

# கணிதம் கற்பித்தல்

(Teaching of Mathematics)

இரண்டாம் ஆண்டு

## வளநூல்

ஆசிரியர் கல்விப் பட்டயப் பயிற்சி

தீண்டாமை ஒரு பாவச்செயல்  
தீண்டாமை ஒரு பெருங்குற்றம்  
தீண்டாமை மனிதத் தன்மையற்ற செயல்



தமிழ்நாட்டுப்  
பாடநூல் கழகம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை - 600 006.

© தமிழ்நாடு அரசு  
முதல் பதிப்பு - 2009

### தலைவர்

**பேரா. Dr. K. சுப்பம்மாள்**

முன்னாள் பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர்,  
கல்வியியல் துறை, அன்னை தெரசா மகளிர் பல்கலைக்கழகம், கொடைக்கானல்.

### நூலாசிரியர்கள் மற்றும் மேலாய்வாளர்கள்

**Dr. K. ஸ்ரீனிவாசன்**

இணைப் பேராசிரியர்,  
கணிதத் துறை,  
மாநிலக் கல்லூரி, (தன்னாட்சி)  
சென்னை-600 005.

**Dr. E. ராம் கணேஷ்**

இணைப்பேராசிரியர்,  
கல்வி நுட்பவியல் துறை,  
பாரதிதாசன் பல்கலைக் கழகம்,  
திருச்சி

**திரு. M.K. சுப்பிரமணியன்**

துணை இயக்குநர் (ஓய்வு),  
ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சி  
இயக்ககம்,  
சென்னை - 600 006.

### நூலாசிரியர் & ஒருங்கிணைப்பாளர்

**Dr. C. சரோஜா**

உதவி பேராசிரியர், (ஓய்வு)  
ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சி இயக்ககம்,  
சென்னை - 600 006.

### நூலாசிரியர்கள்

**Dr. M. காமினி தேவி**

முதுநிலை விரிவுரையாளர்,  
மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி பயிற்சி நிறுவனம்,  
களியாம்பூண்டி, காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

**திரு. S.P.கவின்**

முதுநிலை விரிவுரையாளர்,  
மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி, பயிற்சி நிறுவனம்,  
தேனூர், கன்னியாகுமரி மாவட்டம்.

**திரு. S. முருகேசன்**

விரிவுரையாளர்,  
மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி, பயிற்சி நிறுவனம்,  
குமுளூர், திருச்சி மாவட்டம்.

**திரு. பி. இராமலிங்கம்**

முதுநிலை விரிவுரையாளர்,  
மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி, பயிற்சி நிறுவனம்,  
கீழ்பெண்ணாத்தூர், திருவண்ணாமலை மாவட்டம்.

**Dr. R. பார்வதி**

விரிவுரையாளர்,  
மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி, பயிற்சி நிறுவனம்,  
கிருஷ்ணகிரி.

வளநூல் தயாரிப்பு : தமிழ்நாடு அரசுக்காக  
ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சி இயக்ககம், சென்னை - 600 006.

இந்நூல் 70 ஜி.எஸ்.எம். தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

## இயக்ககத்திலிருந்து...

எண்பொருள் ஆகச் செலச்சொல்லித் தான்பிறர்வாய்  
நுண்பொருள் காண்பது தறிவு.

மாணவர்களின் திறமைகளை வளப்படுத்துவதும் சுயக் கட்டுப்பாட்டை வளர்ப்பதும் சிறந்த கருத்துகளைக் கேட்டுணரச் செய்வதும் எதையும் கற்றுக்கொள்வதில் முனைப்பை ஏற்படுத்துவதுமெனக் கல்வியின் பரிமாணங்கள் பலவாகும். இக்கல்வியைக் 'கலைத்திட்டம்'(Curriculum) எனும் முறையான ஒழுங்கமைப்புடன் அளித்தலே கல்வி நிறுவனங்களின் தலையாய பணியாகும்.

கலைத்திட்டம் காலத்திற்குக் காலம், இடத்திற்கு இடம், சூழலுக்குச் சூழல், தேவைக்கேற்ப, கற்பவர்க்கேற்ப மாற்றி வரையறுக்கப்படுகிறது. தேசிய ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சிக் குழுமம், தற்போதைய கல்வி அமைப்பிற்கெனத் "தேசியக் கலைத்திட்டம் 2005"(NCF 2005)-ஐ வடிவமைத்துள்ளது.

1. பள்ளிக்கு வெளியில் பெற்ற கற்றல் அனுபவ அறிவைப் பள்ளி அறிவோடு தொடர்புபடுத்துதல்
2. மனப்பாடம் செய்வதைத் தவிர்த்துப் பொருள் புரிந்து கற்பதை உறுதிப்படுத்துதல்
3. பாடநூல்களுக்கு அப்பாற்பட்டும் படித்தறிதல் மற்றும் செய்தி திரட்டுதல்
4. தேர்வு முறைகளை மேலும் நெகிழ்வாக்கி வகுப்பறைக் கற்றல் செயல்பாடுகளுடன் ஒருங்கிணைத்தல்
5. நாட்டின் மக்களாட்சி முறை மற்றும் நாகரிக பண்பாட்டுக் கூறுகளைக் கல்வியோடு இணைத்தல்

முதலியன இதனுடைய வழிகாட்டும் கோட்பாடுகளாகும். இதன் அடிப்படையில், அரசாணை (நிலை) எண். 82, பள்ளிக் கல்வித் (பு1) துறை, நாள் 05.04.2007இன்படி ஆசிரியர் கல்விப் பட்டயப் படிப்பிற்கான கலைத்திட்டமும் பாடத்திட்டமும் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன. 2008-2009ஆம் கல்வியாண்டு முதல் நடைமுறையில் உள்ள இப்புதிய கலைத்திட்டத்தின் மூலம் மாணவ ஆசிரியர்கள் கீழ்க்காணும் திறன்களைப் பெறுவர்.

- தொடர்ந்து அறிவைப் பெருக்கும் திறன்
- அறிந்தவற்றைச் செயல்படுத்தும் திறன்
- தம் திறமைகளை அறிந்து அவற்றிற்கு ஏற்ப வாழும் திறன்; பிறரோடு ஒருமித்து வாழும் திறன்
- அனைத்துப் பாடப்பகுதிகளிலும் அதிகபட்சக் கற்றல் அடைவு பெறும் திறன்
- ஆக்கப்பூர்வமான செயல்பாடுகளில் ஈடுபடும் திறன்
- ஆய்வு மனப்பான்மை, புதிய கண்டுபிடிப்புகள் ஆகியவற்றில் செயல்திறனை மேம்படுத்தித் தொலைநோக்குப் பார்வையில் சிந்திக்கும் திறன்

மேலும் இக்கலைத்திட்டம் கீழ்க்காணும் நோக்கங்களையும் கொண்டுள்ளது.

- மாணவ ஆசிரியர்களின் பணித்திறனை மேம்படுத்தி, அவர்களின் முழு ஆளுமையை வெளிக்கொணர்தல்
- மாணவ ஆசிரியர்களிடம் நன்னெறி, நாட்டு ஒருமைப்பாடு, மனித நேயப் பண்புகளை வளர்த்தல்
- வளரிளம் பருவக் கல்வி, உடல்நலக் கல்வி, வாழ்க்கைத்திறன் கல்வி, மக்கள் தொகைக் கல்வி, சுற்றுச்சூழல் கல்வி, மனித உரிமைக் கல்வி, சாலைப் பாதுகாப்புக் கல்வி, அமைதிக் கல்வி போன்றவற்றிற்கு முக்கியத்துவம் அளித்தல்.

மேற்கண்ட நோக்கங்களில் அடைவு பெற, இரண்டாண்டு ஆசிரியர் கல்வி பட்டயப் படிப்பிற்கு எட்டு பாடங்கள் மற்றும் ஒன்பது செய்முறைப் பயிற்சிகள் (Practicum) உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

வ. எண்	முதலாமாண்டுப் பாடங்கள்	இரண்டாமாண்டுப் பாடங்கள்
1	கற்கும் குழந்தை (Learning Child)	இந்தியக் கல்வி முறை (Indian Education System)
2	கற்றலை எளிதாக்குதலும் மேம்படுத்துதலும் (Facilitating and Enhancing learning)	கற்றலை எளிதாக்குதலும் மேம்படுத்துதலும் (Facilitating and Enhancing learning)
3	தமிழ்மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Tamil)	தமிழ்மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Tamil)
4	மலையாள மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Malayalam)	மலையாள மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Malayalam)
5	தெலுங்கு மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Telugu)	தெலுங்கு மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Telugu)
6	உருது மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Urdu)	உருது மொழி கற்பித்தல் (Teaching of Urdu)
7	மழலையர் பராமரிப்பு மற்றும் கல்வி (Early Childhood Care and Education)	மழலையர் பராமரிப்பு மற்றும் கல்வி (Early Childhood Care and Education)
8	ஆங்கில மொழி கற்பித்தல் (Teaching of English)	ஆங்கில மொழி கற்பித்தல் (Teaching of English)
9	கணிதம் கற்பித்தல் (Teaching of Mathematics)	கணிதம் கற்பித்தல் (Teaching of Mathematics)
10	அறிவியல் கற்பித்தல் (Teaching of Science)	அறிவியல் கற்பித்தல் (Teaching of Science)
11	சமூக அறிவியல் கற்பித்தல் (Teaching of Social Science)	சமூக அறிவியல் கற்பித்தல் (Teaching of Social Science)

வ. எண்	முதலாமாண்டுப் பாடங்கள்	இரண்டாமாண்டுப் பாடங்கள்
1	குழந்தையை உற்றுநோக்கல் மற்றும் தனிமாணாக்கர் ஆய்வு	செயல் திட்டங்கள்
2	பள்ளிப் பார்வை	கலைக் கல்வி மற்றும் பணியனுபவம்
3	கதை கூறுதல்	கணினிக் கல்வியியல்
4	உடற்கல்வி, உடல்நலக்கல்வி மற்றும் யோகக்கலை	உடற்கல்வி, உடல்நலக்கல்வி மற்றும் யோகக்கலை
5	சுவனார்ச்சிப் பணிமனை	சுவனார்ச்சிப் பணிமனை
	கற்றல் கற்பித்தல் பொருள்கள்	கற்றல் கற்பித்தல் பொருள்கள்

சென்னைப் பல்கலைக்கழக முன்னாள் கல்வியியல் துறைத் தலைவர் முனைவர் பி.எஸ். பாலசுப்பிரமணியம் அவர்களின் தலைமையில், கோவை பாரதியார் பல்கலைக்கழக முன்னாள் தொலைவழிக் கல்வி இயக்குநர் முனைவர் எஸ்.சுவாமிநாதபிள்ளை, கொடைக்கானல் அன்னை தெரசா மகளிர் பல்கலைக்கழக முன்னாள் துணைவேந்தர் முனைவர் எஸ். இலட்சுமி, சென்னைக் கல்வியியல் மேம்பாட்டு நிறுவனத்தின் முன்னாள் பேராசிரியர் வி.கணபதி, திண்டுக்கல் காந்திகிராம கிராமியப் பல்கலைக்கழக முன்னாள் துணைவேந்தர் முனைவர் ஜி.பங்கஜம், பாண்டிச்சேரி விநாயகா மிஷன் பல்கலைக்கழகக் கல்வியியல் துறைத் தலைவர் முனைவர் கே. சுப்பம்மாள், சென்னைப் பல்கலைக்கழகத் தற்போதைய கல்வியியல் துறைத் தலைவர் முனைவர் டி.குமரன், சிதம்பரம் அண்ணாமலை பல்கலைக்கழகக் கல்வியியல் பேராசிரியர் முனைவர் எஸ். கிருஷ்ணமூர்த்தி ஆகிய குழுத் தலைவர்கள் பல அமர்வுகளில் கலந்துரையாடி, நூல்கள் பல ஆய்ந்தும் தேர்ந்தும் கருத்துகளைப் பகுத்தும் தொகுத்தும் எளிமைப்படுத்தி வளநூல்களை உருவாக்க வழிகாட்டியுள்ளனர்.

ஒவ்வொரு வளநூல் குழுவும், ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சி இயக்ககம், மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி பயிற்சி நிறுவனங்கள், கல்வியியல் கல்லூரிகள், பல்கலைக்கழகங்கள், வட்டார வள மையம், பள்ளிகள், தன்னார்வத் தொண்டு நிறுவனங்களைச் சார்ந்த கல்வியாளர்களை மேலாய்வாளர்களாகவும் ஒருங்கிணைப்பாளர்களாகவும் நூலாசிரியர்களாகவும் கொண்டுள்ளது. மேலும், திருவனந்தபுரம் கேரளப் பல்கலைக்கழக ஆசிரியக் கல்வியியல் கல்லூரியின் முதல்வர் முனைவர் சி.கே.லில்லி, சென்னை ஆதர்ஷ் கல்வி நிறுவனங்களின் கல்வியியல் ஆலோசகர் முனைவர் என்.லலிதா, கிருஷ்ணகிரி முன்னாள் மாவட்ட தொடக்கக் கல்வி அலுவலர் திரு கே.நாராயணப்பிள்ளை, சென்னைப் பல்கலைக்கழக உருதுமொழி துறைத் தலைவர் முனைவர் எஸ்.சையத் சஜித் ஹுசைன் ஆகியோரைக் குழுத்தலைவர்களாகக் கொண்டு சிறுபான்மைப் பாடங்களுக்கும் வளநூல்கள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

காரைக்குடி அழகப்பா பல்கலைக்கழக முன்னாள் ஆட்சிமன்ற உறுப்பினர் முனைவர் ஏ.எம். மூர்த்தி, கிருஷ்ணமூர்த்தி அறக்கட்டளையின் The School அமைப்பைச் சார்ந்த திருமதி. சுமத்ரா ஆ. கௌதமா, தன்னார்வக் கல்வியாளர்களான ஆமுக்தா மால்யதா மஹோபாத்ரா மற்றும் முனைவர் பாலாஜி சம்பத் (எய்ட்-இந்தியா), வேதாத்திரி மகரிஷி மனவளக் கலை மன்றத்தின் உதவிப் பேராசிரியர் திரு. டி.என்.அருளானந்தம், புதுவை பண்பாடு மற்றும் மொழியியல் நிறுவன முதுநிலை விரிவுரையாளர் முனைவர் த.பரசுராமன் ஆகிய கல்வியாளர்களும் வளநூல்கள் உருவாக்கத்திற்குப் பங்களித்துள்ளனர்.

கற்பித்தல் என்னும் ஆசிரியர் மையக் கல்வியிலிருந்து தானேகற்றல் என்னும் மாணவர் மையக் கல்விக்கு மாறியுள்ள இன்றைய தொடக்கக் கல்வி முறை, செயல்கள்

வழிக் கற்றலையே அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது. இப்புதிய வளநூல்களின் ஒவ்வொரு இயலும் செயல்களைக் கொண்டு தொடங்கி மாணவர்கள் தாமாகவே கருத்தை அறிந்துகொள்வதாகக் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவ ஆசிரியர்கள், நூலகங்களைப் பயன்படுத்துதல், பள்ளி மாணவர்களிடம் கற்றல் திறனை மேம்படுத்தத் தமது வகுப்பறைக் கற்பித்தலை வலுப்படுத்துதல், உற்றுநோக்கும் திறன், வகுப்பறை மேலாண்மை, பாடப்பொருளறிவு, துணைக் கருவிகள் மற்றும் கற்றல் பொருள்களைப் பயன்படுத்தும் திறன், தலைமைப்பண்பு, குழந்தை உளவியலை அறிந்திருத்தல் ஆகிய அனைத்துத் திறன்களையும் அடைய வளநூல்கள் வழிகாட்டும். இவ்வளநூல்களைக் கற்பதன் மூலம் பணிபுரிபாடும் (Commitment) விரிந்த அறிவும் பரந்த ஆற்றலும் (Competence) பொறுப்புணர்வுடன் மாணவர் மனங்கொள்ளத்தக்க வகையில் கருத்துகளை எடுத்துரைக்கும் மாண்பும் (Communication) உடைய நல்லாசிரியர்கள் உருவாவர்.

வளநூல் (Source Book) என்பது கற்பதற்கான வளங்கள், ஆதாரங்கள் முதலியன எங்கெங்கே உள்ளன என்பதைக் காட்டும் வழிகாட்டியே. அதிலிருந்து கற்றலை விரிவுபடுத்தித் தேவையான செய்திகளை ஆங்காங்கே திரட்டி மாணவர்களது அறிதல், புரிதல், பயன்படுத்துதல், பகுத்தல், தொகுத்தல், மதிப்பிடல் திறன்களை மேம்படுத்துவதும் தரமான ஆசிரியக் கல்வி பெற வழிவகுப்பதும் வழிகாட்டுவதும் ஆசிரியக் கல்வியாளர்களின் கடமையாகும். புதிய வளநூல்களில் கூறப்பட்டுள்ள கருத்துகளை முழுமையாக உள்வாங்கி, முறையாகப் படித்துப் பயனடைவது அனைத்து மாணவ ஆசிரியர்களின் பொறுப்பாகும்.

வளநூல்களைச் செம்மையாக உருவாக்க உதவிய அனைத்துக் கல்வியாளர்களுக்கும் கற்பிக்கவிருக்கும் ஆசிரியக் கல்வியாளர்களுக்கும் கற்கவுள்ள மாணவ ஆசிரியர்களுக்கும் எமது உளமார்ந்த பாராட்டுகள்!

