 12:18 4:3 = 12:9

చేసి చూడుము

1. 4, 20 లను మధ్యములుగా ఉపయోగించి రెండు అనుపాతములు వ్రాయుము.
2. 6, 15 లను మధ్యములుగా ఉపయోగించి రెండు అనుపాతములు వ్రాయుము.

ఉదాహరణ 14

ఒక పుస్తకము వెల రూ॥ 12 అయిన 2, 5, 7 పుస్తకములకు వాటి ఖరీదులకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

పుస్తకముల సంఖ్య	మొత్తము వెల	నిష్పత్తి	భిన్న రూపము	సూక్ష్మరూపము
2	2x12 = 24	2:24	$\frac{2}{24}$	1:12
5	5x12 = 60	5:60	$\frac{5}{60}$	1:12
7	7x12 = 84	7:84	$\frac{7}{84}$	1:12

పై పట్టిక నందు పుస్తకముల సంఖ్యకు, పుస్తకముల ఖరీదులు అనుపాతంలో ఉన్నవి.

1.6 అనులోమాను పాతము:

రెండు రాశులు క్రమమైన మార్పును పొందినపుడు అనగా ఒక రాశి హెచ్చినపుడు మరొక రాశి హెచ్చును లేదా ఒక రాశి తగ్గినపుడు మరొక రాశి తగ్గిన యెడల అవి అనులోమానుపాతములో ఉన్నవని చెప్పబడును.

ఉదాహరణ 15

శోభన 2 గంటలలో 35 కిలోమీటర్ల దూరం ప్రయాణం చేయగలదు. 6 గంటలలో ఆమె ఎంత దూరము ప్రయాణము చేయగలదు?

సాధన: సమయము (కాలము) పెరిగినపుడు దూరము కూడా పెరుగును.

కావున అవి అనులోమాను పాతంలో ఉండును.

కాలము (గం॥)	దూరము (కి॥మీ॥)
2	35
6	?

2 : 6 = 35 : □

2 × ___ = 6 × 35

వదిలి వేయబడిన పదము = $\frac{6 \times 35}{2}$ = 105

శోభన 6 గంటలలో 105 కిలోమీటర్లు ప్రయాణము చేయును

ఉదాహరణ 16

12 మంది విద్యార్థుల యూనిఫామ్ కొనుటకు ₹3000 ఖర్చు అగును. ₹1250లతో ఎంత మందికి యూనిఫామ్ కొనగలము?

సాధన:

విద్యార్థుల సంఖ్య	యూనిఫామ్‌ల వెల (₹)
12	3,000
?	1,250

డబ్బు తగ్గిన యూనిఫామ్‌ల సంఖ్య తగ్గును.
అవి అనులోమాను పాతములో ఉన్నవి.

12 : □ = 3000 : 1250

3000 × □ = 1250 × 12

వదిలివేయబడిన పదము $= \frac{1250 \times 12}{3000} = 5$

రూ॥ 1250 లతో 5 గురికి యూనిఫామ్‌లు కొనవచ్చును.

ఉదాహరణ 17

క్రింది పట్టికలోని విలువలు అనులోమానుపాతములో ఉన్నవా? అని చూడుము.

పుస్తకముల సంఖ్య	10	8	20	4
ధర (₹)	25	20	50	10

దత్తాంశమును ఆరోహణ క్రమములో వ్రాయుము.

పుస్తకముల సంఖ్య	4	8	10	20
ధర (₹)	10	20	25	50

నిష్పత్తులు : $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}, \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, \frac{10}{25} = \frac{2}{5}, \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$

$\therefore \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{20}{50}$

అన్ని నిష్పత్తులు సమానముగా ఉన్నవి.

∴ ఇవి అనులోమానుపాతములో ఉన్నవి.

అభ్యాసము 1.3

1. క్రింద ఇచ్చినవి అనుపాతంలో ఉన్నవా?
   - (i) 1 : 5 మరియు 3 : 15 (అవును/కాదు)
   - (ii) 2 : 7 మరియు 14 : 4 (అవును/కాదు)
   - (iii) 2 : 9 మరియు 18 : 81 (అవును/కాదు)
   - (iv) 15 : 45 మరియు 25 : 5 (అవును/కాదు)
   - (v) 30 : 40 మరియు 45 : 60 (అవును/కాదు)

2. సరైన జవాబును గుర్తించుము.
   - (i) క్రింది జతలలో ఏవి అనుపాతమును ఏర్పర్చును?

     (1) 3 : 4, 6 : 8 (2) 3 : 4, 8 : 6 (3) 4 : 3, 6 : 8 (4) 4 : 8, 6 : 3
   - (ii) 2 : 5 = _____ : 50 వదిలి వేయబడిన సంఖ్య ఏది?

     (1) 10 (2) 20 (3) 30 (4) 40

(iii) 6 బంతుల వెల రూ॥ 30 అయిన 4 బంతుల వెల ఎంత?

(1) రూ॥ 5 (2) రూ॥ 10 (3) రూ॥ 15 (4) రూ॥ 20

(iv) 5, 6, 10, ____ సంఖ్యలు (వరుస క్రమంలో) అనుపాతములో ఉన్నవి. వదిలి వేయబడిన సంఖ్య ఏది?

(1) 60 (2) 50 (3) 30 (4) 12

(v) 100 ను 3 : 2 నిష్పత్తిలో విభజించిన _____ లభించును.

(1) 30, 20 (2) 60, 40 (3) 20, 30 (4) 40, 60

3. క్రింది వానిని పరిశీలించి అనులోమానుపాతములో ఉన్నవా/లేవా తెలుపుము.

(i)	కాలము (గంటలలో)	2	5	4	3
	దూరము (కి.మీలలో)	80	200	160	120
(ii)	వయస్సు (సం॥వలలో)	2	6	4	8
	బరువు (కి.గ్రాలలో)	3.5	10.75	15	23
(iii)	అసలు (₹లలో)	300	450	250	600
	వడ్డీ (₹లలో)	18	27	15	36

4. అనులోమానుపాతములో ఉన్న క్రింది పట్టికలను పూరింపుము.

(i)	8	10	15	4	2
	16	–	–	–	–
(ii)	5	–	12	15	10
	–	28	48	–	–
(iii)	–	20	–	15	10
	45	–	60	–	15

5. శరత్ 9 క్రికెట్ బ్యాట్‌లు కొనడానికి ₹1350 లు ఖర్చు పెట్టెను. అదే ధరకు మనోజ్ 13 క్రికెట్ బ్యాట్‌లు కొనాలంటే ఎంత ఖర్చగును?

6. ఒక వ్యక్తి 2 గంటలలో 20 పేజీలు చదవగలడు. అదే వేగంతో అతడు 8 గంటలలో ఎన్ని పేజీలు చదవగలడు?

7. 150 మీటర్ల పొడవు గల రహదారి(Road) ని 15 మంది మనుషులు మరమ్మత్తు (Repair) చేయగలరు. 420 మీ॥ పొడవు గల రహదారిని మరమ్మత్తు చేయడానికి ఎంత మంది మనుషులు కావలెను?

8. ఒక గదికి రెండు నెలల అద్దె ₹9200 అయిన, ఒక సంవత్సరమునకు ఎంత అద్దె అగును?

9. 15 కుర్చీల ధర ₹7530 అయిన ₹10040లతో ఎన్ని కుర్చీలు కొనగలము?

10. 10కి.గ్రాల బియ్యం ధర ₹400 అయిన 3కి.గ్రా బియ్యం ధర ఎంత?

11. ఒక కారు 12లీ పెట్రోలుతో 156కి.మీ ప్రయాణించును. 1300కి.మీ ప్రయాణించుటకు ఆ కారుకు ఎన్ని లీటర్ల పెట్రోలు కావలెను?

1.7 అనుపాతము – అన్వయము

మనము ఇంటి ప్లాను గీయాలంటే అసలు కొలతలతో గీయలేము. గీచిన కొలతలకు అసలు కొలతలకు మధ్య నిష్పత్తి $a:b$ అనుకొనుము.

1. b కంటే a తక్కువైన మనకు తగ్గించిన చిత్రము వచ్చును.
2. $a = b$ అయిన సమాన చిత్రము వచ్చును.
3. b కంటే a ఎక్కువైన చిత్రము పెద్దదిగా వచ్చును.

ఉదాహరణకు

1. ఇంటి ప్లాను – తగ్గించిన చిత్రము
2. నోటు పుస్తకములోని రేఖాగణిత పటము – సమాన కొలతలు గల చిత్రము.
3. మైక్రోస్కోపునందు చూచిన బ్యాక్టీరియా – పెద్దది చేసిన చిత్రము.

ఉదాహరణ 18

ఒక పటమునందు స్కేలు 1సెం.మీ 200 కి.మీలను సూచించును.

(i) సూచిక భిన్నము వ్రాయుము.

(ii) పటమునందు నెల్లై, చెన్నైల మధ్య దూరము 3సెం.మీ అయిన ఆ ప్రదేశముల మధ్యగల అసలు దూరము ఎంత?

గీచిన కొలత, అసలు కొలత ఒకే ప్రమాణములో లేవని గుర్తుంచుకొనుము.

వాటిని ఒకే ప్రమాణములోనికి మార్చుము.

200 కి.మీ = 200 × 100000 సెం.మీ (∵1కి.మీ = 100000సెం.మీ)

= 2,00,00,000 సెం.మీ

(i) సూచిక భిన్నము = $\frac{1}{20000000}$

(ii) పటమునందు నెల్లై, చెన్నైల మధ్య దూరము = 3 సెం.మీ

నెల్లై, చెన్నైల మధ్య దూరము = 3 × 200 = 600 కి.మీ

చర్చించుము:

భారతదేశ పటమునందు రైలు మార్గములను చూడుము. పటములోని స్కేలును గమనించి క్రింది వాటికి అసలు దూరమును కనుగొనుము.

1. చెన్నై మరియు కలకత్తా 2. చెన్నై మరియు ముంబై 3. చెన్నై మరియు ఢిల్లీ

అభ్యాసము 1.4

1. ఒక పటమునందు స్కేలు 1సెం.మీకు 1000కి.మీగా గుర్తించబడినది.