**இயக்குநர்,**

**ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சி இயக்ககம்,  
சென்னை - 600 006.**

## அறிமுகம்

கணிதம் என்பது கருத்தை வளர்க்கும் பாடம் மட்டுமல்லாமல் சிந்தனையைத் தூண்டி, மனதை நெறிப்படுத்தும் ஒரு கருவியாகவும் செயல்படுகிறது. எனவே கணிதப் பாடப்புத்தகம்

- \* கணிதக் கருத்துக்களை அறியவும்
- \* அறிந்த கருத்துக்களை பயன்படுத்தவும்
- \* கணிதக்கருத்துக்களையும், வாழ்க்கைப் பயன்பாட்டையும் இணைத்துக் கற்கவும்
- \* கணக்குகளுக்கு தீர்வு காண்பதுபோன்று வாழ்க்கைச் சூழலில் தீர்வு காணும் திறன் வளர்க்கவும்.
- \* வாழ்க்கை நெறிமுறைகளை மேம்படுத்தவும்.

ஏதுவான வகையில் அமைக்கப்படல் வேண்டும். இதன் அடிப்படையிலும், NCF-2005-ன் பரிந்துரைகளின் படியும். இரண்டாம் ஆண்டு கணித (வளநூல்) வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.

Street Mathematics என்ற கருத்து வாழ்க்கைக் கணக்கினையும், புள்ளியியல். செய்முறை வடிவியல் பகுதிகளில் உள்ள கருத்துக்களின் தெளிவாக்கம் உயர்சிந்தனைக்கும் வழிவகுக்கிறது.

கணிதம் கற்றல் வகுப்பறைச் செயல்பாடுகளுடன் நின்று போகாமல், வகுப்பறைக்கு வெளியிலும் நிகழும் வகையில் புறச்செயல்பாடுகள் இப்புத்தகத்தில் இடம் பெற்றுள்ளன. இச்செயல்பாடுகள் கணிதம் கற்றல் ஒரு தொடர் நிகழ்வு என்றும், சமூகத்தோடு தொடர்புடையது என்றும் உணரப்படுகிறது.

பாட அலகுகளின் முடிவில் இடம் பெற்றுள்ள வினாத்தாள் கட்டமைப்பு மற்றும் மாதிரி வினாத்தாள்கள் ஆகியன ஆசிரிய மாணவர்கள் தங்களைத் தகுந்த முறையில் தேர்விற்குத் தயார் செய்து கொள்ளும் வண்ணம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. கலைச் சொற்களும், மேற்கோள் நூல்களும் உயர்சிந்தனைக்கு வழி வகுக்கக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

கருத்தறிதலுக்கும், கருத்துப் பரிமாற்றத்திற்கும் உதவும் வகையில் இந்த வளநூல் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளமை. இந்நூலின் சிறப்புத் தன்மையாகும்.

ஆசிரியர் குழு

# பாடத்திட்டம் (Syllabus)

## கணிதம் கற்பித்தல் – இரண்டாம்ஆண்டு

### பகுதி அ (பாடப்பொருள்)

#### அலகு 1 அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதத்தின் பயன்பாடு

பயன்பாட்டுக் கணித செயல்கள் – கல்வி கலைத்திட்டமும், கணிதமும், பின்னம் – சதவீதம்– வங்கியியல் – குடும்ப நிதிநிலை அறிக்கை – வாழ்க்கைக் கணக்கிலிருந்து பள்ளிக் கணக்கிற்கு

#### அலகு 2 இயற்கணிதம்

கணிதக்கூற்றுக்கள்–இடந்தாங்கிகள்–எழுத்துருக்கள்–மாறிலி, மாறிகள்– அடுக்கு – கெழுக்கள் – ஓரின, வேற்றின உறுப்புகள் – பல்லுறுப்புக் கோவை – பல்லுறுப்புக் கோவையின் அடிப்படைச் செயல்கள் – சமன்பாடு – இருமாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச் சமன்பாடு

#### அலகு 3 புள்ளியியல்

புள்ளி விவரங்களை சேகரித்தல் – வகைப்படுத்துதலும், அட்டவணைப்படுத்துதலும் – மையப் போக்களவைகள் – பரவல் அளவைகள்.

#### அலகு 4 செய்முறை வடிவியல்

செய்முறை வடிவியல் – வரலாறு– வடிவியலின் பிரிவுகள்– நாற்கரங்கள்–சிறப்பு நாற்கரங்கள் – முக்கோணங்கள்

#### பாடநூல்கள்

வகுப்பு :	6 முதல் 8 வரை (பாடப்பகுதிகள் 2,4,6,7)
வகுப்பு :	9 (பாடப்பகுதிகள் 4,9,10,11)
வகுப்பு :	10 (பாடப்பகுதிகள் 10,11)

### பகுதி ஆ (கற்பித்தல் முறைகள்)

#### அலகு 5 உத்திசார் கற்பித்தல்

கற்பித்தல் முறையும், கற்பித்தல் உத்தியும் – உத்திசார் கற்பித்தல் – வகைகள் – தீர்வாய்வு சார்ந்த உத்திகள் – உத்திகளின் படைப்பாளி – ஆசிரியர்களின் சிந்தனைக்கு.



## **அலகு 6 கணிதத்தில் தீர்வாய்வுக் கற்றல்**

வரையறை – தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் படிக்கள் – மாணவர்களின் நிலையில் தீர்வாய்வுக் கற்றல் – ஆசிரியர்கள் நிலையில் தீர்வாய்வுக் கற்றல் – பண்புகள்

## **அலகு 7 வாக்கியக் கணக்குகள்**

வாக்கியக் கணக்குகள் – STAR உத்தி – கணிதம் கற்பதில் கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள்

## **அலகு 8 கற்றல் மேம்பாடடைய கலைத்திட்ட புறச்செயல்கள்**

வகுப்பறைச் செயல்பாடுகள்– வகுப்பறை புறச் செயல்பாடுகள் – கணித மன்றம் – புதிர்க் கணக்குகள் – கணித விளையாட்டுகள் – வினாடி வினா – கணித ஆய்வகம் – கணித நூலகம் – களப்பயணம் – உள்ளூர் தேவைக்கேற்ற பாடப்பொருள் – ஒப்பார்க் குழு – ஊடுபணி

## **அலகு 9 கற்றலில் குறைபாடுகளும் கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றமும்**

கற்றலின் போது ஏற்படும் பிழைகள்–அவற்றிற்கான தீர்வுகள்–கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம்–வரையறை–வகைகள்–ஆக்கக்கூறுகள்.

## **அலகு 10 மதிப்பீடு**

மதிப்பீடுதலின் அவசியம் – நல்ல சோதனைகளின் பண்புகள் – சோதனைகளும், தேர்வுகளும் – மதிப்பீட்டுக் கருவிகள்– தேர்வுகளின் வகைகள்–அலகுச் சோதனை கணிதத்தில் தனியாள் வேற்றுமை – செயலாராய்ச்சி – நேர்கோட்டு வரைபடம்.

## கால ஒதுக்கீடு

100 மணிநேரம்

### பிரிவு I பாடப்பொருள்

#### அ) வளநூல்

அலகு 1	4 மணிநேரம்
அலகு 2	8 மணிநேரம்
அலகு 3	8 மணிநேரம்
அலகு 4	4 மணிநேரம்

#### ஆ) பாடநூல்கள்

வகுப்பு VI முதல் VIII வரை (பாடங்கள் 2,4 6 & 7)	20 மணிநேரம்
IX வகுப்பு (பாடங்கள் 4,9, 10&11) X வகுப்பு (பாடம் 10&11 மட்டும்)	} 12 மணிநேரம்

### பிரிவு II கற்பித்தல் முறை

#### வளநூல்

அலகு 5	4 மணிநேரம்
அலகு 6	4 மணிநேரம்
அலகு 7	10 மணிநேரம்
அலகு 8	8 மணிநேரம்
அலகு 9	8 மணிநேரம்
அலகு 10	10 மணிநேரம்

பிரிவு I (அலகு 1 முதல் 4 வரை)	24 மணிநேரம்
பாடநூல்பாடங்கள்	32 மணிநேரம்
பிரிவு II (அலகு 5 முதல் 10 வரை)	44 மணிநேரம்
மொத்தம் 100 மணிநேரம்	

## பொருளடக்கம்

பக்க எண்

அலகு 1	அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதத்தின் பயன்பாடு (Application of Mathematics in Everyday Life)	1
அலகு 2	இயற்கணிதம் (Algebra)	24
அலகு 3	புள்ளியியல் (Statistics)	54
அலகு 4	செய்முறை வடிவியல் (Practical Geometry)	86
அலகு 5	உத்திசார் கற்பித்தல் (Strategy Instructions)	100
அலகு 6	கணிதத்தில் தீர்வாய்வுக் கற்றல் (Problem Based Learning in Mathematics)	121
அலகு 7	வாக்கியக் கணக்குகள் (Word Problems)	138
அலகு 8	கற்றல் மேம்பாட்டைய கலைத்திட்ட புறச்செயல்கள் (Preparation of Further Activities for Learning Mathematics)	155
அலகு 9	கற்றலில் குறைபாடுகளும், கணிதக் கருத்துப்பரிமாற்றமும் (Identification of common mistakes and communication in Mathematics)	174
அலகு 10	மதிப்பீடு (Evaluation)	190

## இணைப்புகள்

	பக்க எண்
1. வினாத்தாள் கட்டமைப்பு (Blueprint)	213
2. வினா வரைவு (Blue Print)	215
3. அகமதிப்பீடு - மதிப்பெண் பங்கீடு (Continuous Assessment)	215
4. வினாத்தாள் வழவமைப்பு - முன்வரைவு-I (Blue Print)	216
5. வினாத்தாள் வழவமைப்பு - முன்வரைவு-II (Blue Print)	217
6. மாதிரி வினாத்தாள்-I (Model Question Paper-I)	218
7. மாதிரி வினாத்தாள்-II (Model Question Paper-I)	221
8. கலைச் சொற்கள் (Glossaries)	223
9. மேற்கோள் நூல்கள் (Bibliography)	227

# அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதத்தின் பயன்பாடு

(Application of Mathematics in Everyday Life)

## 1.1 அறிமுகம்

கல்வி அறிவு என்பதன் கருவே கணித அறிவு தான். பயன்பாட்டுக் கல்வியில் கணித அறிவு பெரும் பங்கு வகிக்கிறது. பெற்ற அறிவு அற்றம் காக்கும் கருவியாக திகழ்வதற்குரிய ஆற்றல் கணிதத்திறனை அடிப்படையாகக் கொண்டு அமைகிறது,

“உலகத்தோடு ஒட்ட ஒழுகல் பல கற்றும்  
கல்லார் அறிவி லாதார்”

என்ற குறள், கல்வி மூலம் வாழ்வு வளம் பெறுவதன் முக்கியத்துவத்தை எடுத்துரைக்கிறது, அதாவது கல்வி அனுபவமாக உணரப்பட வேண்டும் என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

“அளவறிந்து வாழாதான் வாழ்க்கை உளபோல  
இல்லாகித் தோன்றாக் கெடும்”

என கணிதத்தின் பயன்பாட்டினை செம்மொழி விளக்குகிறது,

உலக முன்னேற்றத்திற்கும், வளர்ச்சிக்கும் கணித அறிவு மிகவும் அவசியம். பள்ளிப் பாடங்கள் அனைத்தும் கணித அறிவை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளன. 1957-ல் ரஷ்யா விண்கோளைச் செலுத்தியவுடன், அமெரிக்கர்கள் இத்துறையில் பின் தங்கியதற்கான காரணத்தை உலகெங்கும் உள்ள மக்கள் அறிய முயன்றனர். அமெரிக்கர்கள் கல்வி கலைத்திட்டத்தில் போதிய கவனம் செலுத்தாமையே இதற்குக் காரணம் என்றறிந்தனர். உடனே புதிய கணித பாடத்திட்டங்கள் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டன. ஏனெனில் நம்மைச் சுற்றியுள்ள பொருள்கள் யாவும் கணிதத்தின் தன்மையைப் பெற்றுள்ளன. எனவே தொடக்க நிலை கணிதக் கருத்துகளான முழு எண்கள், முழு எண்களில் அடிப்படை செயல்கள், அளவைகள், பின்னங்கள், வடிவியல் ஆகிய அனைத்திலும் அடிப்படை கருத்துகளைத் தெரிந்துகொள்வது மிகவும் அவசியமாகும். ஆனால் மாணவர்கள் கணிதக் கருத்துகளைப் படிக்கும் போது இதனை ஏன் படிக்க வேண்டும்? இதனால் என்ன பயன்? என்று எண்ணுகின்றனர். எனவே பாடம் கற்பிக்கும் ஆசிரியர் கணிதக் கருத்தைக் கற்பிக்கும் போது அதன் வாழ்க்கைப் பயன்பாட்டையும் இணைத்துக் கற்பித்தால் தான் பாடத்தின் மீது ஆர்வம் ஏற்படும். கணிதப்பாடம் நாட்டின் முன்னேற்றம், வீட்டின் முன்னேற்றம், தனிமனித முன்னேற்றம் போன்றவற்றிற்கு மிகவும் அவசியம் என்பது தெளிவு.

## 1.2 பயன்பாட்டுக் கணித செயல்கள்

கணிதம் கற்பதன் பயன்களை செயல்முறைப் பயன்கள், சமுதாயப் பயன்கள், பண்பாட்டுப் பயன்கள் என மூன்று பிரிவாக வகைப் படுத்தலாம். அவற்றைப் பற்றி நாம் தெரிந்து கொள்வோம்.

### 1.2.1 செயல்முறைப் பயன்கள்

கணிதம் மனப்பயிற்சிக்காகவும், செயல்முறைப் பயன்பாட்டிற்காகவும் கற்பிக்கப்படுகின்றது. கணிதம் கற்பதால் அறிவு வளர்ச்சியடைவதோடு மன ஆற்றலும் வெளிப்படுகிறது. கணித அறிவில்லாமல் அறிவியலை அறிந்து கொள்ள முடியாது. செய்தித்தாள் மற்றும் பத்திரிகைகளில் வெளிவரும் செய்திகளைத் தெரிந்து கொள்வதற்கும் கணித அறிவு தேவைப்படுகின்றது,

- ★ தட்ப வெப்ப நிலையை அறிந்து செயல்படுதல்
- ★ பங்குச் சந்தை நிலவரம் தெரிந்து கொண்டு முதலீடு செய்தல்
- ★ உற்பத்தித் திறன் பற்றிய வரைபடங்கள் மூலம் நிகழ்நிலை அறிதல்
- ★ வேளாண் செய்திகளை அறிந்து உற்பத்தித் திறனை மேம்படுத்துதல்.
- ★ வர்த்தகம் பற்றிய செய்திகள் மூலம் வியாபாரம் செய்தல்

இது போன்ற செயல்பாடுகளில் கணக்கிடும் திறனும், முடிவெடுத்தல் திறனும் ஒருங்கே இணைந்து செயல்படுவதைக் காண்கிறோம்.

இவ்வாறு ஒரு தொழிலில் அல்லது பணியில் செயல்படுவதற்கு ஏதுவாக தூண்டுதல் செய்வதற்கு பயன்படும் கணக்கிடுதலை செயல்முறைப் பயன்கள் என்கிறோம். மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்க்கலாம்.

- (i) வரவு, செலவு அறிக்கை
- (ii) தள்ளுபடி சலுகை விவரங்கள்
- (iii) நேரம் கணக்கிடுதல்
- (iv) சேமிப்பு விவரங்கள்
- (v) தேர்வு நேர அறிவிப்புகள்

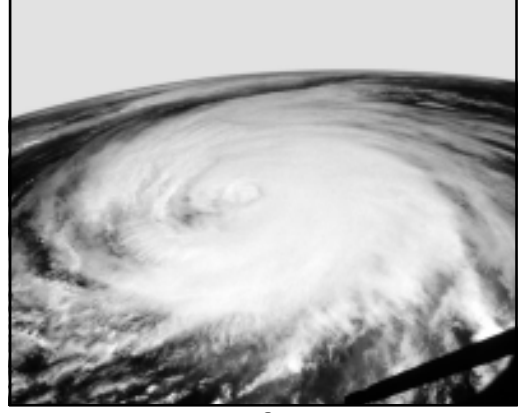
**கற்றல் செயல் :** மேற்கூறியவையல்லாது மேலும் பல செயல்முறைப் பயன்களை பட்டியலிடுக.

### 1.2.2 சமுதாயப் பயன்கள்

நாட்காட்டி பயன்படுத்துதல், வரி வசூல் செய்தல் போன்ற சமுதாயப் பயன்களில் கணிதக் கருத்துகள் துணை புரிகின்றன. அதாவது தங்கள் சமுதாயத்திற்கேற்ப பயன்படுத்திக் கொள்ளும் வகையில் திருவிழாக் காலங்களை கணக்கிடுதல், மணவிழாக்களை தீர்மானித்தல் போன்றவை தனிமனிதப் பயன்பாடு என்பதை விட சமுதாயப் பயன்பாடாகத் திகழ்கிறது.

வரிவசூல் செய்வதில் கணிதத்திறன் முழுமையாக பயன்படுகிறது. அதாவது தொகை கணக்கிடுதல், காலக்கெடு விதித்தல், அபராதத் தொகை கணக்கிடுதல் போன்றவை வரிவசூல் செய்வதன் சிறுகூறுகளாகும்.

காலநிலையைப் பொறுத்து நாம் அணியும் உடை, வெளியில் செல்ல முன்னேற்பாடுகள் (குடை, தொப்பி,...) ஆகியவற்றை முடிவு செய்கிறோம். இதில் திரவ இயக்கவியல் (Fluid Dynamics) என்ற கணிதப்பிரிவு உள்ளது. விண்வெளி ஆராய்ச்சிக்கு இப்பிரிவே மூலாதாரம்.



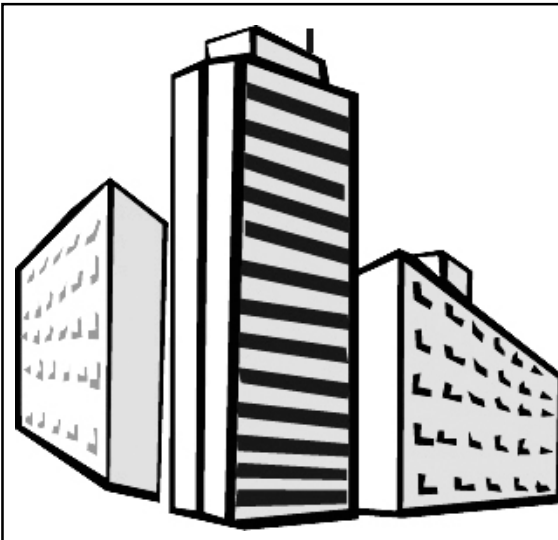
காலநிலை

இது போன்று மின்கட்டணம், வங்கிக் கணக்குகள், தொலைபேசிக் கட்டணங்கள், பயணக் காலங்கள் ஆகியவற்றிலும் கணிதத் திறன் பயன்படுவதால் இயல்பான சூழல் சமுதாயத்தில் நிலவுகிறது. பலவிதமான பதற்றங்கள் தவிர்க்கப்படுகின்றன. எங்கெங்கு நோக்கினும் அப்பழுக்கின்றி கணிதம் கோலோச்சுவதை வெள்ளிடை மலையாகக் காண்கிறோம்.

### 1.2.3 பண்பாட்டுப் பயன்கள்

உடல், உள்ளம் மற்றும் ஆன்மீக வளர்ச்சிக்கும் கணிதம் பெரும் பங்காற்றுகிறது. பண்பாடு மற்றும் கலாச்சாரத்தைப் பிரதிபலிக்கும் கண்ணாடியாக கணிதம் விளங்குகிறது. யோகப் பயிற்சிகளில், தெய்வ வழிபாட்டில், கோயில் கட்டமைப்பில், ஆடை வடிவமைப்பில், உணவுப் பழக்கவழக்கங்களில் மற்றும் வாழ்வியல் நெறிகளில் கணிதக் கருத்துகள் முக்கிய இடம் வகிக்கிறது. திட்பம், துல்லியம் மற்றும் முடிவில் உறுதிப்பாடு ஆகிய பண்புகள் கணிதத்தோடு இணைந்தவையாகும்.

கட்டிடக்கலை



கலை, இலக்கியம் போன்றவற்றில் பண்பாடு மாறாமல் நிலைத்து நிற்பதற்கு கணிதக் கருத்துகள் உதவுகின்றன.

### கற்றல் செயல்

- 1 கட்டிடக்கலைகளில் கணிதத்தின் பயன்பாடு பற்றி குழுக்களில் விவாதம் செய்து கட்டுரை எழுது.
- 2 நுண்கலைகளில் (fine Arts) கணிதத்தின் பயன்பாட்டுப் பயன் பற்றி கட்டுரை எழுதுக.

### 1.3 கல்விக் கலைத்திட்டமும், கணிதமும்

கல்விக் கலைத்திட்டத்தில் கணிதம் முதன்மைப் பாடமாகக் கருதப்பட்டு கணிதத் தலைப்புகள் வடிவமைக்கப்படுகின்றன. பின்னம், விகிதம், சதவீதம், தனிவட்டி ஆகிய கணிதக் கருத்துகள் அறிமுகப் படுத்தப்படும் வகுப்பு மற்றும் இக்கருத்துகளின் அன்றாட வாழ்க்கைப் பயன் குறித்து காண்போம்.

பின்னம் மூன்றாம் வகுப்பிலும், விகிதம் ஆறாம் வகுப்பிலும், சதவீதம் என்ற கருத்து ஐந்தாம் வகுப்பிலும் அறிமுகப்படுத்தப்படுகின்றன.

#### கற்பிக்கப்படும் திறன்கள்

##### ஐந்தாம் வகுப்பு

- ★ சதவீதம் – கருத்தாக்கம்
- ★ பின்னத்தை சதவீதமாக்கல், சதவீதத்தை பின்னமாக மாற்றுதல், சதவீதத்தை தசம பின்னமாக மாற்றுதல்
- ★ கொடுக்கப்பட்ட எண் அல்லது அளவில் தேவையான சதவீதம் காணல்
- ★ சதவீதத்தைப் பயன்படுத்தி வாழ்க்கையை ஒட்டிய எளியக் கணக்குகளைத் தீர்த்தல்
- ★ அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் சதவீதங்களை பின்ன எண்ணாகவும், பின்ன எண்களைச் சதவீதமாகவும் மாற்ற மனக் கணக்குகளில் பயிற்சி பெறுதல்.

##### ஆறாம் வகுப்பு

- ★ சதவீதம், பின்னம் மற்றும் தசமபின்னம்-தொடர்பு
- ★ இலாபம் மற்றும் நஷ்டம்
- ★ இலாபம் மற்றும் நஷ்ட சதவீதம்

##### ஏழாம் வகுப்பு

- ★ தரகு
- ★ தள்ளுபடி
- ★ விற்பனை வரி

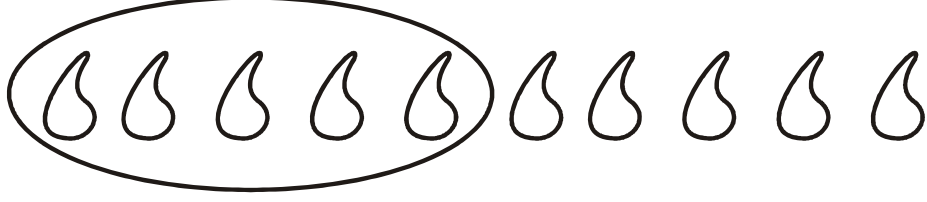
#### 1.3.1 பின்னம்

பின்னம் மூன்றாம் வகுப்பிலேயே அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. பின்னம் குறித்த கருத்துக்களை நினைவு கூர்வோம். பின்னம் என்பது ஒரு முழுப்பொருளை சம பாகங்களாகப் பிரித்தல் என்ற கருத்து நாம் அறிந்ததே. சில சமயங்களில் பின்னம் என்பது ஒரு தொகுப்பை பல பாகங்களாகப் பிரித்தல் என்பதையும் குறிக்கும்.

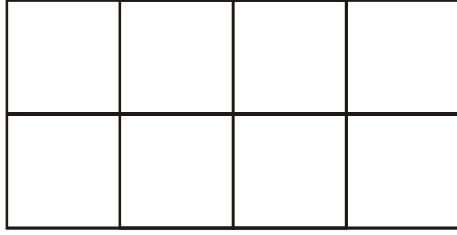


## எடுத்துக்காட்டு

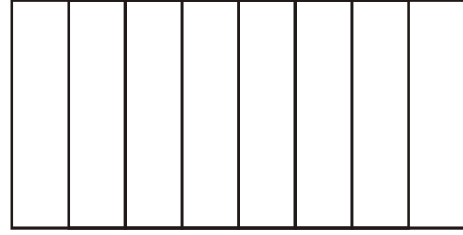
ஒரு கூடையில் 10 மாம்பழங்கள் உள்ளன. இதனை இரண்டு சம பாகங்களாகப் பிரித்தால் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைப்பது 5 மாம்பழங்கள். இதனையே பின்ன வடிவில்  $\frac{5}{10}$  என எழுதலாம்.



ஒரு முழுப்பொருளின் பின்னத்தை பட விளக்கம் மூலம் குறிப்பிடுவதும், ஏற்கனவே அறிந்ததுதான். ஆனால் நமக்கு  $\frac{1}{8}$  என்ற பின்னத்தை படவிளக்கமாக வரையச் சொன்னதும் நினைவில் வருவது பின்வரும் இரண்டு படங்கள் தான்.



படம் 1

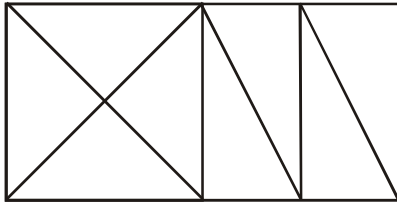


படம் 2

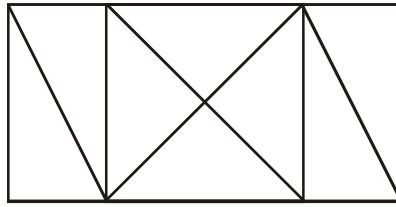
ஒரு பின்னத்தை பல வழிகளில் சம பாகமாகப் பிரிக்க முடியும். இதனை பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் காண்போம்.

## எடுத்துக்காட்டு 1

ஒரு செவ்வகப் பரப்பை எட்டு சமபாகமாக்குவதற்கு பல வழிகளைக் கையாளலாம்.



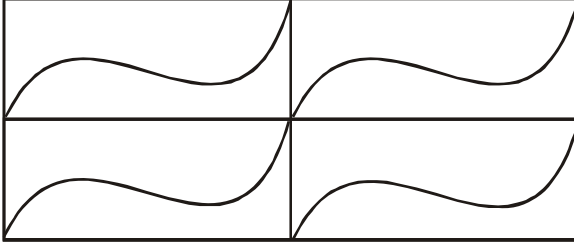
படம் 3



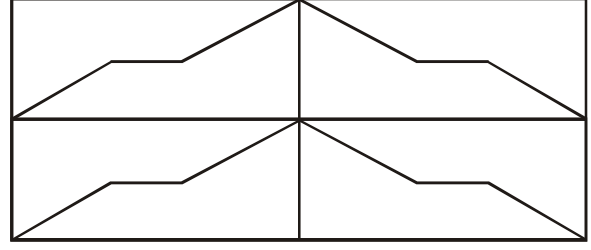
படம் 4

மேற்கூறிய இரண்டு படங்களிலும்  $\frac{1}{8}$  அமைக்கப்பட்டுள்ள விதம் வேறுபட்டுள்ளது. இதனையே வளைகோடு மற்றும் நேர்கோடு பயன்படுத்தியும் பிரித்துக்காட்டலாம்.

**வளைகோடு பயன்படுத்திப் பிரித்தல்**

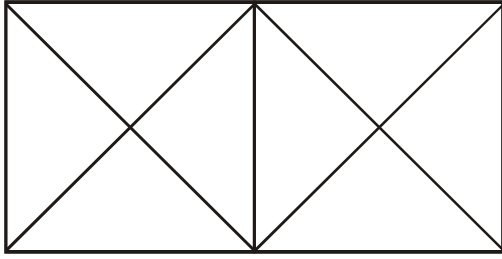


படம் 5

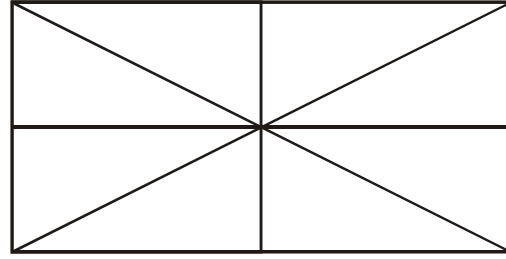


படம் 6

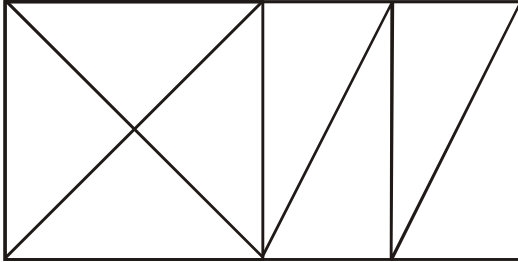
**நேர்க்கோடு பயன்படுத்திப் பிரித்தல்.**



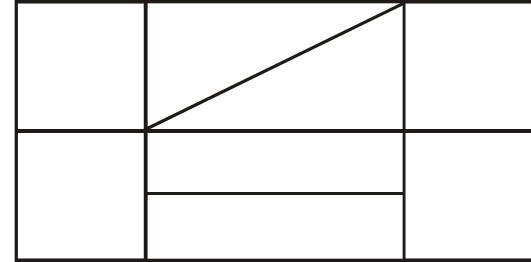
படம் 7



படம் 8



படம் 9



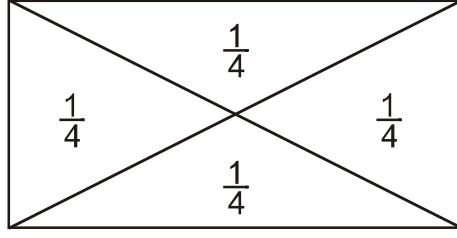
படம் 10

வளைகோடு மற்றும் நேர்க்கோடு பயன்படுத்தி சமபாகங்களாக பிரித்தால் ஒரே மாதிரியான வடிவம் எப்போதும் கிடைப்பதில்லை. ஆனால் வடிவங்கள் வேறுபட்டிருந்தாலும் பரப்புகள் சமமாக அமைந்திருப்பதை காண்க.

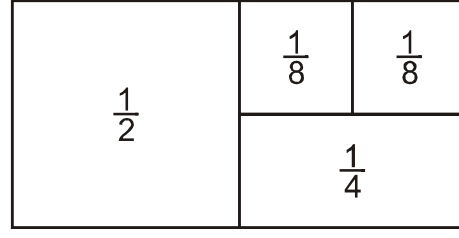
இவ்வாறான கருத்துப் பயன்பாடுகளை அன்றாட வாழ்க்கையில் காணலாம். வடிவங்கள் ஒரே மாதிரி அமைய வேண்டுமென்பது மையக் கருத்தல்ல. தள உருவங்களாக இருந்தால் பரப்பு சமமாக இருக்க வேண்டும் கன உருவங்களாக இருந்தால் கன அளவு சமமாக இருக்க வேண்டும்.

## எடுத்துக்காட்டு 2

ஒரு செவ்வகப் பரப்பை நான்கு சம பாகங்களாகப் பிரிப்பதற்கு பின்வரும் வழிகளைக் கையாளலாம்.



படம் : 1



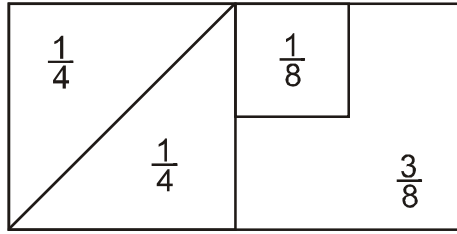
படம் : 2

படம் (1)-ல் நான்கு சமபாகங்கள் நேரடியாக காட்சியளிக்கிறது. படம் (2) லும் நான்கு சமபாகங்கள் காணப்படுகின்றன. ஆனால் கணக்கிட்டு அறிதல் அவசியமாகிறது

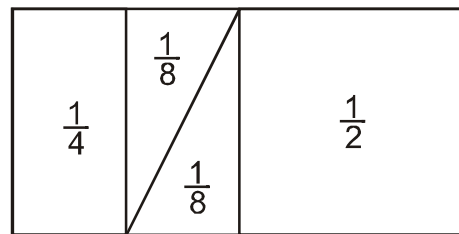
$$\frac{1}{4} \text{ என்பது ஒரு பாகம். } \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \text{ என்பது ஒரு பாகம்.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ என்பது இரண்டு பாகங்கள் என நான்கு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.}$$

இது போன்று படம் (3), படம் (4) அமைக்கப்பட்டிருப்பதை விவாதித்து அறிக.



படம் 3



படம் 4

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து பின்னத்தை நோக்கோடு மற்றும் வளைகோடு பயன்படுத்தி பல்வேறு வழிகளில் சமபாகமாகப் பிரிக்க முடியும் என்பது தெளிவாகிறது.

### கற்றல் செயல்

- ஒரு செவ்வகப் பரப்பை 6 சமபாகங்களாக எத்தனை வழிகளில் பிரிக்கலாம் என்பதை பட விளக்கத்துடன் செய்து பார்.
- பின்னத்தின் வாழ்க்கைப் பயன்களை எழுதுக.

### 1.3.2 விகிதம் : வரையறை

விகிதம் என்பது ஒரே மாதிரியான இரண்டு இராசிகளை ஒப்பிடுவதாகும். விகிதத்தை குறிக்க ‘:’ என்ற குறி பயன்படுகிறது.  $a:b$  என்ற விகிதத்தினை  $\frac{a}{b}$  என எழுதலாம்.