(i) పటమునందలి స్కేలును సూచిక భిన్నముగా వ్రాయుము.

(ii) పటమునందు 3.5 సెం.మీ కొలత ఎంత అసలు కొలతను సూచించును.

(iii) 2100కి.మీ పొడవు పటమునందు ఎంత కొలతగా గుర్తించబడును.

2. ఒక పటమునందు స్కేలు 1సెం.మీ = 5మీ.గా ఉపయోగించబడినది.
   - (i) స్కేలును సూచిక భిన్నముగా వ్రాయుము.
   - (ii) పటమునందు 5.5 సెం.మీ కొలత ఎంత అసలు కొలతను సూచించును.
   - (iii) 2500మీ పొడవు పటమునందు ఎంత కొలతగా గుర్తించబడును.
3. ఖాళీలను పూరించుము.
   - (i) 1సెం.మీ = 200 మీ అయిన 4 సెం.మీ = ______
   - (ii) 1సెం.మీ = 250 మీ అయిన ______ = 1750కి.మీ
   - (iii) 1సెం.మీ = ______ అయిన 37500మీ = 5సెం.మీ
4. ఒక గ్రాఫ్‌నందు 1సెం.మీ = 200కి.మీ సూచించును. ఆ గ్రాఫ్‌లో 3600కి.మీ ఎంత పొడవుగా గుర్తించబడును.

కృత్యము:

- పొడవు 400మీ వెడల్పు 250మీ గల ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పొలమును సరైన స్కేలుతో చిత్తుపటము గీయుము.

అధ్యయన కృత్యము:

- మీ తరగతిలోని మరియు పాఠశాలలోని బాలురు, బాలికలు మరియు బాలికలు, బాలురకు గల నిష్పత్తిని సూక్ష్మరూపములో వ్రాయుము.
- నీ ఇద్దరు స్నేహితుల ఎత్తు, బరువు, చదివే సమయము మరియు ఆటలాడు సమయముల నిష్పత్తులు వ్రాయుము.
- ప్రతి విద్యార్థి తన ఐదుగురు మిత్రుల ఎత్తు బరువులను సేకరించి నిష్పత్తులుగా వ్రాయమని చెప్పుము.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

- ★ ఒకే రకమైన రెండు రాశుల పరిమాణములను పోల్చి చూడడమే “నిష్పత్తి”.
- ★ నిష్పత్తిలోని సంఖ్యలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించిన, దానికి సమాన నిష్పత్తి వచ్చును.
- ★ రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వమే అనుపాతము.
- ★ ఒక అనుపాతంలో అంత్యముల లబ్ధము = మధ్యముల లబ్ధము.
- ★ రెండు రాశులు ఒకే నిష్పత్తిలో హెచ్చినా, తగ్గినా దానిని అనులోమానుపాతము అందురు.

2. స్థిరరాశులు, చరరాశులు, సమాసములు

2.1 ఉపోద్ఘాతము (పరిచయము)

మీరు ఎన్నో ఆటలను మిక్కిలి ఆసక్తితో, ఉత్సాహంగా ఆడి ఉన్నారు. ఇపుడు మనము సంఖ్యలతో ఆటాడుదామా?

తరగతిలోని పిల్లల్ని చిన్న గ్రూపులుగా విభజించండి. ప్రతి గ్రూపువారు రెండంకెల సంఖ్యను తలచుకోవాలి. క్రింది గణనము చేయమనండి?

మెట్టు1: రెండంకెల సంఖ్యను '2' చే గుణించుము.

మెట్టు2: వచ్చిన ఫలితానికి '4' కూడుము.

మెట్టు3: వచ్చిన ఫలితాన్ని '5' చే భాగించుము.

మెట్టు4: చివరిగా 20 ని తీసివేయుము.

చివరి ఫలితం నుండి, సంఖ్యను ఎన్నుకొన్న గ్రూపు ఆ సంఖ్యను కనుగొనవలెను. చివరి ఫలితాన్ని 10 చే భాగించిన వచ్చు జవాబే అసలు సంఖ్య. ఇది అన్ని గ్రూపులకు వర్తిస్తుంది.

ఉదాహరణ:

చివరి ఫలితము 380 అయిన, 380 ని 10 చే భాగించుము.

అపుడు ఎన్నుకొన్న సంఖ్య 38 అగును.

మనము దీనిని ఎలా కనుగొన్నాము?

అన్ని గ్రూపుల నుండి వచ్చిన ఫలితాలను పట్టికగా వ్రాసి, ఫలితాన్ని పరిశీలించుము.

సరిచూడుము

1. $38 \times 2 = 76$
2. $76 + 4 = 80$
3. $80 \times 5 = 400$
4. $400 - 20 = 380$

ఉదాహరణ:

ఎన్నుకొన్న సంఖ్య = 23; $23\times2=46$; $46+4=50$; $50\times5=250$; $250-20=230$

23 ఎన్నుకొన్న సంఖ్య అయిన వచ్చిన ఫలితము: 230

మరికొన్ని ఉదాహరణలు చేసిచూడుము.

ఎన్నుకొన్న సంఖ్య = 25, వచ్చిన ఫలితము = 250
ఎన్నుకొన్న సంఖ్య = 40, వచ్చిన ఫలితము = 400
ఎన్నుకొన్న సంఖ్య = 37, వచ్చిన ఫలితము = 370

ఇపుడు, మనము ఎన్నుకొన్న సంఖ్యకు, వచ్చిన ఫలితానికి మధ్యగల సంబంధాన్ని అర్థము చేసుకోగలము

గమనిక: పై సమస్యకు బీజీయ సమాసము అధ్యాయము చివరలో ఇవ్వబడినది.

మీరు చేసి చూడండి

పై ఆటను మూడు మరియు నాలుగు అంకెల సంఖ్యలతో ప్రయత్నించుము.

మరికొన్ని క్రొత్త ఆటలను రూపొందించి, వానిని సాధించండి.

అభ్యాసము 2.1

1. 5, 10, 15, – , 25, 30 వరుసలో లేని సంఖ్యను కనుగొనుము.

(i) 20 (ii) 2 (iii) 22 (iv) 23

2. ○ △ □ ○ △ __ __ __ ఇచ్చిన వరుసలలో తర్వాతి మూడు రూపములను కనుగొనుము

(i) ○ △ □ (ii) □ ○ △ (iii) △ ○ □

(iv) ○ □ △

3.

మొదటి సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
రెండవ సంఖ్య	10	20	30	40	50	60

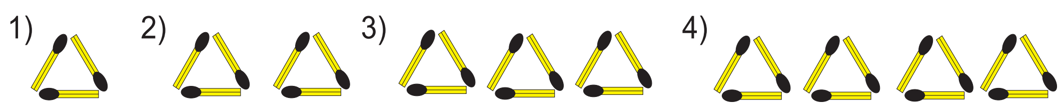
పట్టిక నుండి పొందిన రూపము ఏది?

(i) రెండవ సంఖ్య = 10 + మొదటి సంఖ్య (ii) రెండవ సంఖ్య = 10 – మొదటి సంఖ్య

(iii) రెండవ సంఖ్య = 10 ÷ మొదటి సంఖ్య (iv) రెండవ సంఖ్య = 10 × మొదటి సంఖ్య

2.2 రూపముల ద్వారా స్థిరరాశులు, చరరాశులు పరిచయము:

లత తన దగ్గర వున్న అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించి క్రింది త్రిభుజాకార రూపములను తయారు చేసెను.



పై రూపములను రూపొందించుటకు తను ఉపయోగించిన మొత్తం అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను క్రింది విధంగా పట్టికలో పొందుపరిచెను.

త్రిభుజముల సంఖ్య	1	2	3	4	....	
ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	....	
	3×1	3×2	3×3	3×4	....	

పై పట్టిక నుండి, తయారుచేసిన త్రిభుజములకు, ఉపాయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు మధ్యగల సంబంధమును లత కనుగొనెను. అది

ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = 3×త్రిభుజముల సంఖ్య

ఇక్కడ తయారుచేసిన త్రిభుజముల సంఖ్యను అనుసరించి అగ్గిపుల్లల సంఖ్య మారుచున్నది. ఒక త్రిభుజాన్ని తయారుచేయడానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య ఎప్పుడూ ఒక్కటే అని మనము తెలుసుకొన్నాము. అదేవిధంగా స్థిరమైన విలువను కలిగి ఉన్న రాశిని స్థిరరాశి అందురు. అయితే త్రిభుజముల సంఖ్య మారుచున్నది కావున త్రిభుజముల సంఖ్య ను 'x' అని గుర్తించెదము.

కావున, ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $3 \times x = 3x$

పైన చెప్పబడిన సూక్ష్మీకరణ పద్ధతిని ఒక 'నియమము'గా తీసుకోవచ్చును.

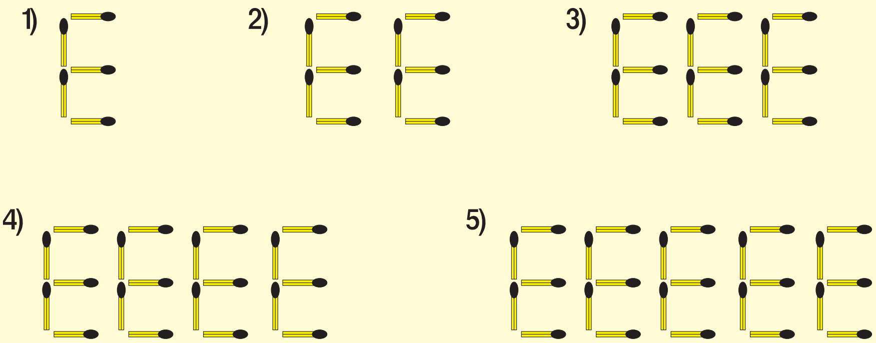
వేరు వేరు విలువలను కలిగి ఉండు రాశిని 'చరరాశి' అందురు.

సాధారణంగా చరరాశులను ఆంగ్ల చిన్న అక్షరాలు (a, b, c .... x, y, z) తో సూచిస్తారు.

ఉదాహరణ 1

అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించి 'E' అక్షరమును తయారుచేసెదరు. మనకు 'E' అక్షరమును రూపొందించుటకు 5 అగ్గిపుల్లలు కావలెను.

పటములు:



రూపొందించిన 'E'ల సంఖ్య	1	2	3	4	5	....	
ఉపయోగించిన పుల్లల సంఖ్య	5	10	15	20	25	....	
	5×1	5×2	5×3	5×4	5×5	....	

పై పట్టిక నుండి పొందిన నియమము:

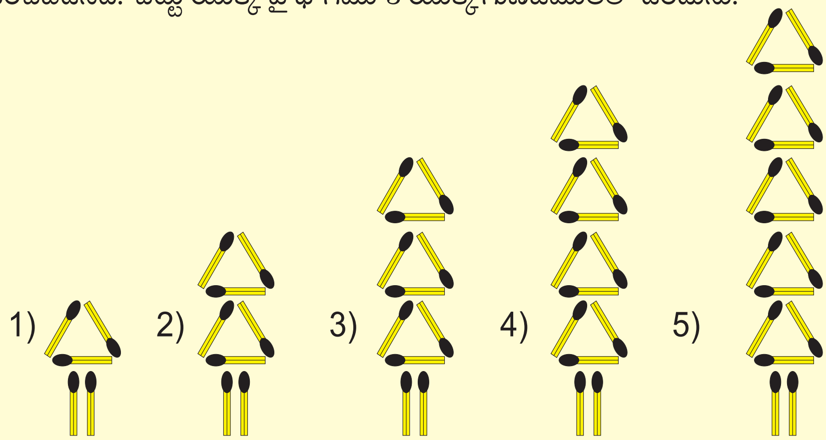
ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = 5 × (రూపొందించిన E ల సంఖ్య)

రూపొందిచిన E ల సంఖ్యను చరరాశి x తో సూచించెదము.

కావున ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $5\times x = 5x$

ఉదాహరణ 2

క్రింద ఇచ్చిన అశోక చెట్టు రూపములను చూడుము. ఆధారము ఎప్పుడూ రెండు పుల్లలతో రూపొందించబడినది. చెట్టు యొక్క పై భాగము 3 యొక్క గుణిజములతో ఉండును.



చెట్టుపై భాగముల సంఖ్య	1	2	3	4	5	....	
పై భాగముకు కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	15	....	
	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	....	
ఆధారమునకు కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	2	2	2	2	2	....	
ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3×1+2	3×2+2	3×3+2	3×4+2	3×5+2	....	

పై పట్టిక నుండి పొందిన నియమము:
ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = (3×పై భాగముల సంఖ్య) + (ఆధారమునకు ఉపయోగించిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య)
త్రిభుజాకార రూపమును 'x' అని గుర్తించిన
అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $3\times x+2=3x+2$

గమనిక: అధ్యాయము మొదట గ్రూపులకు ఇచ్చిన సమస్యకు బీజీయ వివరణ:

నీ స్నేహితుడు ఎన్నుకొన్న సంఖ్య 'x' అనుకొనుము. ఎన్నుకొన్న సంఖ్యను '2' చే గుణించుము. ($2x$), '4' కూడుము ($2x+4$), 5 చే గుణించుము $[5\times(2x+4)] = 10x+20$, 20 ని తీసివేయుము.

$10x+20-20=10x$

ఇపుడు ఎన్నుకొన్న సంఖ్యను కనుగొనుటకు $10x$ ను 10 చే భాగించుము.
చివరగా ఎన్నుకోబడిన సంఖ్యను కనుగొంటాము.

అభ్యాసము 2.2

1. సరైన జవాబును గుర్తించుము.

a)

మొదటి సంఖ్య	16	26	36	46	56	66
రెండవ సంఖ్య	10	20	30	40	50	60

పై నున్న జతలు ఏ నియమములపై ఆధారపడి ఉన్నవి?

(i) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య + 6

(ii) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య – 6

(iii) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య ÷ 6

(iv) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య × 6

b)

మొదటి సంఖ్య	1	2	3	4	5
రెండవ సంఖ్య	9	10	11	12	13

పై నున్న జతలు ఏ నియమములపై ఆధారపడి ఉన్నవి?

(i) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య × 5

(ii) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య – 8

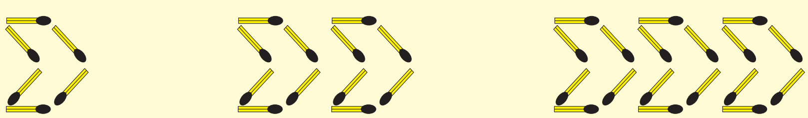
(iii) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య + 8

(iv) రెండవ సంఖ్య = మొదటి సంఖ్య × 8

2. ఒక పెట్టెలో 40 ఆపిల్ పండ్లు ఉన్నచో, మొత్తం ఆపిల్ పండ్ల సంఖ్య, పెట్టెల సంఖ్యపై ఆధారపడి ఉండును. (పెట్టెల సంఖ్య x అనుకొని) బీజీయ రూపములో వ్రాయుము.

3. ఒక కట్టలో 12 పెన్సిళ్ళు ఉన్నవి. మొత్తం పెన్సిళ్ళ సంఖ్య ఇచ్చిన కట్టలపై ఆధారపడి ఉండును. (కట్టల సంఖ్యను b అనుకొని) బీజీయ రూపములో వ్రాయుము.

4. ఇచ్చిన రూపము నుండి బీజీయ రూపము వ్రాయుము.



అధ్యయన కృత్యము:

అగ్గిపుల్లలతో రెండు చతురస్రములు, మూడు చతురస్రములు .... పది చతురస్రములు రూపొందించి ఒక్కొక్క చతురస్రమునకు ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు కావలెనో కనుగొనుము.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

1. చరరాశికి ఒక స్థిరమైన విలువ ఉండదు. సందర్భాన్ని అనుసరించి అనేక విలువలను కలిగి ఉండును.
2. చరరాశులను (a, b, c .... x, y, z) ఆంగ్లభాషలోని చిన్న అక్షరములద్వారా సూచిస్తారు.
3. సమాసములను చరరాశులసహాయంతో కలుపుతారు.
4. అంకగణితము, రేఖాగణితము సూత్రాలను చరరాశులసహాయంతో పొందెదము.
5. ఒక సమాసమును, మరొక సమాసముతో సమానము చేసినపుడు అది ఒక సమీకరణము అగును (ఒక సమాసము ఖచ్చితంగా సంఖ్యా సమాసము కానిదై ఉండవలెను)
6. సమీకరణమును తృప్తి పరచు విలువ ఆ సమీకరణమునకు సాధన అగును.

3. కాలమును కొలుచుట

3.1 పరిచయము:

ఉదయం నుండి సాయంత్రం వరకు మనము చేసే పనులను గమనిస్తాము. ఉదయం కాలకృత్యములు, పాఠశాలకు వెళ్ళడం, చదవడం, ఆటలాడడం మొదలగు వానికి కొంత సమయము నిర్ణయిస్తాము.

మన పూర్వీకులు సూర్యుని చూచి సమయాన్ని చెప్పేవారు. దాని ప్రకారం వారు పనులు చేసేవారు. అయితే ఆకాశం మబ్బులతో కూడి ఉన్నపుడు, వర్షాకాలములోనూ అది సాధ్యం కాదు.

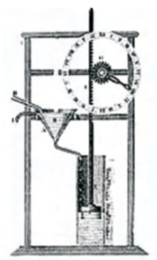
పూర్వకాలములో వారు వివిధ రకములైన గడియారములను ఉపయోగించెడివారు. ఈజిప్టులు నీడ గడియారములు, ఆంగ్లేయులు క్రొవ్వొత్తి గడియారములు, చైనీయులు దారపు గడియారములు, యురోపియన్లు నూనె గడియారములు, భారతీయులు నీటి గడియారములు, మరికొన్ని దేశాలలో ఇసుక గడియారములను, ఉపయోగించెడివారు.

నీడ గడియారము

క్రొవ్వొత్తి గడియారము

ఇసుకగడియారము

నీటి గడియారము


దారపు గడియారము

కాలక్రమేణ ఈ గడియారములలోఉన్న తప్పులను సరిదిద్ది యంత్రముల మూలముగా పనిచేయు గడియారములను ప్రవేశ పెట్టినారు. మన జీవితములో కాలము చాలా విలువైనది. కావున కాలమును గురించి తప్పనిసరిగా నేర్చుకొనవలెను.

3.2 కాలము యొక్క ప్రమాణము

సెకనులు, నిమిషము,గంట, రోజు, వారము, నెల మరియు సంవత్సరములు కాలమునకు ప్రమాణము.

ఇప్పుడు

1 నిమిషము= 60 సెకండ్లు
1 గంట = 60 ని॥=60x60సె॥ =3600సెకండ్లు
1 రోజు= 24 గం॥ =24x60=1440ని॥ = 86400 సె॥
(24x60x60)

60సెకన్లు = 1నిమిషము
1సెకను = $\frac{1}{60}$ నిమిషములు
60నిమిషములు = 1 గంట
1నిమిషము = $\frac{1}{60}$ గంటలు

ఉదాహరణ 1

120సెకండ్లు = 120x$\frac{1}{60}$ = $\frac{120}{60}$ = 2 నిమిషములు
కావున 120 సెకండ్లు = 2 నిమిషములు

60 సెకనులు = 1 నిమిషము
1సెకండు = $\frac{1}{60}$ నిమిషము

గణితము

ఉదాహరణ 2

360 నిమిషములను గంటలుగా మార్చుము

360నిమిషములు $=360 \times \frac{1}{60} = \frac{360}{60} = 6$ గంటలు

కావున 360 నిమిషములు = 6గంటలు

60నిమిషములు = 1 గంట

∴ 1నిమిషము = $\frac{1}{60}$ గంట

ఉదాహరణ 3

3 గంటల 45 నిమిషములను నిమిషములుగా మార్చుము.