## விகிதத்தின் பண்புகள்

★ பொதுவாக  $a:b \neq b:a$  அதாவது விகிதத்தில் உறுப்புகளின் வரிசை முக்கியமானதாகும். ஆனால்  $a=b$  எனில்  $a:b=b:a$

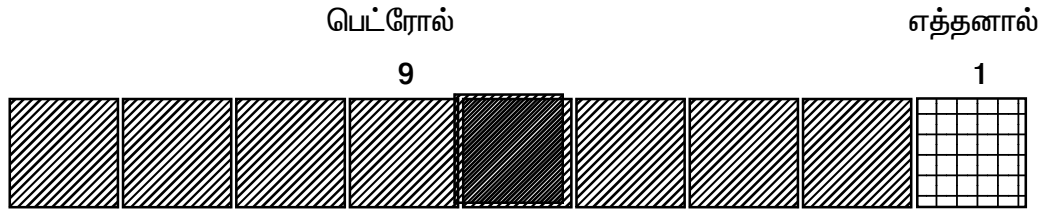
★ விகிதத்தை எந்த ஒரு அலகாலும் குறிக்கக் கூடாது.

★ ஒரு விகிதத்தின் இரு இராசிகளும் ஒரே அலகாக இருக்க வேண்டும்.

விகிதத்தின் வரிசை முக்கியமானது என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் காண்போம்.

### எடுத்துக்காட்டு 1

மாசுபடுதலையும், விலையையும் குறைக்க எத்தனால் அல்லது மெத்தனால் இவைகளுடன் Gasoline என்ற எரிபொருளுடன் கலக்கப்படுகிறது. பெட்ரோலும், எத்தனாலும் 9:1 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்பட்ட எரிபொருளால் கார் இயங்குகிறது. 9:1 என்பது பெட்ரோல் 9 பங்கு, எத்தனால் 1 பங்கு என்பதைக் குறிக்கிறது. இதனைப் பின்வரும் படம் மூலம் விளக்கலாம்.



இதனையே பின்ன வடிவில் பெட்ரோல்  $\frac{9}{10}$ , எத்தனால்  $\frac{1}{10}$  எனக் குறிக்கலாம். ஆனால்

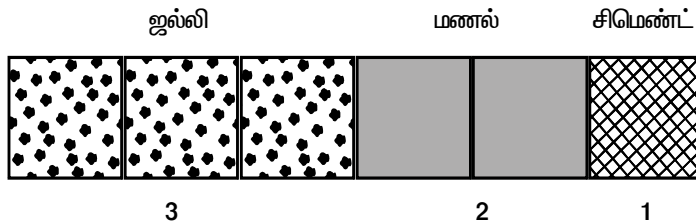
1:9 என்பது பெட்ரோல் ஒரு பங்கு எத்தனால் 9 பங்கு என்பதைக் குறிக்கும்.

எனவே  $9:1 \neq 1:9$

### எடுத்துக்காட்டு 2

வீடுகட்டும் கலவையில் ஜல்லி, மணல், சிமெண்ட் ஆகியவை 3:2:1 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்படுகிறது.

படவிளக்கம்



பின்ன வடிவில்

$$\text{ஐல்லியின் அளவு } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{மணலின் அளவு } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

சிமெண்டின் அளவு  $\frac{1}{6}$  என எழுதலாம்.

### எடுத்துக்காட்டு 3

வட்டத்தின் சுற்றளவிற்கும் விட்டத்திற்கும் உள்ள விகிதம் எப்போதும் ஒரு மாறாத எண். அதனைத் துல்லியமாகக் கணக்கிட இயலாது.  $\frac{\text{சுற்றளவு}}{\text{விட்டம்}} \simeq 3.141592 \dots$

இதனை  $\pi$  எனக் குறிப்பிடுகிறோம்.  $\pi = \frac{22}{7}$  எனப் பயன்படுத்துகிறோம்.

$$\frac{\text{சுற்றளவு}}{\text{விட்டம்}} = \pi$$

$$\frac{C}{D} = \pi \Rightarrow C = \pi d$$

### 1.3.3 விகித சமம்

இரண்டு விகிதங்களை சமப்படுத்தும் போது கிடைப்பது விகிதசமம் ஆகும். அதாவது விகித சமம் என்பது இரண்டு சமான விகிதங்களின் இணைப்பு ஆகும்.

எ-டு 1- ன் படி 54 விட்டர் பெட்ரோலில் கலக்க 6 விட்டர் எத்தனால் தேவைப்படுகிறது. இதனை  $54:6 = 9:1$  என விகித சமம் அமைக்கலாம். பின்ன வடிவில்  $\frac{54}{6} = \frac{9}{1}$  என எழுதலாம். ஒரு விகித சமத்தில் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்குத் தொகை நடு உறுப்புகளின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமம். பொதுவாக,

$$\overbrace{a:b} = \underbrace{c:d} \text{ என எழுதலாம்.}$$

### எடுத்துக்காட்டு 4

பின்வரும் விகித சமத்தில்  $n$ -ன் மதிப்பு காண்க.

$$1 : 2 = n : 4$$

$$\frac{1}{2} = \frac{n}{4} \Rightarrow 2n = 4$$

$$\therefore n = 2$$

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து பின்னம், விகிதம், விகித சமம் ஆகியவை வெவ்வேறு கருத்துகளை உள்ளடக்கியது என அறியலாம்.

விகிதத்தில் குறைந்த பட்சம் இரண்டு உறுப்புகளே இருந்தால் அதனை பின்ன வடிவில் எழுதலாம். ஆனால் பின்னத்தை விகிதமாக எழுதுவது தவறு.

### எடுத்துக்காட்டு 5

1:4 என்பதில் 1 + 4 என்ற 5 மொத்த பகுதிகள் உள்ளன.

1:4 என்ற விகிதத்தின் படவிளக்கம்



$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

$\frac{1}{4}$  என்ற பின்னத்தின் படவிளக்கம்



மேலே உள்ள படத்தில்  $\frac{1}{5}$  என்ற மதிப்பை  $\frac{4}{5}$  என்ற மதிப்பால் வகுக்க  $\left[\frac{1}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{1}{4}\right]$  கிடைக்கப்பெறும் பின்னம்  $\frac{1}{4}$  என்பதாகும்.

எனவே 1:4 என்ற விகிதத்தை  $\frac{1}{4}$  என பின்னமாக எழுதலாம். ஆனால்  $\frac{1}{4}$  என்ற பின்னத்தை 1:4 என எழுதக்கூடாது.  $\frac{1}{4}$  என்ற பின்னமானது ஒரு முழுப் பொருளை 4 சமபாகமாக பிரித்து அதில் 1 பகுதியை பிரித்து எடுப்பது எனப் பொருள்படும்.  $\frac{1}{4}$  என்ற பின்னத்தை நேரடி பொருள் கொண்டு 1:4 என்ற விகிதமாக எழுதக்கூடாது.

### கற்றல் செயல்

விகிதம், விகிதசமம் என்பனவற்றின் அன்றாட வாழ்க்கை பயன்பாடு பற்றி எழுதுக.

### 1.3.4 விகிதம் & மாறல் (Ratio & Proportion)

விகிதம் என்ற கருத்தின் வளர்ச்சி நிலையாக நேர் மாறல், எதிர் மாறல் என்ற இரு கருத்துகள் ஆறு மற்றும் ஏழாம் வகுப்பு கணிதப் பாடத்தில் இடம் பெற்று உள்ளது.

### நேர் மாறல் (நேர் விகிதம்)

இரண்டு இராசிகள் ஒரே விகிதத்தில் தொடர்ந்து மாறினால் அவை நேர்விகிதத்தில் அமைந்துள்ளன என்கிறோம். அதாவது ஒரு ராசி அதிகரிக்கும் போது மற்றொரு ராசி அதிகரித்தாலோ அல்லது ஒரு ராசி குறையும் போது மற்றொரு ராசி குறைந்தாலோ அவை நேர்மாறலில் உள்ளன என கூறுகிறோம்.

## எடுத்துக்காட்டு

5 பேனாக்களின் விலை ரூ.75 எனில் 8 பேனாக்களின் விலை எவ்வளவு ?

8 பேனாக்களின் விலையை  $x$  என்க.

## தீர்வு

எண்ணிக்கை	விலை (ரூபாயில்)
5	75
8	$x$

பேனாக்களின் எண்ணிக்கையும் விலையும் நேர் விகிதத்தில் உள்ளன

$$\text{எனவே } 5 : 8 = 75 : x$$

$$5x = 75 \times 8$$

$$\therefore x = \frac{75 \times 8}{5} = 120$$

8 பேனாக்களின் விலை ரூ.120

## எதிர்மாறல் (எதிர் விகிதம்)

இரண்டு இராசிகளில் ஒரு ராசி அதிகரிக்கும் போது மற்றொரு இராசி குறைந்தாலோ அல்லது ஒரு இராசி குறையும் போது மற்றொரு இராசி அதிகரித்தாலோ அவை எதிர் மாறல் எனப்படும்

## எடுத்துக்காட்டு

ஒருவர் ஒரு இடத்திலிருந்து மற்றொரு இடத்திற்கு 50 கி.மீ. வேகத்தில் பயணம் செய்ய 6 மணி நேரம் ஆகிறது. அதே இடத்தை 60 கி.மீ. வேகத்தில் பயணம் செய்தால் அவர் பயண நேரம் எவ்வளவு ?

## தீர்வு

வேகம் அதிகரிக்கும் போது பயண நேரம் குறையும். இங்கு பயண தூரம் மாறாத அளவு 60 கி.மீ. வேகத்தில் செல்லும் போது எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்  $x$  என்க.

வேகம் (கி.மீ)	நேரம் (மணி)
50	6
60	$x$

$$50 : 60 = x : 6$$

$$60x = 50 \times 6$$

$$x = \frac{50 \times 6}{60} = 5$$

பயண நேரம் 5 மணி நேரம்

### சிந்திக்க

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளில் நேர் மாறலில் விகித சமம்  $5 : 8 = 75 : x$  எனவும் எதிர் மாறலில் விகிதசமம்  $50 : 60 = x : 6$  எனவும் அமைந்துள்ளது.

நேர் மாறலில் பெருக்கு பின்னம்  $\frac{8}{5}$  எனவும்

எதிர் மாறலில் பெருக்கு பின்னம்  $\frac{50}{60}$  எனவும் அமைந்துள்ளது

ஏனெனில் எதிர் மாறலில்  $\frac{60}{50}$  ன் பெருக்கல் தலைகீழியால் பெருக்குகிறோம்.

### கற்றல் செயல்

நேர் மாறல், எதிர் மாறல் இடம்பெறும் அன்றாட வாழ்க்கை நிகழ்வுகளை பட்டியலிடுக.

## 1.4 சதவீதம்

சதவீதம் அறிமுகம், தரகு, தள்ளுபடி ஆகியவற்றின் வாழ்க்கைப் பயன்களைக் காண்போம்.

### 1.4.1. சதவீதம் அறிமுகம்

சதவீதம் என்ற வார்த்தை நூற்றுக்கு இவ்வளவு என்பதைக் குறிக்கும். சதம் என்ற வார்த்தை லத்தீன் சொல்லான Percentum என்ற வார்த்தையிலிருந்து உருவானது. சதவீதத்தைக் குறிக்க % என்ற குறியீட்டை பயன்படுத்துகிறோம். இந்தக் குறியீடானது 100 என்ற எண்ணுருவிலிருந்து வந்தது. சதவீதம் என்றால் நூறில் ஒன்றைக்  $\left(\frac{1}{100}\right)$  குறிக்கும். அதாவது  $\% = \frac{1}{100}$

100% என்பது முழு எண்ணைக் குறிக்கும்.

$$\left(100 \times \frac{1}{100} = \frac{100}{100} = 1\right)$$

● சதவீதம் 100%க்கு குறைந்தால் 1க்கு குறைவான எண் கிடைக்கும்.

$$[\text{எ.டு. } 85\% = 85 \times \frac{1}{100} \\ \frac{85}{100} < 1]$$



- சதவீதம் 100%க்கு அதிகமானால் 1ஐ விட பெரிய எண் கிடைக்கும்.

$$[\text{எ.டு. } 105\% = 105 \times \frac{1}{100} = \frac{105}{100} > 1]$$

### தெரிந்து கொள்க

ரோமானியர்கள் வரி கட்டுவதற்கு  $\frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{100}, \dots$  எனக் கணக்கிட்டனர். தசம எண்கள் வருமுன்னரே வியாபாரிகள் நூறில் ஒன்று, என்ற கருத்தை பயன்படுத்தியுள்ளனர். தசம எண்களை அறிமுகப்படுத்திய பின் 25% என்பதற்கு 0.25 எனப் பயன்படுத்தினர்.

### 1.4.2 தரகு

எந்த ஒரு பொருளையும் தயாரிப்பாளரே நேரடியாக அனைத்து நேரங்களிலும் விற்பனை செய்ய முடிவதில்லை. பொருளை விற்பவருக்கும், வாங்குபவருக்கும் இடையில் தரகர் இருப்பார். தரகருக்கு கிடைக்கும் தொகையே தரகு எனப்படும்.

### எடுத்துக்காட்டு

ஒரு நிலத்தை விற்பவர் 2% தரகுத்தொகை அளிக்கிறார். வாங்குபவரும் 2% தரகுத் தொகையைத் தரகருக்குக் கொடுக்கிறார். இருவரிடம் இருந்தும் தரகருக்குக் கிடைக்கும் தொகையே தரகு எனப்படும்.

### கற்றல் செயல்

தரகர் பயன்படுத்தி விற்கப்படும் பொருள்களின் சூழலைப் பட்டியலிட்டு விவாதிக்க

### 1.4.3 தள்ளுபடி

பண்டுகைக் காலங்களில் விற்பனையாளர்கள் தள்ளுபடி சலுகையை செயல்படுத்துகின்றனர். ஒரு பொருளின் குறித்த விலையிலிருந்து குறைத்து விற்பனை செய்வது தள்ளுபடி எனப்படும்.

### கற்றல் செயல்

விழாக்காலங்களில் தள்ளுபடி அறிவித்து வரும் சீட்டுகளை சேகரித்து வகுப்பறையில் அக்கருத்து குறித்து விவாதிக்க

### 1.4.4 சதவீதம் - வாழ்க்கைப் பயன்கள்

பின்வரும் நிகழ்வுகளுக்கு சதவீதம் என்ற கருத்துப் பயன்படுகிறது.

1. மதிப்பெண்கள்;
2. பள்ளியில் படிக்கும் மாணவ, மாணவியர் எண்ணிக்கை;
3. மாணவர் தேர்ச்சி;
4. வாங்கியவிலை, விற்பனையிலை;
5. சேமிப்பு, செலவு;
6. லாபம், நஷ்டம்;

7. மக்கள் தொகைக் கணக்கீடு; 8. புவியின் நீர்ப்பரப்பு (71%) நிலப்பரப்பு (29%); 9. கலவையில் உள்ள பொருட்கள்; 10. விற்பனை வரி; 11. வருமான வரி கணக்கீடு; 12. அரசு நிதி நிலை அறிக்கை; 13. வங்கியில் வட்டி விகிதம்; 14. வன விலங்குகளின் எண்ணிக்கை; 15. நூலகத்தில் உள்ள புத்தகங்கள்; 16. வீட்டிற்கு வண்ணமடித்தல்; 17. தேர்தலில் வாக்களித்தவர், வாக்களிக்காதோர் எண்ணிக்கை; 18. பின்னலாடை இழைகள்; 19. அறிவியல் சோதனைகளின் முடிவுகள்; 22. அணியில் நிற்பது, பந்து வீச்சு கணக்கிடுதல்; 23. ஆடை தயாரிப்பில் இழைகளின் அளவு

## கற்றல் செயல்

மேற்கூறியவை தவிர சதவீதம் உள்ளடக்கிய வாழ்க்கைப் பயன்பாடு சிலவற்றை பட்டியலிடுக.

## 1.5 வங்கியியல்

### 1.5.1 வங்கியியல் அறிமுகம்

வங்கி என்பது பணவாய்ப்புகளை உண்டாக்கி தேவைக்கேற்ப கொடுக்கல், வாங்கல் வசதிகளை மேம்படுத்த உதவும் ஓர் அமைப்பாகும். வங்கி இல்லை எனில் மக்களிடம் பணப்புழக்கமே இல்லை எனலாம். நாட்டில் உள்ள அரசு மற்றும் தனியார் வங்கிகள் அனைத்தும் மத்திய ரிசர்வ் வங்கியின் கண்காணிப்பின் கீழ் இயங்குகின்றன.

வங்கியின் செயல்பாடுகள், சேமிப்பு கணக்குகளின் வகைகள், வங்கிப் படிவங்கள், வட்டி விவரம் மற்றும் வட்டி கணக்கிடும் முறை குறித்து 8 ஆம் வகுப்பில் கணிதப் பாடத்தில் விரிவாக இடம் பெற்றுள்ளன.

### 1.5.2 வட்டியின் வரலாறு

வட்டி என்பதன் பயன்பாடு கி.மு. 1500-ல் சுமேரியர்கள் மற்றும் எகிப்தியர்களால் பயன்படுத்தப்பட்டது. வட்டி என்பது ஒருவரின் சேமிப்பைக் குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு மேல் பயன்படுத்தியமைக்கு கொடுக்கப்படும் கூடுதல் தொகை என்று கூறினர். பொருளாதார ரீதியாக வேளாண்மை பாதித்த சமயத்திலும், தொழிற்சாலைகளில் தீ விபத்து போன்ற சூழலில் கடன் பெற வேண்டிய சூழலும் கடனை திரும்ப கட்ட வேண்டிய சூழலும் ஏற்பட்ட போது வட்டி என்ற கருத்து ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டதாக வரலாறு கூறுகிறது.