సాధన: 1 గంట =60 నిమిషములు

3 గంటలు = 3x60 =180 నిమిషములు+45 నిమిషములు

3 గంటల 45 నిమిషములు = 180 ని॥లు + 45 ని॥లు = 225 ని॥లు

ఉదాహరణ 4

5400 సెకండ్లను గంటలుగా మార్చుము.

సాధన: 5400 సెకండ్లు $= 5400 \times \frac{1}{3600}$ గంటలు$= \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ గంటలు

కావున 5400 సెంకడ్లు $=1\frac{1}{2}$ గంటలు

చేసిచూడుము

1. మీ మధ్యాహ్న భోజన సమయమును సెకండ్లలోనికి మార్చుము.
2. సాయంత్రము ఆట్లాడు సమయమును గంటలుగా మార్చుము.

ఉదాహరణ 5

2 గంటల 30 నిమిషాల 15 సెకండ్లను సెకండ్లుగా మార్చుము.

1 గంట = 3600 సెకండ్లు కావున 2గంటలు= 2x3600=7200 సెకండ్లు.

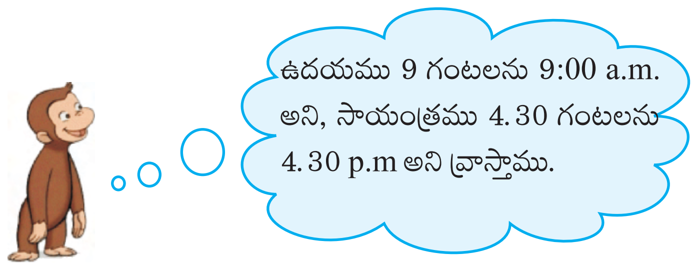
1 గంట = 60 సెకండ్లు కావున 30నిమిషములు = 30x60=1800 సెకండ్లు.

కావున 2 గంటల 30 నిమిషములు 15 సెకండ్లు =7200 +1800+15.

= 9015 సెకండ్లు.

మనం సాధారణంగా అర్థరాత్రి 12.00 గంటల నుండి మధ్యాహ్నము 12.00 గంటల వరకు గల కాలాన్ని a.m. (Antemeridiam) అని, మద్యాహ్నము 12.00 గంటల నుండి అర్ధరాత్రి 12.00 గంటల వరకు గల కాలాన్ని p.m.(Post meridian) అని గుర్తిస్తాము.

గమనిక: మనము 4 గంటల 30 నిమిషములను 4.30 (లేక) 4:30 అని వ్రాస్తాము. దశాంశ బిందువును ఉపయోగించినప్పటికి, అది దశాంశసంఖ్య కాదు.



అభ్యాసము 3.1

1. ఖాళీలను పూరింపుము:
   I) 1 గంట = ____________ నిమిషములు
   ii) 24 గంటలు = ____________ రోజు
   iii) 1 నిమిషము = ____________ సెకండ్లు
   iv) ఉదయం 7 గంటల 15 నిమిషములను ఇలా గుర్తిస్తారు ____________
   v) సాయంత్రము 3 గంటల 45 నిమిషములను ఇలా గుర్తిస్తారు ____________
2. సెకండ్లలోనికి మార్చుము:
   i) 15 నిమిషములు
   ii) 30 నిమిషముల 12 సెకండ్లు
   iii) 3 గంటల 10 నిమిషముల 5 సెకండ్లు
   iv) 45 నిమిషముల 20 సెకండ్లు
3. నిమిషములలోనికి మార్చుము:
   i) 8 గంటలు
   ii) 11 గంటల 50 నిమిషములు
   iii) 9 గంటల 35 నిమిషములు
   iv) 2 గంటల 55 నిమిషములు
4. గంటలలోనికి మార్చుము:
   i) 525 నిమిషములు
   ii) 7200 సెకండ్లు
   iii) 11880 సెకండ్లు
   iv) 3600 సెకండ్లు

3.3 రైల్వే కాలమానము:

క్రింది పట్టికను గమనించుము ఎక్కడైనా ఇలాంటి పట్టికను చూశారా?

వరుస సంఖ్య	రైలుసంఖ్య	రైలు పేరు	బయలుదేరు స్థలము	చేరు స్థలము	బయలుదేరు సమయము	చేరు సమయము
1.	2633	కన్యాకుమారి ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	కన్యాకుమారి	17.25 గం॥	6.30 గం॥
2.	2693	ముత్తునగర్ ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	ట్యుటికోరిన్	19.45 గం॥	6.15 గం॥
3.	6123	నెల్లై ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	నాగర్‌కోయిల్	19.00 గం॥	8.10 గం॥
4.	2637	పాండియన్ ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	మధురై జంక్షన్	21.30 గం॥	6.15 గం॥
5.	6177	రాక్‌ఫోర్ట్ ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	తిరుచిరాపల్లి	22.30 గం॥	5.25 గం॥
6.	2635	వైగై ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	మధురై	12.25 గం॥	20.10 గం॥
7.	2605	పల్లవన్ ఎక్స్‌ప్రెస్	ఎగ్మూర్	తిరుచిరాపల్లి	15.30 గం॥	20.50 గం॥

పై పట్టికలో కాలాన్ని పరిశీలించండి. ఒక రోజుకు ఎన్ని గంటలు? జవాబు : 24 గంటలు

సాధారణంగా 24 గంటల కాలమానాన్ని రైల్వేకాలము అందురు. రైల్వే కాలములో a.m. మరియు p.m లు ఉపయోగించము. అన్ని కాలములను గంటలుగా మాత్రమే వ్యవహరిస్తారు.

పై పట్టికలో కొన్ని రైళ్ళు బయలుదేరు సమయము, వచ్చి చేరు సమయము 12.00 గంటల కంటే ఎక్కువగా ఉన్నది. ఈ గంటలను సాధారణ కాలమానముగా మార్చడానికి 12 ను తీసివేయవలెను.

సమయమును మార్చుకొందామా?

ఉదాహరణ 6

1. రైల్వే కాలములోనికి మార్చుము

i) 8.00 a.m. ii)10.25 p.m

i) 8.00 a.m. = 8.00 గంటలు

ii) 10.25 p.m. = 10.25
+ 12.00

22.25 గంటలు

1. సాధారణ కాలములోనికి మార్చుము

i) 23.10 గంటలు ii) 24 గంటలు

iii) 9.20 గంటలు

i) 23.10 గంటలు = 23.10
= 12.00(-)
= 11.10 p.m.

ii) 24 గంటలు = 24.00
= 12.00(-)
12.00 అర్ధరాత్రి

iii) 9.20గంటలు =9.20 a.m

మీరు చేయండి

మీరు ప్రతిరోజు ఉపయోగించే రైల్వేకాలమును సాధారణకాలంలోనికి మార్చండి.

అభ్యాసము 3.2

1. రైల్వే కాలములో వ్రాయుము.

అ) 6.30 ఉదయం ఆ) 12.00 అర్ధరాత్రి ఇ) 9:15 రాత్రి ఈ) 1.10 మధ్యాహ్నం

2. సాధారణ కాలములో వ్రాయుము.

అ) 10.30 గంటలు ఆ) 12.00 గంటలు ఇ) 00:00 గంటలు ఈ) 23.35 గంటలు

3.4 కాలపరిమితిని లెక్కించుట :

దీప తన మిత్రురాలు ఝాన్సీతో "నేను 8.00a.m నుండి 11.00a.m వరకు 3 గంటలపాటు చదివాను" అని చెప్పెను. దీప తను చదివిన సమయమును ఎట్లు లెక్కించెను.

ఉదాహరణ 7

4.00 a.m. నుండి 4.00p.m. వరకు గల కాలపరిమితిని కనుగొనుము.

సాధన: 4.00pm = 4 గంటలు.00 నిమిషములు + 12 గంటలు .00 నిమిషములు
= 16 గంటలు.00 నిమిషములు =16 గంటలు

కాలపరిమితి = 4.00p.m – 4.00 a.m.
= 16.00 గంటలు – 4.00 గంటలు
= 12 గంటలు

ఉదాహరణ 8

చేరన్ ఎక్స్‌ప్రెస్ చెన్నైలో 22.10 గంటలకు బయలుదేరి, మరుసటి రోజు 02.50 గంటలకు సేలం చేరును. ప్రయాణ సమయమును కనుగొనుము.

సాధన: సేలం చేరు సమయము	= 02.50 గంటలు
చెన్నై నుండి బయలుదేరు సమయము (ముందురోజు)	= 22.10 గంటలు
ప్రయాణ సమయము	= (24.00–22.10) + 2.50
	= 1.50+2.50
	= 4.40

ప్రయాణ సమయము = 4గంటల 40 నిమిషాలు

ఉదాహరణ 9

ఒక బాలుడు ఉదయం 9.00 గంటలకు బడికి వెళ్ళెను. బడి పూర్తయిన తర్వాత తన స్నేహితుడి ఇంటికి వెళ్ళి ఆడుకొనెను. అతడు సాయంత్రం 5.30 గంటలకు తన ఇంటికి చేరెను. అతను ఇంటిలో ఉండని సమయమును కనుగొనుము.

సాధన: బాలుడు ఇంటి నుండి బయలుదేరిన సమయము	= 9.00 ఉదయము
ఉదయం బయలుదేరిన సమయమునుండి మధ్యాహ్నం 12.00 గంటల వరకు మధ్యగల కాలము	= 12.00–9.00
	= 3.00 గంటలు
బాలుడు సాయంత్రం ఇంటికి చేరిన సమయము	= 5.30 గంటలు
బాలుడు ఇంటిలో లేని సమయము	= 3.00+5.30
	= 8.30 గంటలు

అభ్యాసము 3.3

1. కాలపరిమితిని కనుగొనుము.
   i) 3.30 a.m. నుండి 2.15p.m. వరకు ii) 6.45a.m. నుండి 5.30p.m. వరకు
2. నెల్లై ఎక్స్‌ప్రెస్ తిరునెల్వేలిలో 18.30 గంటలకు బయలుదేరి చెన్నై ఎగ్మూరుకు 6.10 గంటలకు చేరెను. రైలు ప్రయాణ సమయమును కనుగొనుము.
3. సంఘవి తన మామగారి ఇంటి నుండి 10.00 గంటలకు బయలుదేరి 1.15 p.m గంటలకు తన ఇంటికి చేరెను. ఆమె తన ఇంటికి చేరడానికి పట్టిన సమయము ఎంత?