வட்டியை தனிவட்டி, கூட்டுவட்டி என இருபிரிவாக பிரிக்கலாம். தனி வட்டியை ஒட்டிய எளிய கணக்குகளைத் தீர்க்க 5-ஆம் வகுப்பில் இத்தலைப்பு அறிமுகமாகிறது. ஆறாம் வகுப்பில் தனிவட்டியை அலகு முறை மற்றும் சூத்திரம் மூலம் கணக்கிட தெரிந்து கொள்கின்றனர்; ஏழாம் வகுப்பில் தனிவட்டி, தொடர்வைப்புத் தொகை ஆகிய கருத்துகளை கற்கின்றனர். எட்டாம் வகுப்பில் வங்கியியல் மற்றும் கூட்டு வட்டி ஆகிய கருத்துகள் அறிமுகமாகின்றன.

ஒருவர் தனது சேமிப்பில் அதிக லாபம் பெறவும், கடன் வாங்கவும் ஏற்ற வட்டி கணக்கிடும் முறையை தெரிந்து கொள்வது அவசியம். தனிவட்டி, கூட்டுவட்டி, தொடர்வைப்பு மற்றும் நிரந்தர வைப்பு குறித்து பார்ப்போம்.

### 1.5.3 தனிவட்டி

அசல், காலம், வட்டிவீதம் போன்ற ராசிகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் தனிவட்டி கணக்கிடும் முறையைக் காணலாம்.

**தனிவட்டி சூத்திரத்தை காணும் முறை**

ரூ. 1க்கு	1 ஆண்டுக்கு	வட்டி வீதம் $i$ எனில் வட்டி ரூ. $i$
ரூ. 1க்கு	2 ஆண்டுக்கு	வட்டி வீதம் $i$ எனில் வட்டி ரூ. $2i$
ரூ. 1க்கு	$n$ ஆண்டுக்கு	வட்டி வீதம் $i$ எனில் வட்டி ரூ. $ni$
ரூ. 100க்கு	$n$ ஆண்டுக்கு	வட்டி வீதம் $i$ எனில் வட்டி ரூ. $100ni$
ரூ. $p$ க்கு	$n$ ஆண்டுக்கு	வட்டி வீதம் $i$ எனில் வட்டி ரூ. $pni$

தனிவட்டி  $I = Pni$ . இதில் ( $i = \frac{r}{100}$ ) எனக்கொண்டால்  $I = \frac{Pnr}{100}$

இங்கு  $P$  - அசல்,  $n$  - காலம்,  $i$  - வட்டிவீதம் ஆகியவற்றைக் குறிக்கும்.

கூடுதல்  $A =$  அசல் + தனிவட்டி  $= P+I$ .

[குறிப்பு :  $P, n, i, I$  இவற்றில் ஏதேனும் மூன்று ராசிகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் நான்காவது ராசியை எளிதாகக் காணலாம்.]

### எடுத்துக்காட்டு

முத்தழகு ரூ.2000 ஐ 9% வட்டி வீதத்தில் வங்கியில் டெபாசிட் செய்கிறார். 4 ஆண்டு முடிவில் அவர் பெறும் கூடுதல் தொகை எவ்வளவு?

தீர்வு :  $P =$  ரூ.2000  $n = 4$  ஆண்டுகள்,  $i = 9\%$

$$I = pni = \frac{2000 \times 4 \times 9}{100} = \text{ரூ.}720$$

$$A = P+I = \text{ரூ.}2000 + 720 = \text{ரூ.}2720$$

$I = \frac{Pni}{100}$  என்ற சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி தனிவட்டி கணக்கிடப்படுகிறது,

### தெரிந்து கொள்க

மீட்டர் வட்டி, கந்து வட்டி ஆகியவை நடைமுறையில் உள்ளன

#### 1.5.4 தொடர் வைப்புத் தொகை

ஒருவர் ஒரு சிறு தொகையை வங்கி அல்லது தபால் நிலையங்களில் ஒவ்வொரு மாதமும் குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு செலுத்த வேண்டும். செலுத்திய தொகையுடன் அதற்கான வட்டியும் சேர்த்து குறிப்பிட்ட கால முடிவில் ஒரு தொகை அவருக்குக் கிடைக்கும்.

தொடர் வைப்புத் திட்டத்தில் வட்டி கணக்கிடும் சூத்திரம்.

$$I = \frac{Pn(n+1)r}{2 \times 12 \times 100}$$

#### 1.5.5.கூட்டு வட்டி

வரையறை

குறிப்பிட்ட காலத்திற்கான அசலுடன் வட்டி கணக்கிடப்பட்டு அத்தொகை வரும் காலங்களில் அசலாகக் கருதப்படின் அத்தகைய வட்டி கூட்டு வட்டி எனப்படும்.

கூட்டு வட்டி சூத்திரம் காணல்

முதலாண்டு அசல்  $P$ , வட்டிவீதம்  $i$  எனில் முதலாண்டு முடிவில் கிடைக்கும் தொகை  $A_1 = P + Pi = P(1+i)$

இங்கு  $I=Pni$  சூத்திரம் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.  $n = 1$

இரண்டாமாண்டு அசல்  $P(1+i)$

$$\begin{aligned} \text{இரண்டாமாண்டு தொகை } A_2 &= P(1+i) + [P(1+i)]i \\ &= P(1+i) [1+i] \\ &= P(1+i)^2 \end{aligned}$$

மூன்றாமாண்டு அசல்  $P(1+i)^2$

$$\begin{aligned} \text{மூன்றாமாண்டு தொகை } A_3 &= P(1+i)^2 + [P(1+i)^2]i \\ &= P(1+i)^2 [1+i] \\ &= P(1+i)^3 \end{aligned}$$

$n$  ஆண்டு அசல்  $P(1+i)^n$

$$n \text{ ஆண்டு தொகை } A_n = P(1+i)^n$$

$$\text{கூட்டு தொகை } A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$\text{கூட்டு வட்டி} = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - P$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{இங்கு} \\ i = \frac{r}{100} \end{array} \right]$$

மேற்கூறிய விளக்கங்கள் கூட்டுவட்டி காணும் சூத்திரங்கள் எவ்வாறு அமைந்தது என்பதை எடுத்துரைக்கிறது. இதனால் சூத்திரத்தை புரியாமல் மனப்பாடம் செய்வது தவிர்க்கப்படுகிறது. பொருளுடைய சூத்திரம் கற்றலாக அமைவதால் மனதில் நிலைத்து நிற்கிறது.

### 1.5.6. கூட்டு வட்டிக்கும், தனி வட்டிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகள்

தனிவட்டியில் அசலுக்கான வட்டி குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு அசலுடன் சேர்க்கப்படாமல் தனியாகக் கணக்கிடப்படும். ஆனால் கூட்டுவட்டியில் அசலுக்கான வட்டி குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு கணக்கிடப்பட்டு அசலுடன் சேர்க்கப்படும். இத்தொகையானது அடுத்து வரும் காலத்திற்கு அசலாகக் கருதப்படும். எனவே ஒருவர் தனிவட்டியில் முதலீடு செய்வதை விட கூட்டுவட்டியில் முதலீடு செய்வது அதிகப் பயனைத் தரும். ஆனால் ஓர் ஆண்டிற்கு ஒருவர் தனிவட்டிக்கும், கூட்டுவட்டிக்கும் பெறும் தொகை சமமானது. இரண்டிலும் கிடைக்கும் தொகையானது  $P(1+i)$ .

இரண்டாண்டுகளுக்கு தனிவட்டிக்கும், கூட்டுவட்டிக்குமிடையே உள்ள வித்தியாசத்திற்கான சூத்திரத்தை பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

2 ஆண்டுகளுக்கு தனிவட்டி

$$I = 2Pi \quad \dots\dots\dots (1)$$

2 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டுவட்டித் தொகை

$$\begin{aligned} A &= P(1+i)^2 = P(1 + 2i + i^2) \\ &= P + 2Pi + Pi^2 - P \quad \dots\dots\dots (2) \quad [\text{கூட்டுவட்டி} = A - P] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) - (1) &\Rightarrow P + 2Pi + Pi^2 - P - 2Pi \\ &= Pi^2 \end{aligned}$$

எனவே, கூட்டு வட்டிக்கும், தனிவட்டிக்கும் இடையே உள்ள இரண்டு ஆண்டு வித்தியாசம்

$$d = Pi^2$$

### கற்றல் செயல்

வங்கிமூலம் மக்கள் பெறும் பயன்களை எழுதுக.

### 1.5.7 நிரந்தர வைப்புத் தொகை

ஒரு பெருந்தொகை நிரந்தர வைப்புத் தொகையாக வங்கிகளால் வாடிக்கையாளர் களிமருந்து பெறப்படுகின்றது. வாடிக்கையாளர்களின் விருப்பத்திற்கிணங்க கால அளவு நிர்ணயம் செய்யப்படுகிறது. வங்கிகளின் செயல் முறைகளுக்கேற்ப வைப்புத் தொகைக்கான வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது. வைப்புத் தொகைக்கான சான்றிதழ் வங்கிகளால் வாடிக்கையாளருக்கு அளிக்கப்படுகிறது.

### கற்றல் செயல்

நிரந்தர வைப்புத் தொகைக்கான வட்டி விவர படிவத்தை சேகரித்து வகுப்பில் விவாதிக்க.

## 1.6 குடும்ப நிதிநிலை அறிக்கை (Family Budgeting)

குடும்ப வருமானம், செலவு, சேமிப்பு, கடனைத் திருப்பிச் செலுத்துதல் முதலியவற்றை திட்டமிடுதல் குடும்ப நிதி நிலை அறிக்கை எனப்படும்.

### 1.6.1 குடும்ப நிதித்திட்ட அறிமுகம்

ஒரு குடும்பத்தின் வரவு மற்றும் செலவு பற்றிய முன்னோடித் திட்டமே குடும்ப நிதித் திட்டமாகும். ஒரு நாடு வளர வேண்டுமானால் நிதித்திட்டம் மிகவும் அவசியமான ஒன்றாகும். நாட்டின் வரவு மற்றும் செலவு குறித்த பொதுத்திட்டத்தின் அடிப்படையிலே நாட்டின் வளர்ச்சி அமைகின்றது.

ஒவ்வொரு வீடும் நிதித் திட்டத்தினை தயாரித்து செயல்படுத்தினால் அது நாட்டின் வளர்ச்சிக்கு வித்திடும் என்பது தெளிவு. நிதித் திட்டத்தினை ஆண்டுத் திட்டம், மாதாந்திரத் திட்டம் என இரு வகையாகப் பிரித்துக் கொள்ளலாம். குடும்ப நிதிநிலை அறிக்கை தயாரிக்க சில குறிப்புகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

### 1.6.2 குடும்ப நிதி நிலை அறிக்கை தயாரிக்கும் முன் மனதிற்கொள்ள வேண்டிய குறிப்புகள்

- ★ குறிப்பிட்ட காலமும், நோக்கமும் மனதிற்கொள்ள வேண்டும்.
- ★ வருமானம், செலவினம் இரண்டும் சரியாகத் திட்டமிடப் படவேண்டும்.
- ★ அறிக்கையானது எளிமையாக கையாளக்கூடியதாக இருக்க வேண்டும்.
- ★ வருமான ஏற்றத்தாழ்வுகள் ஏற்படும் சமயத்தில் அதனை சரிசெய்யும் விதமாக நெகிழ்வுத்தன்மை கொண்டதாக இருக்க வேண்டும்.
- ★ மாத வருமானம் ஒரே சீராக இல்லாத சூழலில் நிதி அறிக்கை தயாரிக்கும் சமயத்தில் 10% பணத்தை கையிருப்பாக வைத்துக் கொள்ளும் அளவிற்கு அறிக்கை தயாரிக்க வேண்டும். எதிர்பாராத செலவினங்களை இந்த சேமிப்பை வைத்து சரி செய்ய முடியும். இந்த தொகையை Safety Cushion என்பர்.
- ★ நிதியறிக்கைப் பட்டியலுக்கேற்ப அந்தந்த செலவினத்தை எழுதி உறையில் பணமிட்டு வைத்தால் அந்தப் பணம் அந்த செலவிற்கு பயன்படும் இதனை Envelope Accounting என்பர்.

### 1.6.3 மாதிரி குடும்ப நிதி நிலையறிக்கை

வரவு	தயாரிப்பவருக்கு ஏற்ப	ஐன.	பிப்	மார்	ஏப்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆக	செப்	அக்	நவ	டிச	மொத்தம்
மூலதனம்														
மொத்த வரவு														
ஈவுத் தொகை														
வட்டி														
முதலீட்டு லாபம்														
இதர வரவு														

மொத்த மாத வருமானம் : செலவு :  
 மொத்த ஆண்டு வருமானம் : சேமிப்பு :  
 சராசரி மாத வருமானம் : முதலீடு :

### மாத வாரியாக செலவு அட்டவணை

செலவினம்	ஐ	பி	மா	ஏ	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆக	செ	அக்	நவ	டிச	மொத்தம்
1. வாடகை													
2. கடன் தவணை													
3. காப்பீடு													
4. வட்டி													
5. சேவை													
6. முதலீடு													
7. சிலிண்டர்													
8. மின்கட்டணம்													
9. தொலைபேசிக் கட்டணம்													
10. மளிகைப் பொருட்கள்													
11. வேலையாள் சம்பளம்													
12. மருத்துவச் செலவு													
13. ஆடைகள்													
14. தனிநபர் செலவு													
15. பயணச் செலவு													
16. வாகனச் செலவு													
17. குழந்தைப்பராமரிப்பு													
18. கல்விச் செலவு													
19. பொழுதுபோக்கு													
20. காய்கறி செலவு													
மொத்த செலவு													

ஒவ்வொரு மாதமும் வரவு, செலவு அட்டவணையை தயாரித்து கையாளுவதால் நிதி பற்றாக்குறையை சமாளிப்பதோடு, மகிழ்ச்சியான குடும்ப சூழல் நிலவும்.

#### 1.6.4 நிதி நிலையறிக்கை தயாரிக்க பயன்படும் தொழில்நுட்ப வசதிகள்

(i) Spread sheet Software :

சூத்திரத்துடன் கூடிய Excel Spread Sheet உள்ளது. அதன் மூலம் வரவு மற்றும் செலவை விரைவில் கணக்கிட முடியும்.

(ii) Money management Software :

முந்தைய செலவினம் மாத அறிக்கை ஆகியவை அடங்கிய இதனைக் கொண்டு எதிர்காலத்திற்கு திட்டமிட முடியும்.

(iii) Spending management Software :

நடப்பு மாதத்தில் செலவு செய்யாத தொகை மற்றும் செலவு செய்யும் வழி குறித்த செய்திகள் அடங்கியுள்ளது.

#### 1.7 வாழ்க்கைக் கணக்கிலிருந்து, பள்ளிக் கணக்கிற்கு

பள்ளிக் கணக்கை சிறப்பாக செய்யும் மாணவன் அதே கணக்கை வாழ்க்கை கணக்காகக் கொடுக்கும் போது சரிவர செய்வதில்லை. (எ.டு)  $3+4=7$  என விடையளிக்கும் மாணவன் மூன்று பேனாவுடன் 4 பேனாவைக் கூட்டினால் எத்தனை பேனா கிடைக்கும் என்ற வினாவிற்கு பதிலளிக்கத் தவறுகிறான்.

வாழ்க்கைக் கணக்குகள் மூலம் பள்ளிக் கணக்குகளும் பள்ளிக் கணக்குகள் மூலம் வாழ்க்கைக் கணக்குகளும் வளர்ச்சி அடையச் செய்வதே நமது குறிக்கோளாகும். வாழ்க்கைக் கணக்குகள் பள்ளிக் கலைத்திட்டத்தில் இடம் பெற்றுள்ளமையை ஆரம்பக்கல்வி, நடுநிலைக்கல்வி மற்றும் உயர்நிலைக்கல்வி பாடத்திட்ட அடிப்படையில் காண்போம்.

##### 1.7.1 ஆரம்பப்பள்ளி கணிதம்

★ பணத்தைக் கூட்டும்போது 10, 100 அல்லது 1000 க்கு அருகாமையில் கணக்கிட்டு எளிமையாகக் கையாள்கிறோம்.

(எ-டு) ஒரு பொருளின் விலை ரூ 90. கடைக்காரரிடம் ரூ 200 கொடுத்தால் கடைக்காரர் தரும் மீதித்தொகை ரூ 110 என்பதை வாழ்க்கைச் சூழலில் ரூ. 200 ஐ இரண்டு நூறுகளாகப் பிரித்து ஒரு  $100 + (100-90) =$  ரூ  $100 +$  ரூ  $10 =$  ரூ  $110$  எனக் கணக்கிட்டு பெற்றுக் கொள்கின்றனர்.

★ பூ வாங்குதல், கைப்பிடி அரிசி, பருப்பு, கூறுகளில் காய்கறி வாங்குதல் ஆகியவை திட்டம் சாரா அளவைகளைப் பயன்படுத்தி நடைபெறும் செயல்.