లీపు సంవత్సరము :

రాము తన పుట్టినరోజును సంతోషముగా జరుపుకొన్నాడు. అయితే అతని స్నేహితుడు దిలీప్ ఒంటరిగా, దిగులుగా ఒక మూలలో కూర్చుని ఉన్నాడు. రాము దిలీప్ దగ్గరకు వెళ్ళి "ఎందుకు విచారంగా ఉన్నావు దిలీప్?" అని అడిగాడు అందుకు దిలీప్ "నేను ప్రతి సంవత్సరము పుట్టిన రోజు జరుపుకోలేను" అన్నాడు. రాము "ఎందుకు"? అని అడిగాడు. "నేను '4' సంవత్సరములకు ఒకసారి మాత్రమే పుట్టినరోజును జరుపుకోగలను" అని దిలీప్ చెప్పెను. "ఎందుకలా"? అని ఆశ్చర్యపోయాడు రాము.

"ఎందుకంటే నా పుట్టిన రోజు ఫిబ్రవరి '29' న వస్తుంది" అని అన్నాడు దిలీప్.

"ఫిబ్రవరి నెలలో 29" వ తేది ఏంటి? దిలీప్ ఫిబ్రవరి నెలకు 28 రోజులే కదా! ఉన్నాయి " అని సతీష్ అడిగాడు

అవును సతీష్, సాధారణంగా ఫిబ్రవరిలో 28 రోజులే. కాని 4 సంవత్సరములకు ఒకసారి ఫిబ్రవరి నెలలో 29 రోజులు ఉంటాయి. ఆ సంవత్సరమును లీపు సంవత్సరము అంటారు. సాధారణ సంవత్సరమునకు 365 రోజులు. కాని లీపు సంవత్సరమునకు 366 రోజులు ఉంటాయి. లీపు సంవత్సరములో "ఒక రోజు" అధికముగా ఎందుకు ఉంటుంది? "నాకు తెలియదు ఉపాధ్యాయుడిని అడిగి తెలుసుకుందాము" అని దిలీప్ చెప్పాడు. వారిరువురు వారి ఉపాధ్యాయుడి దగ్గరకు వెళ్ళి సందేహాన్ని అడిగారు. ఆయన ఇలా చెప్పారు.

భూమి సూర్యున్ని ఒక చుట్టూ చుట్టి రావడానికి 365 రోజులు పట్టును. 365 రోజులు '1' సంవత్సరము అవుతుంది అని మీకు తెలుసు. అయితే భూమి సూర్యుని చుట్టూ చుట్టిరావడానికి 365.25 రోజుల కాలము పడుతుంది. కావున ఈ 0.25 రోజును4 సంవత్సరములకు ఒక సారి కూడి (0.25x4=1) ఫిబ్రవరి నెలలో చేర్చారు. కావున లీపు సంవత్సరములో ఫిబ్రవరి నెలకు 29 రోజులు ఉంటాయి.

చేసిచూడుము

1. మనము ఇపుడు ఏ శతాబ్దములో ఉన్నాము.
2. సహస్రాబ్ది అనగానేమి?

1 రోజు	=	24 గంటలు
1 వారము	=	7 రోజులు
1 సంవత్సరము	=	12 నెలలు
1 సంవత్సరము	=	365 రోజులు
10 సంవత్సరములు	=	1 దశాబ్దము
100 సంవత్సరములు	=	1 శతాబ్దము
1000 సంవత్సరములు	=	1 సహస్రాబ్ది

లీపు సంవత్సరమును ఎట్లు కనుగొందువు ?

ఒక సంవత్సరము 4 చే నిశ్శేషముగా భాగించబడినచో దానిని లీపు సంవత్సరము అందురు.

అయితే 100 యొక్క గుణిజములుగా గల సంవత్సరములు 400 చే నిశ్శేషముగా భాగించబడినచో అది లీపు సంవత్సరము అగును. 1900,1800,1700,1500 లీపు సంవత్సరములు కావు. ఎందుకు? ఎందుకనగా వీటిని 400 చే భాగించిన శేషము వచ్చును అయితే 1200,1600,2000,2400 సంవత్సరములన్నీ 400 చే నిశ్శేషముగా భాగించబడును. కావున ఇవి లీపు సంవత్సరములు.

ఉదాహరణ 10

క్రింది వానిలో లీపు సంవత్సరములు ఏవి?

(i) 1400 (ii) 1993 (iii) 2800 (iv) 2008

సాధన: (i) 1400 ను 400 చే భాగించుము.

1400; 400 = భాగఫలము = 3

శేషము = 200

$$\begin{array}{r} 3 \\ 400\,\overline{)\,1400} \\ 1200 \\ \hline 200 \\ \hline \end{array}$$

కావున 1400 లీపు సంవత్సరము కాదు.

(ii) 1993 ను 4 చే భాగించుము.

1993 ÷ 4

భాగఫలము=498 , శేషము=1

∴ 1993 లీపు సంవత్సరము కాదు.

```
      498
  4 ) 1993
      16
      --
       39
       36
       --
        33
        32
        --
         1
```

(iii) 2800 ను 400 చే భాగించుము.

2800 ÷ 400

భాగఫలము=7, శేషము=0

∴ 2800 ఒక లీపు సంవత్సరము.

```
          7
  400) 2800
       2800
       ----
          0
```

(iv) 2008 ను 4 చే భాగించుము.

2008 ÷ 4

భాగఫలము=502, శేషము=0

∴ 2008 ఒక లీపు సంవత్సరము.

```
      502
  4 ) 2008
      20
      --
       08
       08
       --
        0
```

ఉదాహరణ 11

ఆగస్టు 15 నుండి అక్టోబర్ 27 వరకు గల రోజులు ఎన్ని?

ఆగస్టు నందు 31 రోజులు ఉండును.

ఆగస్టు నెలలో రోజులు = 31 − 14 = 17 రోజులు

సెప్టెంబరు నెలలో రోజులు =30 రోజులు

అక్టోబరు నెలలో రోజులు =27 రోజులు

మొత్తము = 74 రోజులు

గమనిక

ఇచ్చినది ఆగస్టు 15 కావున 31 (ఆగస్టు నెలలో రోజులు) నుండి 14 రోజుల (15కు ముందు సంఖ్య)ను తీసివేయవలెను.

ఉదాహరణ 12

298 రోజులను వారములుగా మార్చుము

సాధన: 298 రోజులు=298÷7 వారములు

298 రోజులు=42 వారముల 4 రోజులు

1 వారము = 7 రోజులు

1 రోజు $= \frac{1}{7}$ వారము

ఉదాహరణ 13

2004 వ సంవత్సరము జనవరి 12 నుండి 2004 సంవత్సరము మార్చి 7 వరకు గల రోజులను లెక్కించుము?

సాధన :

ఇచ్చిన సంవత్సరము లీపు సంవత్సరమా? కాదా? అని కనుగొనుము.

200, 4 = భాగఫలము =501 శేషము= 0

కావున 2004 ఒక లీపు సంవత్సరము. ఫిబ్రవరి నెలకు 29 రోజులు ఉండును.

జనవరినెలలో రోజులు = 31–12 = 19 రోజులు
ఫిబ్రవరి నెలలో రోజులు = 29 రోజులు
మార్చి నెలలో రోజులు = 6 రోజులు

మొత్తం =54 రోజులు

కావున 2004 జనవరి 12 నుండి 2004 మార్చి 7 వరకు 54 రోజులు కలవు.

అభ్యాసము: 3.4

1. క్రింది ఖాళీలను పూరింపుము.
   (i) 1 వారము = ... రోజులు
   (ii) లీపు సంవత్సరములో ఫిబ్రవరి నెలకు .... రోజులు
   (iii)3 రోజులు =.............................. గంటలు
   (iv)1 సంవత్సరమునకు .... నెలలు
   (v) 1 గంటకు .... సెకండ్లు
2. క్రింది వాటిలో ఏవి లీపు సంవత్సరములు
   (i) 1992 (ii) 1978 (iii) 2003 (iv) 1200 (v) 1997
3. 1996 వ సంవత్సరములో జనవరి 4 నుండి ఏప్రిల్ 8 వరకు గల రోజుల సంఖ్యను కనుగొనుము.
4. వారములుగా మార్చుము
   (i) 328 రోజులు (ii) 175 రోజులు

ఉదాహరణ 14

ఒక కార్యాలయము ఉదయం 10 గంటల నుండి సాయంత్రం 5:45 గంటల వరకు పనిచేయును. మధ్యాహ్నము భోజనము కొరకు 12:45 నుండి 1:30 గంటల వరకు విరామము ఇచ్చిన, వారమునకు ఆరు రోజులు పనిచేయు ఆ కార్యాలయము ఒక వారంలో చేయు పని గంటలు ఎన్ని?

సాధన:

		గంటలు	నిమిషాలు
కార్యాలయము మూసివేయు సమయము	=	17	45
కార్యాలయము తెరచు సమయము	=	10	00
పనిచేసిన కాలము	=	07	45
భోజన విరామ సమయము (13:30–12:45)	=	00	45
ఒక రోజుకు పని గంటలు	=	07	00

∴ ఆరు రోజులకు మొత్తం పని గంటలు = 7×6 = 42 గంటలు

∴ ఒక వారంలో మొత్తం పని గంటలు = 42 గంటలు

ఉదాహరణ 15

ఒక గడియారము ఒక గంటకు 5 సెకన్లు వేగముగా నడుచును. ఆ గడియారము ఉదయం 6 గంటలకు సరిచేసిన సాయంత్రం 4 గంటలకు ఎంత సమయమును సూచించును.

సాధన:

సాయంత్రం 4 గంటలు	=	16:00 గంటలు
ఉదయం 6 గంటలు	=	06:00 గంటలు

జరిగిన కాలము	=	10:00 గంటలు
		----------

1 గంటలో గడియారము 5 సెకన్లు వేగముగా నడుచును.

10 గంటలలో గడియారము వేగముగా నడిచిన కాలము = $10 \times 5 = 50$ సెకన్లు

గడియారము 4 గంటలకు 50 సెకన్లు ఎక్కువగా చూపుచున్నది. కావున 4 గంటలకు గడియారము చూపు సమయము సాయంత్రం 4 గంటల 00 నిమిషాల 50 సెకన్లు.

చేసిచూడుము

1. ఒక బ్యాంకు ఉదయం 9 గంటల నుండి సాయంత్రం 3:30 గంటల వరకు పనిచేయును. మధ్యాహ్నము భోజనము కొరకు 12:30 నుండి 1:15 గంటల వరకు విరామము ఇచ్చిన, వారమునకు ఆరు రోజులు పనిచేయు ఆ బ్యాంకు ఒక వారంలో చేయు పని గంటలు ఎన్ని?
2. ఒక గడియారము ఒక గంటకు 6 సెకన్లు నిదానముగా నడుచును. ఆ గడియారము ఉదయం 5 గంటలకు సరిచేసిన సాయంత్రం 3 గంటలకు ఎంత సమయమును సూచించును.

కృత్యము:

తరగతిలోని పిల్లలను గ్రూపులుగా విభజించుము. వారిలో వారి వయస్సులను పోల్చి చూసి, ఎవరు పెద్దవారో, ఎవరు చిన్నవారో కనుగొనుము.

అధ్యయన కృత్యము:

- 1980 నుండి 2012 వరకు గల లీపు సంవత్సరములను కనుగొనమని చెప్పండి.
- దగ్గరలోని రైల్వే స్టేషన్‌కు వెళ్ళి వివిధ రైళ్ళు బయలుదేరు సమయము, వచ్చు సమయము, ప్రయాణించు దూరము, ప్రయాణించు ఊరి పేర్లను పట్టిక పరచమని చెప్పుము.
- నీ కుటుంబ సభ్యులందరి పుట్టిన సంవత్సరములను లీపు సంవత్సరములు, సాధారణ సంవత్సరములుగా విడదీయుము.

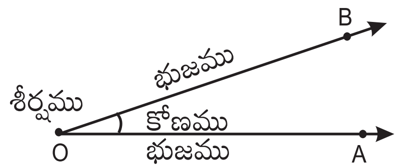
గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

- కాలమునకు ప్రమాణములు – సెకను, నిమిషము, గంట, రోజు, వారము, నెల, సంవత్సరము.
- అర్ధరాత్రి, 12.00 గంటల నుండి మధ్యాహ్నము 12.00 గంటల వరకు “ఉదయము”.
- మధ్యాహ్నము 12.00 గంటలు నుండి అర్ధరాత్రి 12.00 గంటల వరకు “సాయంత్రము”.
- ఉదయం 12.00 గంటలు, సాయంత్రము 12.00 గంటలు కలిపి రైల్వే కాలములో 24 గంటలుగా ఉండును.
- ఒక సంవత్సరమునకు 365 రోజులుండును. అయితే లీపు సంవత్సరమునకు 366 రోజులు ఉండును.

4. కోణములు

4.1 పరిచయము:

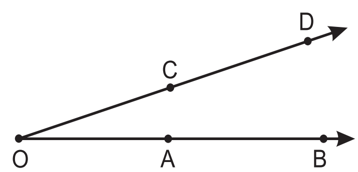
ఒక తెల్ల కాగితము పై 'O' బిందువును గుర్తించుము.
'O' నుండి $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ కిరణములను పటములో చూపినట్లు గీయుము.



(పటము 1)

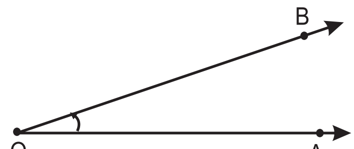
ఈ పటములో రెండు కిరణములును 'O' అనే ఒకే బిందువు నుండి ప్రారంభమగుచున్నవి. 'O' వద్ద కోణము ఏర్పడును $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ కిరణములను కోణము యొక్క భుజములు. ఉమ్మడి బిందువు 'O' ను కోణ శీర్షము అందురు. కోణమును పటములో చూపినట్లుగా చిన్న వక్రముగా గుర్తించెదరు. కావున ఒక ఉమ్మడి బిందువు నుండి రెండు కిరణములు గీచినచో కోణము ఏర్పడును.

పటము 1 లో కోణము $\angle AOB$ లేక $\angle BOA$ అని గుర్తించెదరు. దీనిని AOB కోణము లేక BOA కోణము అని చదివెదరు. కోణ శీర్షమును ఎల్లపుడు మధ్యలోనే గుర్తించవలెను. కొన్ని సందర్భములలో కోణమును $\angle O$ గా కూడా గుర్తించెదరు.



(పటము 2)

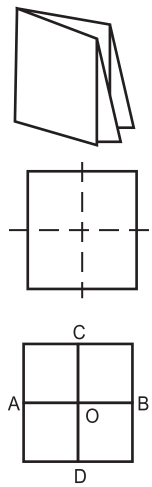
పటము (2) ను గమనించుము.
కిరణములను రెండు బిందువులతో చేర్చి చదివెదరు అని మనకు తెలుసు. ఒకటి ఆరంభ బిందువు, మరొకటి మిగిలిన భాగములో ఉండును. కావున $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ లు ఒకే కిరణమును సూచించును. ఇదే విధముగా $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ లు ఒకే కిరణమును సూచించును. కావున పై కోణములను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.
$\angle O, \angle COA, \angle DOA, \angle COB, \angle DOB, \angle AOC, \angle AOD, \angle BOC, \angle BOD$



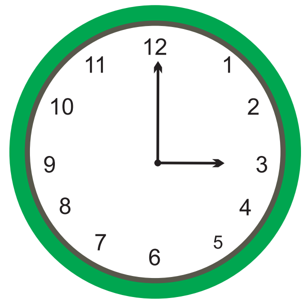
(పటము 3)

పటము 3 లో 'O' కేంద్రముగా $\overrightarrow{OA}$ కిరణము అపసవ్యదిశలో తిరిగి $\overrightarrow{OB}$ కిరణమును చేరినది. కిరణము తిరిగిన దూరమును కోణము యొక్క కొలత (కోణ కొలత) అందురు.

లంబకోణము :

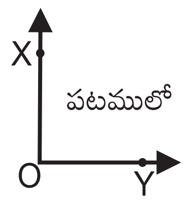


ఒక పేపరును ప్రక్కపటములో చూపినట్లుగా మడిచి, మడత విప్పుము. అందులో రెండు అంతర ఖండనరేఖలు ఉన్నవి. వాటికి AB , CD అని పేరు పెట్టుము. ఈ రేఖా ఖండములు 'O' వద్ద 4 కోణములను ఏర్పరుచును. అవి ∠AOC, ∠BOC, ∠DOB, ∠AOD ఇవన్నియు సమానముగా ఉండును.



3 గంటల సమయంలో గడియారంలో కోణము

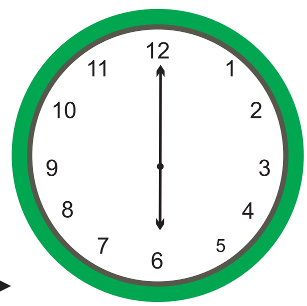
వీటిలో ప్రతికోణము లంబకోణముగా ఉండును. లంబకోణము 90^0 ఉండును.



పటములో ∠XOY అనునది ఒక లంబకోణము.

సరళకోణము :

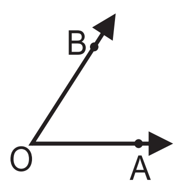
ఒక కోణము యొక్క కొలత 180^0 ఉండినచో దానిని సరళకోణము అందురు.

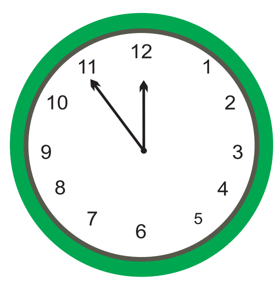


గడియారంలో 6 గంటల సమయంలో కోణము కొలత.

అల్పకోణము :

ఒక కోణము యొక్క కొలత 0^0 కంటె ఎక్కువ గాను, 90 కంటె తక్కువగాను ఉన్నచో దానిని అల్పకోణము అందురు. అల్పకోణమునకు ఉదాహరణ $2^0, 10^0, 37^0, 18^0, 89^0$.



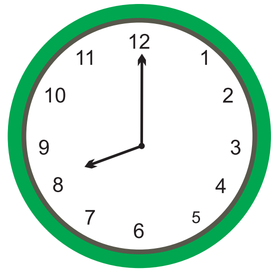


గడియారంలో 11.55 గంటలకు కోణము కొలత

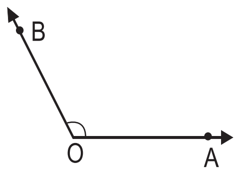
అధిక కోణము :

ఒక కోణము యొక్క కొలత 90^0 కంటె ఎక్కువగాను, 180^0 కంటె తక్కువ గాను ఉంటే దానిని అధిక కోణము అందురు.

ఉదాహరణ: $91^0, 96^0, 142^0, 160^0, 178^0$

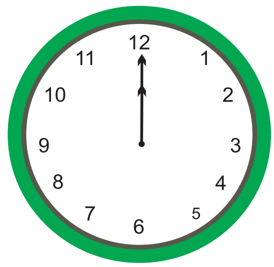


గడియారంలో 8 గంటల సమయంలో ఏర్పడు కోణము.



శూన్య కోణము :

రెండు కిరణములు ఒకదానితో ఒకటి కలిసి ఉన్నపుడు ఏర్పడు కోణము 0^0 దీనినే శూన్య కోణము అందురు.



గడియారంలో 12 గంటల సమయంలో ఏర్పడు కోణము.