### 1.7.2 நடுநிலைப்பள்ளிக் கணிதம்

- ★ கட்டிட வேலை செய்யும் தொழிலாளி கோண அளவு, பரப்பளவு, வண்ணம் பூசுதல், தொகை கணக்கிடுதல் ஆகிய அனைத்துக் கருத்துக்களையும் பயன்படுத்துகின்றனர். அவை அனைத்தும் அனுபவம் மூலம் கற்றவையாகும்.
- ★ விளையாட்டு மைதானத்தின் அமைப்பு, பந்து வீசுதல், விளையாடுபவர் நிற்கும் வரிசை அனைத்தும் கணிதக் கருத்தை உள்ளடக்கியது.
- ★ கந்து வட்டிக்காரர் கூட்டு வட்டியைப் பயன்படுத்தி வட்டி கணக்கிடுகிறார். ஓர் ஆண்டு வட்டியை ஒரு நாளைக்கு எவ்வளவு என கணக்கிட்டு வசூலிக்கிறார்.
- ★ கண் தெரியாதவர்கள் பயன்படுத்தும் ஊன்றுகோல் விகிதம் என்ற கருத்தை பயன்படுத்தி செய்யப்படுகின்றது.
- ★ சந்தையில் வியாபாரம் செய்பவர் ரூ 100 ஒருவரிடம் பெற்று பொருள் வாங்கி ரூ200 க்கு விற்பனை செய்கிறார். ரூ 100 லாபத்தை பணம் கொடுத்தவருக்கு ரூ 50ம், வாங்கியவர் ரூ 50ம், பிரித்துக் கொள்கின்றனர். இதில் லாபம், சமபங்கீடு, ஆகிய கருத்துக்கள் பயன்படுகின்றன.

### 1.7.3 உயர்நிலைப்பள்ளிக் கணிதம்

- ★ விளம்பரமின்றி இன்றைய சூழலில் ஒரு பொருளை விற்பது என்பது அரிய செயலாகும். விளம்பரம் மக்களிடையே பலத்த வரவேற்பைப் பெற்றுள்ளது. தள்ளுபடி, விற்பனை, சதவீதம், லாபம், நஷ்டம் என்ற கருத்துக்கள் அடங்கியுள்ள விளம்பரங்களை அதிக அளவில் நாம் காண்கிறோம்.
- ★ ஏணிப்படியை பயன்படுத்தி உயரமான கட்டிடத்திற்கு சுண்ணாம்பு அடிக்கின்றனர். ஏணியானது குறிப்பிட்ட நிலையில் நிறுத்தும் சமயத்தில் தான் கீழே விழாமல் இருக்கும். அங்கு சாய்வு என்ற கணிதக் கருத்து பயன்படுகிறது.

இதனைப் பற்றி விளக்கமாக காண்போம்.

#### சாய்வு : விளக்கம்

ஏணி கிடைமட்டமாக இருக்கும்போது சாய்வு 0

ஏணி நேர்மட்டமாக இருக்கும்போது சாய்வு உச்சமதிப்பு ( $\infty$ ) அடைகிறது.

இதனை ஒரு குறிப்பிட்ட சாய்வில் அதாவது 0-க்கும்  $\infty$ -க்கும் இடையில் இருக்குமாறு நாம் சுவரில் சாய்வாக ஏணியை வைக்கிறோம். இதனையே 9ம் வகுப்பில்  $\tan\theta$  ன் மதிப்பு மூலம் தெரிந்து கொண்டோம்.

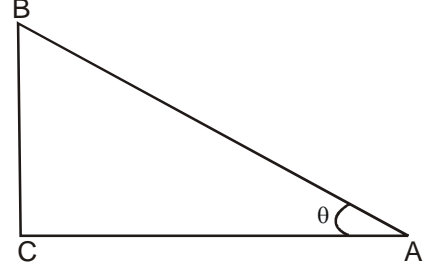
$\theta = 0^\circ$  ஆக இருக்கும் போது ஏணி கிடைமட்டமாக இருக்கும்.

$$\text{எனவே சாய்வு } \tan\theta = \frac{BC}{CA}$$

$$[\tan 0^\circ = 0 \text{ இங்கு } BC = 0]$$

$\theta = 90^\circ$  ஆக இருக்கும் போது ஏணி சுவரில் நிறுத்தப்பட்டிருக்கும்.

$$[\tan 90^\circ = \infty \text{ இங்கு } CA = 0]$$



இதனை ஏற்கனவே நடைமுறையில் பயன்படுத்திக் கொண்டிருந்தாலும் கணித வடிவில் அமைந்திருப்பதை அறிந்திருக்கவில்லை. பகுமுறை வடிவியல் மூலம் இதனைத் தெளிவாகக் கற்றிருப்போம். ஆனால் இதனையே மேல்நிலைக் கல்வியில் கணிதப்பாடத்தை விருப்பப் பாடமாக கொண்டிருந்தவர் வகை நுண்கணிதம் மூலம் (Differential Calculus)  $\frac{dy}{dx}$  என அறிந்திருப்பார்.

- ★ நாற்று நடும்பொழுது குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் நிரல், நிரை அமைப்பில் நடுகின்றனர். இங்கு அணி என்ற கருத்து பயன்படுகிறது.
- ★ ஒரு இடத்திலிருந்து வேறொரு இடத்தை குறைந்த நேரத்தில் சென்றடைய வேண்டுமெனில் குறுக்குப் பாதையில் செல்ல வேண்டும். குறுகிய தூரம் என்ற கருத்து உபயோகிக்கப்படுகிறது.
- ★ தேக்கு மரம் நடும்பொழுது இடைவெளி விடுவதில் வகைக்கெழு (differential) சமன்பாடு பயன்படுகிறது.
- ★ இறந்த உடலை பிரேத பரிசோதனை செய்யும் அறை குளிர்சூட்டப்பட்டிருக்கும். இறந்த உடலின் வெப்பநிலையை 4 மணிக்கு ஒரு முறை கணக்கிட்டு இறந்த நேரத்தை கணக்கிட முடியும். இங்கும் கணிதக் கருத்து இடம் பெறுகிறது.
- ★ விஷமருந்து குடித்துவிட்டு மருத்துவமனையில் சேர்க்கப்பட்டு சிகிச்சை பெறுபவரிடமிருந்து எவ்வளவு விஷமருந்து வெளிவருகிறது என்பதை அறிய Cathedral சோதனை செய்யப்படுகிறது.

### கற்றல் செயல்

அன்றாட வாழ்க்கை செயல்கள் சிலவற்றை பள்ளிக் கணிதக் கருத்தோடு தொடர்புபடுத்துக.

### கற்றவை

- ★ பயன்பாட்டுக் கணித செயல்கள்
- ★ கல்விக் கலைத்திட்டமும், கணிதமும்
  - பின்னம்
  - விகிதம்
  - விகித சமம்
  - மாறல்கள்
- ★ சதவீதம்
- ★ வங்கியியல்
- ★ குடும்ப நிதிநிலை அறிக்கை
- ★ வாழ்க்கைக் கணக்கிலிருந்து, பள்ளிக் கணக்கிற்கு

### கற்றல் செயல்கள்

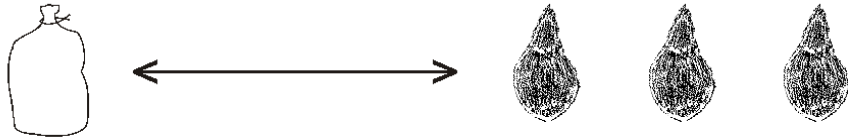
- ★ பின்னம், சதவீதம், வங்கியியல் ஆகியவற்றை ஒட்டிய வாழ்க்கைக் கணக்குகளைத் தேர்ந்தெடுத்துத் தீர்வு காண்க.
- ★ ஒரு நடுத்தரக் குடும்ப வருமானத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாதாந்திர செலவின அறிக்கையைத் தயார் செய்க.
- ★ தொடக்க / நடுநிலை / உயர்நிலைப் பள்ளிக் கணக்கிற்கும், வாழ்க்கைக் கணக்கிற்கும் உள்ள தொடர்பினைக் குறித்து விரிவான கட்டுரை வரைக.

**அலகு 2**  
**இயற்கணிதம்**  
(Algebra)

**2.1 அறிமுகம்**


எண் கணிதத்தில் எண்ணுருக்களைக் கொண்டு கூற்றுக்களை அமைக்கிறோம். உதாரணத்திற்கு மூன்றுடன் நான்கை கூட்டினால் ஏழு கிடைக்கும் என்பதனை  $3 + 4 = 7$  என எழுதலாம். ஆனால் ஓர் எண்ணுடன் நான்கைக் கூட்டினால் 7 கிடைக்கும் என்ற கூற்றை  $\square + 4 = 7$  என எழுதினால்  $\square$  என்ற கட்டத்தில் எந்த இயல்எண் எழுதமுடியும் என்பது தெள்ளத்தெளிவு. எனவே, தெரியாத எண்ணுக்குப்பதிலாக எழுத்துக்களையோ (அ) குறியீடுகளையோ இணைத்து பயன்படுத்தப்படும் ஒரு கணிதபிரிவு இயற்கணிதம் எனலாம்.

பண்டைய காலங்களில் பண்ட மாற்றுமுறையினை பயன்படுத்தியமை நமக்குத் தெரியும். அதாவது, சமானப் பொருட்களை மாற்றிக் கொள்வது போன்ற செயல்பாடுகள் நடைமுறையில் இருந்திருக்கின்றன. அந்த காலக் கட்டங்களில் நாணயங்கள் புழக்கத்தில் இல்லை. நெல் விளைவிப்பவர்களுக்கு பிறப் பொருட்கள் (உதாரணமாக காய்கறி, சர்க்கரை) தேவைப்படலாம். தேங்காய் விளைவிப்பவர்களுக்கு நெல் தேவைப்படலாம். நெல் விளைவிப்பவர்கள் நெல்லை கொடுத்து தேங்காய் பெற்றுக் கொள்வர். தேங்காய் விளைவிப்பவர்கள் நெல்லைப் பெற்றுக் கொள்வர். ஒரு குறிப்பிட்ட எடை உடைய நெல் அளவுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கை உடைய தேங்காய்களை பண்டமாற்று முறையில் மாற்றிக் கொள்வர்.



இங்கு விலை மதிப்பில் இருபொருட்களும் சமமாக இருந்திருக்கும். இங்கு 'விலை மதிப்பு' என்ற இடந்தாங்கியினை  $\square$  எடுத்துக் கொண்டால்

$\square =$   -யின் விலை மதிப்பு

$\square =$   -யின் விலை மதிப்பு

எனவே விலை மதிப்பினை பொறுத்தவரை



இப்போது நெல் பையின் விலையானது ரூ  $x$  என்றும் 3 தேங்காய்களின் விலை ரூ  $y$  என்றும் கொண்டால்

$$x = y \text{ ஆகும்.} \quad \dots(1)$$

இங்கு  $x$ ,  $y$  என்ற எழுத்துக்களின் மதிப்பு தனித்தனியே ஒரே மதிப்பினை மட்டுமே கொண்டிருக்கும்

வேறு சூழ்நிலையில், அதுவே மாற்று அளவு நெல்லுக்கு 4 தேங்காய்களின் மதிப்பினை ஈடு செய்யலாம்.



அப்படியானால்

$$\square = \text{[Bottle] [Bottle]}$$

$$\square = \text{[Teardrop] [Teardrop] [Teardrop] [Teardrop]}$$

இப்போது  $\square$  தாங்கி உள்ள விலை மதிப்பு முந்தைய  $\square$  தாங்கி உள்ளதை விட வித்தியாசமானது.

இப்போது நெல் பைகளின் விலை மதிப்பினை  $x$  என்றும் தேங்காய்களின் விலை மதிப்பினை  $y$ -என்றும் கொண்டால்

$$x = y \text{ என ஆகும்} \quad \dots(2)$$

தற்போது (1), (2)-ல் பயன்படுத்தி உள்ள  $x$ -ன் மதிப்பு சமமாக இருப்பதில்லை.  $y$ -ன் மதிப்புகள் சமமாக இருப்பதில்லை.

இருவர் ஒவ்வொரு நாளும் வெவ்வேறு அளவுள்ள நெல் பைகளையும் வெவ்வேறு எண்ணிக்கையில் உள்ள தேங்காய்களையும் மாற்றிக் கொண்டால் அவற்றின் விலை மதிப்பில்  $x = y$  என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

ஆனால் ஒவ்வொரு நாளும் பயன் படுத்தப்படும்  $x$ ,  $y$ -ன் மதிப்பு மாறுபடுகிறது. அதாவது  $x$ -ன் மதிப்புகள் மாறி கொண்டே இருக்கும்  $y$ -ன் மதிப்புகளும் மாறிக் கொண்டே இருக்கும்.

இதுவரை நாம் பார்த்ததிலிருந்து  $\square$  என்ற குறியீடு (இடந்தாங்கி), அடுத்து சொல்லப்பட்ட  $x$ ,  $y$  (literals எழுத்துக்கள்) கடைசியாக விவாதித்த  $x$ ,  $y$  (variables, மாறிகள்) ஆகியவை முக்கிய பொருளாக உள்ளது.

அதாவது ஒரு பொருளின் இடத்தை தாங்கி வருகின்ற (Place Holders) இடந்தாங்கிகளுக்கு (நிலைத்த அல்லது நிலையற்ற) பதிலாக பயன்படுத்தப்படும் எழுத்துருக்கள் (literals), மாறக்கூடிய எழுத்துருக்கள் (variables, மாறிகள்) ஆகியவை இயற்கணிதத்தின் அடிப்படையாகும். எழுத்துருக்கள் மாறாத தன்மை உடையதாக இருப்பின் அது மாறிலியாகவும், எழுத்துருக்கள் மாறக் கூடிய தன்மை உடையது எனில் அது மாறியாகவும் கொள்ளப்படும்.

எனவே ஒரு எழுத்துரு மாறிலியாகவும், மாறியாகவும் இருக்க வாய்ப்பு உண்டு என்பதனை தெரிந்து கொள்ள வேண்டும். அதாவது ஒரு எழுத்துரு எப்போதும் மாறியாகவே இருக்கும் எனக் கூற இயலாது.

### 2.1.1 கணிதக்கூற்றுகள்

கூற்று என்பது வார்த்தைகளின் முறையான பொருள்பொதிந்த சேர்க்கை ஆகும். அதேப் போன்று கணித வார்த்தைகளையும் குறியீடுகளையும் சேர்த்து ஒரு கூற்றினை அமைத்தால், அக்கூற்று கணிதக்கூற்று எனப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக,

1. ஓர் எண்ணுடன் 5ஐக்கூட்ட கிடைக்கும் எண் 13 ஆகும். ( $x + 5 = 13$ )
2. 10லிருந்து 3ஐக்கழித்தால் என்ன கிடைக்கும்? ( $10 - 3 = y$ )
3. இரு எண்களின் பெருக்கல் பலன் 24. ( $a \times b = 24$ )
4. ஓர் எண்ணின் பாதி 50. ( $\frac{x}{2} = 50$ )
5. பாரியின் தற்போதைய வயது 21 எனில் 5 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் அவரது வயது என்னவாக இருக்கும்? ( $21 - 5 = d$ )

### அறிந்து கொள்க

மேற்கண்ட கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை எண்கள் தெரியாத எண்கள்(Unknown) என விவாதித்து அறிந்து கொள்க.

### 2.1.2 இடந்தாங்கிகள்

கணிதக் கூற்றுகள் தெரியாத எண்களையும் உள்ளடக்கியுள்ளன என்பது தெளிவு. இந்த தெரியாத எண்களுக்குப் பதிலாக  $\triangle$ ,  $\square$ ,  $\square$  போன்ற குறியீடுகளை வழக்கமாக பயன்படுத்தி வருகிறோம். இக்குறியீடுகள் அந்தந்த இடங்களில் உள்ள மதிப்புகளை தாங்கி வருவதால் அவற்றை இடந்தாங்கிகள் என அழைக்கலாம்.

### 2.1.3 ஓர் இடந்தாங்கியை உள்ளடக்கிய கூற்றுக்கள்

1. 15 மற்றும் 10 இவற்றின் கூடுதல் என்ன?

இக்கூற்றினை இடந்தாங்கியைப் பயன்படுத்தி எழுதினால்  $15 + 10 = \square$  என கிடைக்கும் அல்லவா! இதில்  $\square$  என்பது இடந்தாங்கியாகும்.

2. “12 என்ற எண்ணிலிருந்து எந்த எண்ணை கழித்தால் 7 கிடைக்கும்” என்பதனை  $12 - \triangle = 7$  என எழுதலாம் அல்லவா!
3. “ஓர் எண்ணை 8 ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் பெருக்கற்பலன் 72” என்பதனை  $\square \times 8 = 72$  என எழுதலாம் அல்லவா!
4. “35ஐ எந்த எண்ணால் வகுக்க 5 கிடைக்கும்” என்பதனை  $35 \div \square = 5$  எழுதலாம் அல்லவா!

### குறிப்பு

1. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இடந்தாங்கிகள் பயன்படுத்துவதால் சுருக்கி கூறும் திறன் வளர்கிறது என்பதனை அறிந்துகொள்க.
2. இடந்தாங்கிகள் பல வடிவங்களில் அமைந்திருப்பதை அறிந்துகொள்க.

### கற்றல் செயல்

இடந்தாங்கிகள் ஒரே வடிவமாக இருந்தால் சரியான பொருள் அமையுமா என்பதை ஆராய்க.

### இரண்டு இடந்தாங்கிகளை உள்ளடக்கிய கூற்றுக்கள்

இதுவரை ஒரு இடந்தாங்கி பயன்படுத்திய கூற்றுக்களைப் பார்த்தோம். இனி இரு இடந்தாங்கிகள் பயன்படும் கூற்றுகளை காண்போம். உதாரணமாக,

1. இருவரிடம் உள்ள தொகைகளின் வித்தியாசம் 28 என்பதனை  $\square - \triangle = 28$  என எழுதலாம் அல்லவா!

(இதன் மூலம்  $\square$ ,  $\triangle$ -ன் மதிப்புகள் மாறாத தன்மை உடையதாக இருக்க முடியுமா?)

2. என்னிடம் 17 மாம்பழங்கள் இருந்தன. அவற்றில் சில மாம்பழங்களை ராஜாவிடம் கொடுத்தேன். மீதியை வீரனுக்கு கொடுத்தேன். வீரன் பெற்ற மாம்பழங்கள் எத்தனை என்பதை  $17 - \triangle = \square$  என எழுதலாம் அல்லவா!
3.  $2 \times \triangle = \square$  என்ற இடந்தாங்கி கூற்றினை கணிதக்கூற்றாக பின்வரும் முறையிலும் எழுதலாமா!

1. ஒரு வட்டத்தில், ஆரத்தின்  $\triangle$  இருமடங்கு அதன் விட்டம்  $\square$  ஆகும்.
2. 2-ன் மடங்குகள்
3. ஒன்றின் மதிப்பில் இருமடங்கு மதிப்பு
4. ஒரு பொருளின் விலையிலிருந்து இரு பொருட்களின் விலை கூறுதல்.

## சிந்திக்க

மேலே கூறப்பட்ட இடந்தாங்கி கூற்றுக்கு அதன் கருத்து மாறாத வகையில் மேலும் கூற்றுகளை அமைக்கலாமா? என்பதை ஆராய்க.

### 2.2.1 எழுத்துருக்கள் (Literals)

இதுவரை தெரியாத எண்களைக்குறிக்க இடந்தாங்கிகளை எப்படி பயன்படுத்துவது என அறிந்துகொண்டோம். பல இடந்தாங்கிகள் இடம் பெறும்போது ஏற்படும் கடினத் தன்மைகளை போக்குவது எவ்வாறு? இடந்தாங்கிகளுக்குப் பதிலாக ஆங்கில எழுத்து சிறிய வடிவம் (English alphabets lower case letters)  $a, b, c, \dots, x, y, z$  போன்ற எழுத்துக்களைக் கொண்டு தெரியாத எண்கள், அளவுகள் போன்றவற்றிற்கு எழுதலாம். இவ்வாறு தெரியாத எண்களைக்குறிக்கப் பயன்படும் எழுத்துக்களை எழுத்துருக்கள் (Literals) என்று அழைக்கிறோம். எனவே மிகவும் எளிதாக புரிந்து கொள்ள இடந்தாங்கிகளுக்குப் பதிலாக எழுத்துருக்களை பயன்படுத்தலாம்.

பின்வரும் அமைப்பு முறையை உற்றுநோக்குக.

இடந்தாங்கி முறை	எழுத்துரு முறை
1. $5 + 6 = \triangle$	$5 + 6 = x$
2. $\square - 8 = 7$	$x - 8 = 7$
3. $\bigcirc + 15 = 75$	$y + 15 = 75$
4. $6 \times 7 = \square$	$6 \times 7 = y$
5. $\frac{\square}{\triangle} = 7$	$\frac{a}{b} = 7$

**குறிப்பு :**  $a, b, c, \dots, x, y, z$  என்பவை ஆங்கில எழுத்துகள் எனினும் இங்கு கணித உருக்களாக (Mathematical Symbols) பயன்பாட்டில் உள்ளது. இதனை அ, ஆ, இ, .... என தமிழில் மாற்ற இயலாது என்பதனை தெரிந்து கொள்க.

### கற்றல் செயல்

இடந்தாங்கி முறையும், எழுத்துரு முறையும் பயன்படுத்துவதில் உள்ள எளிமைதன்மையை விவாதித்து அறிக.

### ஒப்பிட்டு அறிவோம்

	வாக்கிய முறை	இடந்தாங்கி முறை	எழுத்துரு முறை
1.	ஒரு குறிப்பிட்ட எண்	$\triangle$	$x$
2.	ஓர் எண்ணுடன் 5ஐ கூட்டுதல்	$\square + 5$	$x + 5$
3.	ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை 2 அதிகரித்தல்	$\square + 2$	$x + 2$



4. ஓர் எண்ணிலிருந்து 4 குறைவு	$\square - 4$	$y - 4$
5. ஓர் எண்ணை 6ஆல் பெருக்குதல்	$\square \times 6$	$x \times 6$
6. ஓர் எண்ணை 7ஆல் வகுத்தல்	$\bigcirc \div 7$	$d \div 7$
7. கோபு காலையில் 4கிமீ தொலைவும் மாலையில் 3 கி.மீ. தொலைவும் நடந்தான் அவன் நடந்த மொத்த தொலைவு	$4 + 3 = \square$	$4 + 3 = x$
8. அருண் மற்றும் அனிதாவின் மொத்த எடை	$\triangle + \square = \square$	$x + y = z$
9. 5 உடன் எதனைக் கூட்ட 12 கிடைக்கும்	$5 + \triangle = 12$	$5 + a = 12$
10. 16லிருந்து எந்த எண்ணை கழிக்க 8 கிடைக்கும்	$16 - \square = 8$	$16 - x = 8$
11. என்னுடைய வயதிலிருந்து உன்னுடைய வயது வித்தியாசம்	$\triangle - \square = \square$	$x - y = z$
12. ஓர் எண்ணின் இரு மடங்கு 30 ஆகும்	$\triangle \times 2 = 30$	$b \times 2 = 30$
13. ஒரு சதுர அறையின் பரப்பு 64 ச.மீ.	$\triangle \times \triangle = 64$	$a^2 = 64$
14. முதல் எண்ணை இரண்டாம் எண்ணால் வகுத்தால் ஈவு 12 கிடைக்கும்	$\frac{\square}{\triangle} = 12$	$\frac{x}{y} = 12$

### அறிந்து கொள்வோம்

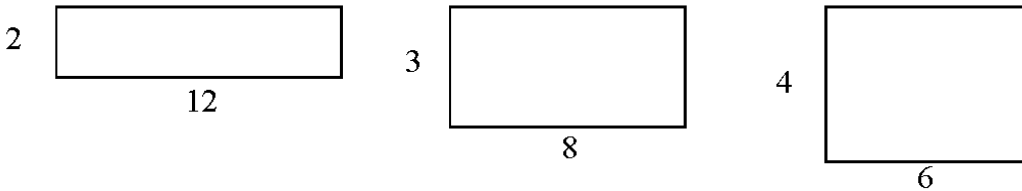
$3 \times x$  (அல்லது)  $x \times 3$  என்பதை  $3x$  என எழுதலாம். இதே போல்  $x \times y$  என்பதை  $xy$  என எழுதலாம். ஆனால்  $8 \times 5$  என்பது 85 அல்ல. ஏனெனில் மாறிகள் இடமதிப்பை பெற்றிருப்பதில்லை. ஆனால் எண்கள் இடமதிப்பு பெற்றுள்ளன என்பதை நாம் அறிவோம்.

### 2.2.2 மாறிலிகளும், மாறிகளும் (Constants, Variables)

கீழ்க்கண்ட கூற்றினை எடுத்துக்கொள்க.

இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 24. இதனை எழுத்துருக்களால்  $l \times b = 24$  என எழுதலாமா?

இங்கு 24 நிலையான மதிப்பு கொண்டுள்ள ஒரு எண்ணுரு 'l' மற்றும் 'b' இவை எழுத்துருக்கள். இவற்றின் மதிப்புகள் நிலையானவை அல்ல. எடுத்துக்காட்டாக கீழ்க்கண்ட செவ்வகங்களைக் கருதுக.



மேலே உள்ள மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்புகளும் சமம். (அதாவது 24) ஆனால் அவற்றின் நீளங்களும், அகலங்களும் வெவ்வேறானவை.

படம் 1ல் உள்ள செவ்வகத்தின் நீளம்  $l = 12$ , அகலம்  $b = 2$

படம் 2ல் உள்ள செவ்வகத்தின் நீளம்  $l = 8$ , அகலம்  $b = 3$

படம் 3ல் உள்ள செவ்வகத்தின் நீளம்  $l = 6$ , அகலம்  $b = 4$

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம்  $\times$  அகலம்

செவ்வகம் 1ல் பரப்பளவு =  $12 \times 2 = 24$

செவ்வகம் 2ல் பரப்பளவு =  $8 \times 3 = 24$

செவ்வகம் 3ல் பரப்பளவு =  $6 \times 4 = 24$

இதன் மூலம்  $l, b$  வெவ்வேறு மதிப்புகளை பெற்றுள்ளது.

எனவே, 24 ஒரு மாறிலி,  $l$ ம்,  $b$ ம் மாறிகள்.

இந்த எடுத்துக்காட்டின் மூலம் நாம் அறிவது

- நிலையான எண்மதிப்பு கொண்ட ஒரு உருவானது மாறிலி (constant) எனப்படுகின்றது.
- வெவ்வேறு எண்மதிப்புகளைக் கொண்ட ஒரு உருவானது மாறி (variable) எனப்படும்.

### குறிப்பு

1. மாறிலியை ஒரு எண்ணுரு மூலமாகவோ அல்லது எழுத்துரு மூலமாகவோ எழுதலாம். ஆனால் அந்த எழுத்துரு நிலையான எண்ணை கொண்டிருக்க வேண்டும்.
2. 'இரு எண்களின் கூடுதல் 15' என்ற கூற்றினை ' $x + y = 15$ ' என்ற கணித கூற்றாக எழுதலாம். இங்கு  $x, y$  -க்கு பல மதிப்புகள் கொடுக்க இயலும். இவை மாறிகள் ஆகும். ஆனால் 15க்கு பதிலாக  $a$  என்ற எழுத்துரு பயன்படுத்தினால்  $a$  ஒரு மாறிலியாகும்.
3. பொதுவாக கீழ் வகுப்புகளில் எழுத்துருக்களை மாறிகள் என்ற பொருள் படும்படியாக எடுத்துக் கொள்ளப்படும். (2)-ல் சொல்லப் பட்ட கருத்தானது மேல் வகுப்புகளில் தெளிவாக கையாளப்படும்.
4. Known, unknown, variable  
Known constant  $\rightarrow$  எண்  
Unknown constant  $\rightarrow$  எழுத்துரு  
Variable  $\rightarrow$  மாறி

### விவாதிக்க

1. எண்ணுருக்கள் அனைத்தும் மாறிலிகளாக அமையுமா ?
2. மாறிகளைக் குறிக்க  $a$  முதல்  $z$  வரையிலான ஆங்கில எழுத்துக்களை மட்டும் தான் பயன்படுத்த வேண்டுமா ?
3. கீழ்க்கண்டவற்றில் மாறிகள் மற்றும் மாறிலிகளை எடுத்தெழுதி வகைப்படுத்துவதற்கான காரணங்களுடன் பிரித்து எழுதுக.  
 $h, k, b, 4, s, q, l, -25, 0, \frac{5}{8}$
4. ஆங்கில எழுத்துக்கள் மட்டுமின்றி  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$  போன்ற கிரேக்க எழுத்துக்களைக் கூட பயன்படுத்தலாம் என்பதனை அறிந்து கொள்க.

### 2.2.3 மாறியின் அடுக்கு (படிக்குறி)

ஓர் எழுத்துருவை அதே எழுத்துருவால் மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கினால் கிடைக்கும் பெருக்கற்பலனை எவ்வாறு எழுதலாம் எனக் காண்போம்.

$m$  ஐ  $m$  ஆல் பெருக்கினால்  $m \times m$  கிடைக்கிறது. இங்கு  $m$  ஆனது இரு முறை அதே எண்ணால் பெருக்கப் பட்டுள்ளது. இதனை  $m^2$  என எழுதலாம்.

$m^2$  என்பதை  $m$  இன் இரண்டு அடுக்கு என்று கூறலாம்.

$m^2$  என்ற உறுப்பில் 2 என்பது அடுக்கு மற்றும்  $m$  என்பது அடிமானம் ஆகும். இதேபோல்,  $n \times n \times n = n^3$  என்பதை  $n$  இன் மூன்று அடுக்கு எனலாம்.

இங்கு  $n^3$  இல்  $n$  என்பது அடிமானம் மற்றும் 3 என்பது அடுக்கு ஆகும்.

#### குறிப்பு

ஒரு மாறியின் அடுக்கு என்பது, அதன் அடிமானம் (மாறி) மீண்டும் மீண்டும் அதே அடிமானத்தில் எத்தனை முறை பெருக்கப்படுகிறது என்பதைக் குறிக்கும்.

#### விவாதிக்க

1.  $y$  என்ற உறுப்பில்  $y$  என்பது அடிமானம் மற்றும் 1 என்பது அடுக்கு ஆகும். (எவ்வாறு?)
2.  $a \times 5$  என்பதன் பெருக்கற்பலன்  $5a$  என எழுதுகிறோம்.  $a^5$  என எழுதுவது மரபு இல்லை. காரணம் மாறிலியை முதலில் எழுதுவதே வழக்காகும்.

#### குறிப்பு

எவ்வாறு மாறிகளின் பெருக்கலை அடுக்கின் மூலம் எழுதுகிறோமோ அவ்வாறே மாறிலிகளின் பெருக்கலையும் எழுதலாம்.

$$(எ-டு) 5 \times 5 = 5^2, 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$

#### உற்றுநோக்குக

பெருக்கல் வடிவம்

அ)  $5 \times b \times b \times b \times b$

ஆ)  $p \times p \times q \times q \times q \times r \times r$

இ)  $7 \times m \times m \times m$

ஈ)  $12 \times x \times y \times x \times y$

அடுக்கு வடிவம்

$5b^4$

$p^2q^3r^2$

$7m^3$

$12x^2y^3$

## 2.2.4 கெழுக்கள் (குணகங்கள்)

$10a$ ,  $-5m^2$ ,  $6ab$ ,  $-7y^3$  என்ற உறுப்புகளைக் கருதுக. இவை அனைத்தும் மாறிலி மற்றும் மாறிகளின் பெருக்கற்பலனாக உள்ளன.

$10a$  என்ற உறுப்பில் 10 ஆனது 'a' ன் கெழு ஆகும். இதேபோல்  $-5m^2$  இல்  $-5$  ஆனது ' $m^2$ ' ன் கெழு,  $6ab$  இல் 6 ஆனது ' $ab$ ' ன் கெழு, மேலும்  $-7y^3$  இல்  $-7$  ஆனது ' $y^3$ ' ன் கெழு ஆகும்.

எனவே, ஒரு மாறி அல்லது மாறிகளின் பெருக்கற்பலன் இவற்றுடன் பெருக்கல் (அல்லது) வகுத்தல் மூலம் இணைத்து எழுதப்படும் எண் (மாறிலி) கெழு அல்லது குணகம்.

### குறிப்பு

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில் குணகங்கள் அனைத்தும் ஒரு எண் மாறிலியாகவே உள்ளமையைக் காண்க. ஆனால் மேல் வகுப்புகளில் குணகங்கள் எழுத்துரு மாறிலிகளாகவும் இருக்கும். (எ-டு.  $ax^2 + by^2 + cxy$ ) என்ற கோவையில்  $x$  என்பது மாறி,  $a$  ஆனது  $x^2$  ன் குணகம்,  $b$  ஆனது  $y^2$  ன் குணகம்,  $c$  ஆனது  $xy$  ன் குணகம். குறிப்பாக  $a$ ,  $b$ ,  $c$  என்ற எழுத்துரு மாறிலிகள் நிலையான மதிப்பினை கொண்டவையாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்

### எடுத்துக்காட்டுகள்

உறுப்பு	கெழு
a) $3c$ - ல் $c$ -ன் கெழு	3
b) $-y^2$ -ல் $y^2$ -ன் கெழு	$-1 \times y^2$ எனவே $-1$
c) $-5m$ -ல் $m$ -ன் கெழு	$-5 \times m$ எனவே $-5$
d) $25pqr$ -ல் $pqr$ -ன் கெழு	25
e) $yz$ -ல் $yz$ -ன் கெழு	$1 \times yz$ எனவே 1

### கவனத்தில் கொள்க

எழுத்துருக்களை அதன் தன்மையைப் பொறுத்தே மாறிகள் என்றும் மாறிலிகள் என்றும் கூறலாம்.

“ $x$ ,  $y$ ,  $z$  என்பவை மாறிகள்.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  என்பவை மாறிலிகள்” என்று கூறுவது தவறு. கையாளப்படும் இடத்தைப் பொறுத்து ஒரு எழுத்துரு மாறியாகவோ, மாறிலியாகவோ அமையும்.

### விவாதிக்க

கெழு, படி என்பவை ஒரே மாதிரியான பொருள் கொண்டவையா? இல்லையெனில் விவாதித்து அறிந்துகொள்க.

ஆனால் கீழ் வகுப்புகளில் மாறிலிகளுக்கு எழுத்துருக்களை பயன்படுத்தினால், தவறாக புரிதல் கூடாது என்பதற்காக தவிர்க்கப்படுகிறது.

### 2.2.5 உறுப்புகள்

$p^2qr, 6, 4mn, -6a, 40, c, p^2, xy, \frac{a}{3}$  என்ற உருக்களைக்கருதுக.