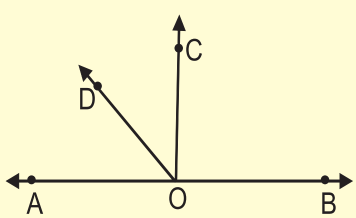
అభ్యాసము 4.1

1. క్రిందివానిలో అల్ప, అధిక కోణములను గుర్తించుము.
   (iI) 45^0 (ii) 138^0 (iii) 100^0 (iv) 175^0

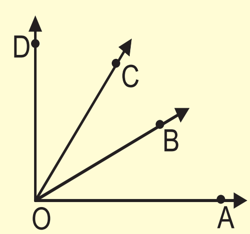
2. క్రింద ఇచ్చిన సమయములలో గడియారములోని గంటల ముల్లు, నిమిషముల ముల్లుల మధ్య ఏర్పడు కోణము ఎంత?
   (i) 12.10 (ii) 4.00 (iii) 9.00 (iv) 7.45

3. ఇచ్చిన కోణములు ఏ రకపు కోణములో పేర్కొని, వాటి పేర్లను వ్రాయుము.

(i)



(ii)



గణితము

కృత్యము:

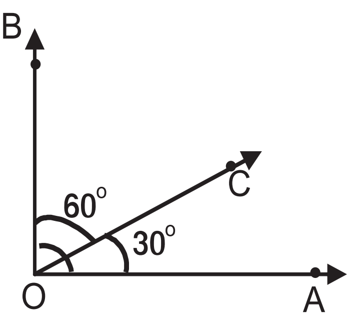
1. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు 15 నిమిషాలలో ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?
2. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు 30 నిమిషాలలో ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?
3. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు 1 గంటలో ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?
4. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు 3 గంటలలో ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?
5. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు 6 గంటలలో ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?
6. ప్రకృతిలో లంబకోణ రూపములో ఉన్నవాటిని కొన్నింటిని వ్రాయుము.

4.2 పూరక కోణములు, సంపూరక కోణములు:

పూరక కోణములు:

ఇచ్చిన పటములో $\angle AOB=90^0$, ఇది లంబకోణము. మిగిలిన కోణములు $\angle AOC=30^0, \angle COB=60^0$, $\angle AOC, \angle COB$ ల మొత్తము 90^0 అగును.

$$30^0+60^0=90^0$$



30^0, 60^0 లను పూరక కోణములు అందురు.
రెండు కోణముల మొత్తము 90^0 అయిన వాటిని పూరక కోణములు అందురు.

ఉదాహరణ:
ఒక నిచ్చెన, గోడ మరియు భూమితో చేయు కోణములు ఎల్లప్పుడూ పూరక కోణములు

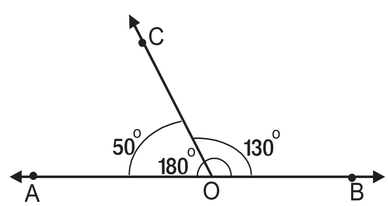
ఉదాహరణ 1

40^0 లకు పూరక కోణము $= 90^0–40^0=50^0$
66^0 లకు పూరక కోణము $= 90^0–66^0=24^0$
35^0 లకు పూరక కోణము $= 90^0–35^0=55^0$

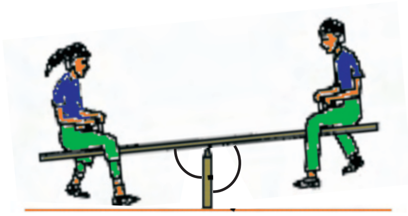
సంపూరక కోణములు:

ఇచ్చిన కోణములో 'O' బిందువు వద్ద AB తో ఏర్పరచు కోణమును సరళకోణము (180^0) అందురు. ఇక్కడ $\angle AOC=50^0$, $\angle COB=130^0$ వీటి మొత్తము 180^0 అగును.

అనగా $130^0+50^0=180^0$.



130^0 మరియు 50^0 లను సంపూరక కోణములు అందురు.



రెండు కోణముల మొత్తము 180^0 అయిన వాటిని సంపూరక కోణములు అందురు.

తూగుడు బల్ల లోని మధ్య బిందువు వద్ద ఏర్పడు కోణములు ఎల్లప్పుడు సంపూరక కోణములే.

40^0 యొక్క సంపూరక కోణము = $180° - 40° = 140°$
110^0 యొక్క సంపూరక కోణము = $180° - 110° = 70°$

78^0 యొక్క సంపూరక కోణము = $180° - 78° = 102°$
66^0 యొక్క సంపూరక కోణము = $180° - 66° = 114°$

అభ్యాసము 4.2

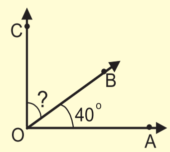
1. క్రింది వానికి పూరక కోణములు వ్రాయుము.

   (i) 37^0 (ii) 42^0 (iii) 88^0 (iv) 0^0 (v) 16^0

2. క్రింది వానికి సంపూరక కోణములు కనుగొనుము.

   (i) 6^0 (ii) 27^0 (iii) 88^0 (iv) 104^0 (v) 116^0
   (vi) 146^0 (vii) 58^0 (viii) 179^0

3. పటములోని కోణము కొలత వ్రాయుము. $\angle BOC=$



4. తప్పు లేక ఒప్పు తెలుపుము.

   (i) ఒక సరళకోణము 180^0 ఉండును.

   (ii) రెండు కోణముల మొత్తము 90^0 అయిన వాటిని పూరక కోణములు అందురు.

   (iii) 26^0 లకు 84^0 పూరక కోణము.

   (iv) రెండు కోణముల మధ్య కోణము 180^0 అయిన అది లంబకోణము అగును.

   (v) ఒక అల్పకోణము యొక్క పూరక కోణము కూడా అల్పకోణము అగును.

   (vi) 110^0 లకు 70^0 సంపూరక కోణము.

5. క్రింద ఇచ్చిన కోణములు పూరకమా, సంపూరకమా తెలుపుము.

   (i) $25^0, 65^0$ (ii) $120^0, 60^0$ (iii) $45^0, 45^0$ (iv) $100^0, 80^0$

6. (i) ఒక పూరక కోణమునకు సమానమైన కోణమును కనుగొనుము.

   (ii) ఒక సంపూరక కోణమునకు సమానమైన కోణమును కనుగొనుము.

7. ఖాళీలను పూరించుము :

   (i) లంబకోణమునకు సంపూరక కోణము ....

   (ii) ఒక అల్పకోణము యొక్క సంపూరక కోణము ఒక ....

   (iii) ఒక అధిక కోణము యొక్క సంపూరక కోణము ....

   (iv) ఒక అల్ప కోణము యొక్క పూరక కోణము ....

అధ్యయన కృత్యము:

- కాగితమును మడిచి ఏర్పడిన కోణములను కొలువుము.
- కాగితముపై కోణములను గీచి పూరక కోణములు, సంపూరక కోణములకు వేరు వేరు రంగులు వేయుము.
- మాదిరి గడియారమును తయారుచేసి అల్ప కోణము, అధిక కోణము, లంబ కోణములను గుర్తించుము.
- అల్ప కోణము, అధిక కోణము, లంబ కోణములను పోలిన బొమ్మలను సేకరించుము.
- నిత్య జీవితంలో నీవు గమనించిన కోణములను ఏర్పరచు ప్రదేశములను వ్రాయుము.

5. ప్రయోగాత్మక రేఖాగణితము

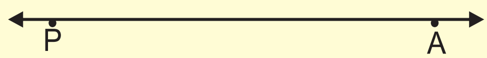
5.1 పరిచయము:

మనము కోణము, కోణములలోని రకములను గురించి నేర్చుకొనియున్నాము. ఇప్పుడు కోణములను నిర్మించుట, కొలుచుట నేర్చుకొందాము.

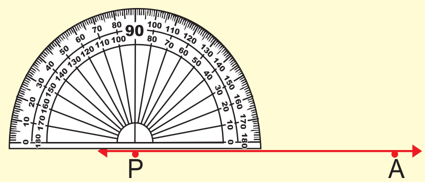
కోణమును కొలుచు ప్రమాణము "డిగ్రీ".

ఉదాహరణ 3

60^0 అల్పకోణమును నిర్మించుము.

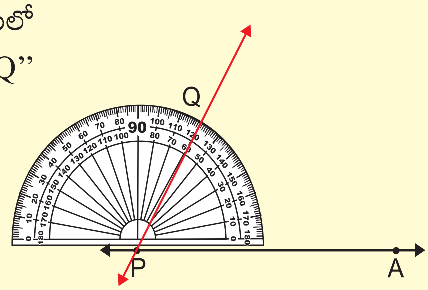


మెట్టు 1: PA రేఖాఖండమును గీయుము.



మెట్టు2: (i) కోణమానిని PA రేఖాఖండముపై ఉంచుము.

(ii) కోణమానిని మధ్యబిందువును P బిందువుపై ఉంచుము.

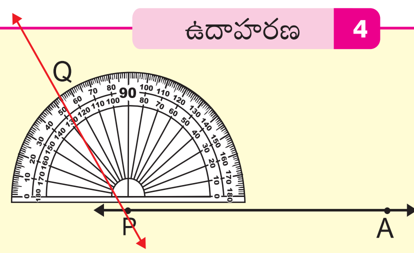


మెట్టు3: (i) PA పై కుడివైపున 0^0 నుండి ఆరోహణక్రమములో (అపసవ్యదిశ) 60^0 వరకు లెక్కించి అక్కడ పెన్సిల్‌తో "Q" బిందువును గుర్తించుము.

(ii) కోణమానిని తీసివేసి PQ గీయుము.

(iii) m∠APQ=60^0 మనకు కావలసిన కోణము ఏర్పడినది.

ఉదాహరణ 4



125^0 అధిక కోణమును గీయుము

ఉదాహరణ 3 లో మెట్టు (1), (2) లను అనుసరించుము.

మెట్టు 3:

(I) $\overline{PA}$ పైన కుడివైపు నుండి అపసవ్యదిశలో 120^0-130^0 మధ్య 125^0 వద్ద పెన్సిల్‌తో Q బిందువును గుర్తించుము.

(ii) కోణమానిని తీసివేసి $\overline{PQ}$ గీయుము.

m∠ APQ=125^0 మనకు కావలసిన కోణము ఏర్పడినది.

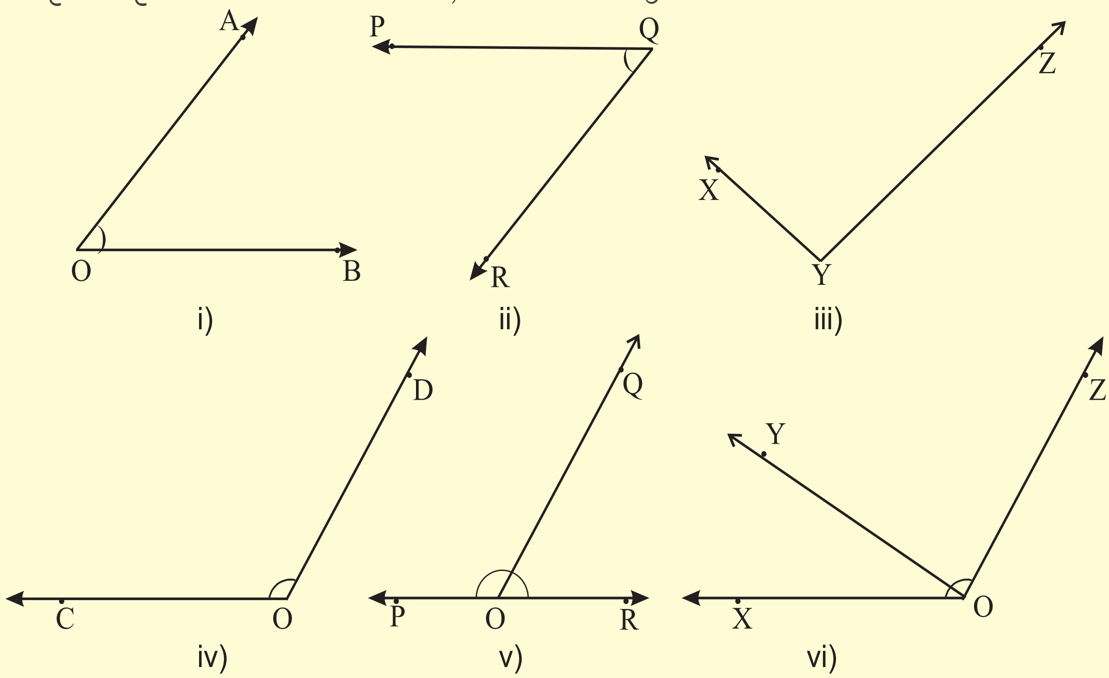
అభ్యాసము 5.1

1. క్రింది కొలతలతో కోణములు గీచి, రకములను తెలుపుము.

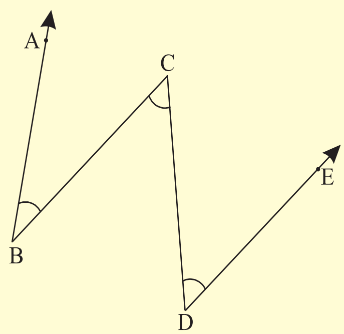
   i) 65° ii) 35° iii) 110° iv) 155° v) 69°

2. ఒక గడియారములో సమయము 9 గంటలు, 4 గంటలు, 12 గంటలు సూచించునపుడు ఏర్పడు కోణములను గీచి కొలువుము.

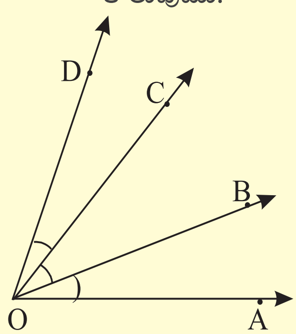
3. క్రింది చిత్రములోని కోణములను కొలిచి, రకములను తెలుపుము.



4. ఇచ్చిన పటములో m∠ABC, m∠BCD, m∠CDE లను కొలిచి కోణములను వ్రాయుము.

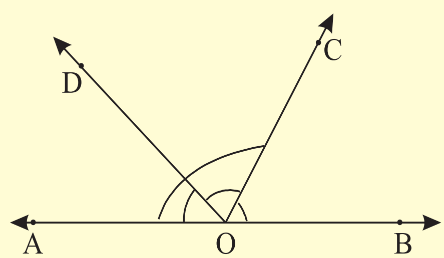


5. ఇచ్చిన పటములో క్రింది 6 కోణములు కొలువుము.



1. m∠ AOB
2. m∠ AOC
3. m∠ AOD
4. m∠ BOC
5. m∠ BOD
6. m∠ COD

6. ప్రక్క పటములో కోణములను కొలిచి, వాటి పేర్లను తెలుపుము?



చేసి చూడుము

1. వివిధ కోణములను గీచి కొలువుము.
2. ఇచ్చిన వేరు వేరు కొలతలకు కోణములను గీయుము

జవాబులు

అభ్యాసము 1.1

1. (i) ఒప్పు (ii) తప్పు (iii) తప్పు (iv) తప్పు

2. (i) 2 (ii) 1 (iii) 3 (iv) 4 (v) 3

3. (i) 4:9 (ii) 5:9 (iii) 2:3 4) (i) 6:10, 9:15, 12:20, 24:40
(ii) 6:14, 12:28, 15:35, 30:70 (iii) 10:18, 15:27, 30:54, 40:72

5. (i) 3:4 (ii) 1:3 (iii) 1:2 6. (i) 40:1 (ii) 40:39 (iii) 1:39 7.(i) 3:5 (ii) 2:5 (iii) 3:2

8. (i) 1:2 (ii) 4:3 (iii) 2:3 (iv) 4:9 (v) 2:9 (vi) 1:3

అభ్యాసము 1.2

1. i) 3:4 ii) 4:5 2 i) 3:4 ii) 3:7
3. i) 150, 250 ii) 2కి.గ్రా 500గ్రా, 3కి.గ్రా iii) 1మీ 25సెం.మీ, 1మీ
iv) 50నిమిషాలు, 6గంటల 10 నిమిషాలు
4. శృతి కంటే ప్రణీత ₹600 ఎక్కువగా పొందెను 5. 14 సెం.మీ 6. ₹2100
7. ₹3500, ₹4000 8. పురుషులు 55000, స్త్రీలు 45000

అభ్యాసము 1.3

1) (i) అవును (ii) కాదు (iii) అవును (iv) కాదు (v) అవును
2) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 4 (v) 2
3) (i) అవును (ii) కాదు (iii) కాదు
4) (i) 20,3,8,4 (ii) 20,7,60,40 (iii) 30,30,40,22.5
5) ₹1950 6) 80 7) 42 8) ₹55200 9) 24 10) 120 11) 100

అభ్యాసము 1.4

1) (i) $\frac{1}{10,00,00,000}$ (ii) 3500కి.మీ (iii) 21సెం.మీ
2) (I) $\frac{1}{50,000}$ (ii) 2750కి.మీ (iii) 5సెం.మీ
3) (I) 800.మీ (ii) 7 సెం.మీ (iii) 740మీ 4) 18 సెం.మీ

అభ్యాసము 2.1

1 (i) 20 2 (ii) □ ○ △ 3. రెండవ సంఖ్య =10x మొదటి సంఖ్య

అభ్యాసము 2.2

1) a) (ii) b) (iii)
2) 40x 3) 12b 4) 6x , 6y, 6z

అభ్యాసము 3.1

1) (i) 60 (ii) 1 రోజు (iii)60 (iv)7.15 ఉదయం (v) 3.45 సాయంత్రం

2) (i) 900 సెకండ్లు (ii) 1,812 సెకండ్లు (iii) 11,405 సెకండ్లు (iv) 2,720 సెకండ్లు

3) (i)480 నిమిషములు (ii) 710 నిమిషములు (iii) 575 నిమిషములు (iv) 175 నిమిషములు

4) (i)8 గంటల 45 నిమిషములు (ii) 2 గంటలు (iii) 3గంటలు 18 నిమిషములు (iv)1 గంట

అభ్యాసము 3.2

1) (i) 6.30 గంటలు (ii) 0 గంటలు (iii) 21.15 గంటలు (iv) 13.10 గంటలు

2) (i)10.30 ఉదయం (ii)12 గంటల మధ్యాహ్నం (iii) అర్ధరాత్రి 12 గంటలు (iv) 11.35 రాత్రి

అభ్యాసము 3.3

1) (i) 10 గంటల 45 నిమిషములు (ii) 10 గంటల 45 నిమిషములు

2) 11 గంటలు 40 నిమిషములు 2) 3 గంటలు 15 నిమిషములు

అభ్యాసము 3.4

1) (i) 7 రోజులు (ii) 29 (iii) 72 గంటలు (iv) 12 (v) 3600

2) (i) iv 3) 96 4) (i) 46 వారములు 6 రోజులు (ii) 25 వారములు

అభ్యాసము 4.1

1. (i) అల్ప కోణము (ii) అధిక కోణము (iii) అధిక కోణము (iv) అధిక కోణము

2. (i) అల్పకోణము (ii) అధిక కోణము (iii) లంబకోణము (iv) అల్పకోణము

3. (I)ÐAOB సరళ కోణము ÐDOB అధిక కోణము ÐCOB లంబకోణము

ÐAOD అల్ప కోణము ÐDOC అల్ప కోణము ÐAOC లంబ కోణము

(ii) ÐAOB అల్ప కోణము ÐAOC అల్పకోణము ÐAOD లంబకోణము

ÐBOC అల్ప కోణము ÐCOD అల్ప కోణము

అభ్యాసము 4.2

1) (i) 53^0 (ii) 48^0 (iii) 2^0 **(iv) 90^0 (v) 74^0**

2) (i) 174^0 (ii) 153^0 (iii) **92^0 (iv) 76^0 (v) 64^0**

(vi) 34^0 (vii) 122^0 (viii) 1^0

3) 50^0

4) (I) ఒప్పు (ii) ఒప్పు (iii) తప్పు (iv) తప్పు (v) ఒప్పు (vi) ఒప్పు

5) (I) పూరక కోణము (ii) సంపూరక కోణము (iii) పూరక కోణము (iv) సంపూరక కోణము

6) (I)45^0 (ii) 90^0

7) (I) లంబ కోణము (ii) అధిక కోణము (iii) అల్పకోణము (iv) అల్ప కోణము