இவற்றில்

- i) 6, 40 என்பவை மாறிலிகள் ஆகும்.
- ii)  $p^2qr, c, p^2, xy$  என்பன மாறி அல்லது மாறிகளின் பெருக்கல் சேர்க்கை ஆகும்.
- iii)  $4mn, -6a, \frac{a}{3}$  என்பன பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல் மூலம் இணைக்கப்பட்டுள்ள மாறிலி மற்றும் மாறிகளின் சேர்க்கை ஆகும்.

இந்த உருக்கள் ஒவ்வொன்றையும் ஓர் உறுப்பு என்கிறோம். எனவே, ஒரு மாறிலியோ (அல்லது) ஒரு மாறியோ அல்லது பெருக்கல் (அல்லது) வகுத்தல் மூலம் இணைக்கப்பட்டுள்ள மாறிலி மற்றும் மாறிகளின் சேர்க்கையே உறுப்பு எனப்படுகிறது.

### அறிந்துகொள்க

உருக்களின் தொகுப்பில் மாறிலி மற்றும் மாறிகள் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் (கூட்டலின் மறு வடிவம்) குறிகளால் இணைக்கப்பட்டிருந்தால், அவை தனித்தனி உறுப்புகளாகக் கருதப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு

- ★  $10 + m$  -ல் 10,  $m$  என்பவை வெவ்வேறு உறுப்புகள் ஆகும்.
- ★  $5 - n$  -ல் 5,  $n$  என்பவை வெவ்வேறு உறுப்புகள் ஆகும்.

ஒரு தொகுப்பில் மாறிலி மற்றும் மாறிகள் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல் (பெருக்கலின் மறுவடிவம்) மூலம் இணைக்கப்பட்டிருந்தால் அது ஒரே உறுப்பாக கருதப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக

$12m, \frac{p}{5}$  ஆகியவற்றை எடுத்துக்கொள்க.

இவற்றில்  $12m$  என்பது ஒரே உறுப்பு மற்றும்  $\frac{p}{5}$  -ம் ஒரே உறுப்பாகும்.

குறிப்பு : வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் மறுவடிவம் ஆகும்.

### 2.2.6 ஓரின மற்றும் வேற்றின உறுப்புகள்

குணகத்தை தவிர்த்த, மாறிகள் அல்லது மாறிகளின் பெருக்கல்கள் அல்லது வகுத்தல்கள் ஒரே இனமாக இருப்பின் அவை ஓரின உறுப்புகள் ஆகும். ஒரே இனமாக இல்லையெனில் அவை வேற்றின உறுப்புகள் ஆகும்.

ஓரின உறுப்புகள்

- (எ-டு) (i)  $6m, -8m, 10m$  (ii)  $-17ab, 3ab, 6ab$  (iii)  $\frac{2a}{b}, \frac{5a}{b}$

i) -ல் குணகத்தை தவிர்த்து அனைத்தும்  $m$

ii) -ல் குணகத்தை தவிர்த்து அனைத்தும்  $ab$

iii) -ல் குணகத்தை தவிர்த்து அனைத்தும்  $\frac{a}{b}$

### வேற்றின உறுப்புகள்

i)  $6x, -4y$  ii)  $-3a^2, -7b^2$  iii)  $x, 2x^2$  ஆகும்.

### 2.2.8 உறுப்புகளின் கூட்டலும், கழித்தலும்

இயற்கணிதத்தில் எழுத்துகள், எண்களைக் குறிக்க பயன்படுவதால், அவை கணிதத்தின் நான்கு அடிப்படை செயலிகளுக்கு உட்பட்டவை ஆகும்.

இப்பாடப் பகுதியில் இயற்கணிதத்தில் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் பற்றிய அடிப்படை கருத்துக்களை காண்போம்.

இயற்கணிதத்தில் உறுப்புகளை ஒரின உறுப்புகள் எனவும், வேற்றின உறுப்புகள் எனவும் பிரிக்கிறோம். இதில் **ஒரின உறுப்புகளை மட்டும் கூட்டவும், கழிக்கவும் இயலும்.**

எடுத்துக்காட்டாக

2 தேங்காய்கள் மற்றும் 3 தேங்காய்களின் கூடுதலை நடைமுறையில் 5 தேங்காய்கள் என்கிறோம்.

2 தேங்காய் + 3 தேங்காய் = 5 தேங்காய்

5 மாங்காய்களிலிருந்து 2 மாங்காய்களை நீக்க கிடைப்பது 3 மாங்காய்

5 மாங்காய் - 2 மாங்காய் = 3 மாங்காய்

இங்கு இவை ஒரின உறுப்புகளாகும்,

இப்போது 5 தேங்காய்களையும் 3 மாங்காய்களையும் கூட்ட இயலுமா? என பார்ப்போம்,

தேங்காய்க்கும், மாங்காய்க்கும் மதிப்புகளை கொடுக்கும் பட்சத்தில் அதற்கு ஒரு பொருள் கிடைக்கும்.

அதாவது “5 தேங்காய் + 3 மாங்காய்” என்பதற்கு பொருள் உண்டு.

எனவே, மதிப்புகளின் அடிப்படையில்

3 தேங்காய் - 2 மாங்காய் என்ற கழித்தலுக்கும் பொருள் உண்டு.

இரு வகையும் தேங்காயாகவோ அல்லது மாங்காயாகவோ இருந்ததால் சுருங்கிய வடிவில் கூற முடிந்தது.

ஆனால் இரு வகைகளும் வெவ்வேறாக இருந்தால் மேற்சொன்ன வடிவமே சுருங்கிய வடிவமாக அமைகிறது.

## கற்றல் செயல்

தேங்காய்க்கு  $x$  என்ற எழுத்துருவும், மாங்காய்க்கு  $y$  என்ற எழுத்துருவும் பயன்படுத்தினால் மேற் சொன்ன கூட்டல் கழித்தல்கள் எவ்வாறு அமையும்?

### ஓரின உறுப்புகளின் கூட்டல்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட ஓரின உறுப்புகளின் கூடுதல் ஓரின உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதலைக் கெழுவாகக் கொண்ட ஓர் உறுப்பு ஆகும்.

(எ-டு) கூட்டுக (1)  $x + x + 3x$

$$\begin{aligned}x + x + 3x &= 1x + 1x + 3x \\ &= (1 + 1 + 3)x \\ &= 5x\end{aligned}$$

(எ-டு) கூடுதல் காண்க :  $14xy^2, 8xy^2, 3xy^2$

$$\begin{aligned}14xy^2 + 8xy^2 + 3xy^2 &= (14+8+3) xy^2 \\ &= 25xy^2\end{aligned}$$

### ஓரின உறுப்புகளின் கழித்தல்

இரண்டு ஓரின உறுப்புகளின் கழித்தல் ஓரின உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கழித்தலைக் கெழுவாகக் கொண்ட ஓர் உறுப்பு ஆகும்.

(எ-டு) (1)  $14a^2b$  லிருந்து  $4a^2b$  ஐக்கழிக்க

$$\begin{aligned}14a^2b - 4a^2b &= (14 - 4)a^2b \\ &= 10a^2b\end{aligned}$$

(எ-டு) (2) மதிப்புக்காண்க.  $9m^3 - 18m^3$

$$9m^3 - 18m^3 = (9 - 18)m^3 = -9m^3$$

## 2.2.9 பல்லுறுப்புக் கோவை (Polynomial Expression)

பல்லுறுப்பு கோவை என்பதனை தெரிந்து கொள்ள இயற்கணித கோவை (algebraic expression) யினை முதலில் அறிந்து கொள்ளவேண்டும்.

எண்கணித செயலிகளால் (+, -,  $\times$ ,  $\div$ ) ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய வகையில் மாறிலிகள் மற்றும் மாறிகளால் இணைக்கப்பட்ட ஒரு தொகுப்பு இயற்கணித கோவையாகும்.

(எ-டு) 1)  $x^2 + x - 5$

2)  $y^3 - \frac{3}{y}$

3)  $2x^3 + 5y^2 - xy$

- 4)  $x^2 + 4\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + y^2$
- 5)  $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$
- 6)  $x^2 + \frac{y}{x} - \frac{z}{y} + z^2$
- 7)  $x + y$
- 8)  $5^2 + 3 \times 4 - 7$

இங்கு எடுத்துக்காட்டு 8-ஆனது எண்களால் மட்டுமே ஆன தொகுப்பு என்பதனை அறிக. இவ்வாறு எண்களால் மட்டுமே எண்ணியல் செயலிகளால் இணைக்கப்பட்ட தொகுப்பினை எண்கணித கோவை (numerical expression) எனலாம்.

குறிப்பாக எடுத்துக்காட்டுகள் 1, 2, ஆகியவை ஒரே ஒரு மாறியால் ஆன இயற்கணித கோவையாகும்.

$x^2 + x - 5$  ஆனது  $x$ -ஆல் ஆன இயற்கணித கோவை

$y^3 - \frac{3}{y}$  ஆனது  $y$ -ஆல் ஆன இயற்கணித கோவை

எடுத்துக்காட்டுகள் 3, 4, 7 ஆகிய மூன்றும்  $x, y$  ஆகிய இரு மாறிகளாலான இயற்கணித கோவைகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் 5, 6 ஆகியவை  $x, y, z$  -ஆல் ஆன இயற்கணித கோவைகளாகும்.

### குறிப்பு

ஒரு எண் கோவையினை இயற்கணித கோவை எனலாம். ஆனால் ஒரு இயற்கணித கோவை எண் கோவையாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை.

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டுகளின்படி வெவ்வேறு மாறிகளின் எண்ணிக்கையுடைய ஒரு இயற்கணித கோவையினை நாம் உருவாக்க இயலும்.

நாம் ஒவ்வொரு உறுப்பின் அடுக்கு பற்றி தெரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

$x^2$  -ன் அடுக்கு 2

$x$  -ன் அடுக்கு 1

$xy$  -ன் அடுக்கு 2 (பெருக்கலாக வரும் போது ஒவ்வொரு மாறியின் அடுக்கினையும் கூட்ட வேண்டும்.)

$x^2y^3$  -ன் அடுக்கு 5

$\frac{x^2}{y}$  -ன் அடுக்கு 1 (வகுத்தலாக வரும்போது தொகுதி உள்ள அடுக்கிலிருந்து பகுதி உள்ள அடுக்கினை கழிக்க வேண்டும்.)



$$\frac{y}{z} \text{ -ன் அடுக்கு } 0 \quad (1 - 1)$$

$$\frac{z}{y^2} \text{ -ன் அடுக்கு } -1 \quad (1 - 2)$$

$$\frac{y^2}{x^4} \text{ -ன் அடுக்கு } -2 \quad (2 - 4)$$

$$xy^{\frac{1}{2}} \text{ -ன் அடுக்கு } \frac{3}{2} \quad (1 + \frac{1}{2})$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} \text{ -ன் அடுக்கு } -\frac{3}{2} \quad (\frac{1}{2} - 2)$$

மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகளின்படி ஒரு உறுப்பின் அடுக்கானது மிகை முழு எண்ணாகவோ (1, 2, 3, ...) பூச்சியமாகவோ (0), குறை முழு எண்ணாகவோ (-1, -2, ...) அல்லது பின்னமாகவோ இருக்கலாம் என்பது தெளிவு. குறிப்பாக எந்த ஒரு மாறிலி உறுப்பின் அடுக்கினை 0 ஆக கொள்ளலாம். அதாவது  $8 = 8 \times x^0$  என எழுதலாம். இங்கு மாறிலியின் அடுக்கினை குறிப்பிடவில்லை. உறுப்பின் அடுக்கினையே எடுத்துள்ளோம் என்பதனை கவனிக்க.

எனவே ஒரு இயற்கணித கோவையில்

1. மாறிகளின் எண்ணிக்கை மாறுபடலாம்.
2. உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை மாறுபடலாம்
3. உறுப்புகளின் அடுக்கு குறையற்ற முழு எண்ணாக (0, 1, 2, 3, ...) குறை முழு எண்ணாக (-1, -2, ...) பின்னமாகவோ ( $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \dots$ ) இருக்கலாம்.

### 2.2.9 பகுதியில் குறிப்பிட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில்

- (எ-டு) 1-ல் முதல் உறுப்பு அடுக்கு 2  
இரண்டாம் உறுப்பு அடுக்கு 1  
மூன்றாம் உறுப்பு அடுக்கு 0
- (எ-டு) 2-ல் முதல் உறுப்பு அடுக்கு 3  
இரண்டாம் உறுப்பு அடுக்கு -1
- (எ-டு) 3-ல் முதல் உறுப்பு அடுக்கு 3  
இரண்டாம் உறுப்பு அடுக்கு 2  
மூன்றாம் உறுப்பு அடுக்கு 2
- (எ-டு) 4-ல் முதல் உறுப்பு அடுக்கு 2  
இரண்டாம் உறுப்பு அடுக்கு 0

மூன்றாம் உறுப்பு அடுக்கு 0

நான்காம் உறுப்பு அடுக்கு 2

(எ-டு) 5-ல் அனைத்து உறுப்புகளின் அடுக்கு 2

(எ-டு) 6-ல் முதல் மற்றும் நான்காம் உறுப்புகளின் அடுக்கு 2

இரண்டு மற்றும் மூன்றாம் உறுப்புகளின் அடுக்கு 0

(எ-டு) 7-ல் இரண்டு உறுப்புகளின் அடுக்கு 2

(எ-டு) 8-ல் அனைத்து உறுப்புகளின் அடுக்கு 0

இவ்வாறு உறுப்புகளின் அடுக்கு பற்றிய தெளிவையும் இயற்கணித கோவை பற்றிய தெளிவையும் எடுத்துக்காட்டுகள்மூலம் விளக்கிக் கூறலாம். இப்போது பல்லுறுப்பு கோவையினை வரையறுக்க இயலும் அல்லவா.

### பல்லுறுப்பு கோவை

ஒரு இயற்கணிதக் கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளின் அடுக்குகளும் குறையற்ற முழு எண்களாக இருப்பின் அக்கோவை பல்லுறுப்புக் கோவை எனப்படும்.

உதாரணங்கள் 1 முதல் 8 வரையிலான இயற்கணித கோவைகளை ஆராயும் போது 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 அனைத்துமே பல்லுறுப்பு கோவைகளாகும்.

குறிப்பாக ஒரே ஒரு உறுப்பு உள்ள பல்லுறுப்பு கோவையினை ஒருறுப்புக் கோவை (Monomial) என்றும் இரு உறுப்புகள் இருப்பின் அதனை ஈருறுப்பு கோவை (Binomial) என்றும் 3 உறுப்புகள் இருப்பின் அதனை மூவுறுப்பு கோவை (Trinomial) என்றும் சிறப்பு பெயர் கொடுத்து அழைக்கலாம்.

நாம் பார்த்த பல்லுறுப்புக் கோவைகளான (3), (4), (7) ஆகியவை இரு மாறிகளாலான (x, y) கோவைகளாகும். (5) மற்றும் (6) மூன்று மாறிகளாலான (x, y, z) கோவைகளாகும். ஆனால் (1) ஆனது ஒரே ஒரு மாறியால் (x) ஆன பல்லுறுப்பு கோவையாகும்.

ஒரே ஒரு மாறியாலான பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு மிகச் சிறப்பு உண்டு. உதாரணமாக

$5x^3 - 3x^2 + 2x - 8$  என்ற  $x$  -ஆல் ஆன ஒரு பல்லுறுப்பு கோவையினை எடுத்துக் கொள்வோம். இம்மாதிரியான பல்லுறுப்பு கோவைகளுக்கு 'படி' (degree) என்ற புதிய கருத்தினை இணைத்துப் பார்க்கலாம்.

### 2.2.10 ஒரே ஒரு மாறியாலான பல்லுறுப்புக்கோவையின் படி

கோவையில் உள்ள உறுப்புகளில் எந்த உறுப்பின் அடுக்கு மிகப் பெரியதாக உள்ளதோ அந்த எண்ணை அப் பல்லுறுப்புக் கோவையின் படி எனலாம்.

(எ-டு)  $6x^3 - 3x^2 + 7x - 8$  என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையில்

$6x^3$  என்ற உறுப்பின் அடுக்கு 3

$-3x^2$  என்ற உறுப்பின் அடுக்கு 2

$7x$  என்ற உறுப்பின் அடுக்கு 1

மற்றும் மாறிலி  $-8$  என்ற உறுப்பின் அடுக்கு 0.

மேற்கண்டவைகளில், மிகப்பெரிய அடுக்கு 3 ஆகும்.

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவையின் படி 3 ஆகும்.

### 2.2.11 ஒரே மாறி கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவையின் திட்டவடிவம்

ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையின் உறுப்புகள், அவற்றின் அடுக்குகளுக்கு ஏற்றவாறு இறங்குவரிசையில் (அல்லது) ஏறுவரிசை அமைந்திருந்தால், அது பல்லுறுப்புக்கோவையின் திட்டவடிவம் ஆகும்.

(எ-டு)  $7x^5 - 6x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 4x + 6$

### சிந்திக்க

$6x^2 + 3x + 5x + 7$  என்ற கோவை திட்டவடிவத்தில் அமைந்துள்ளதா? இல்லையெனில், திட்டவடிவம் என்ன?

### 2.2.12 பல்லுறுப்புக்கோவையின் கூட்டல்

ஒருவர் 5 புத்தகங்களையும், 2 பேனாக்களையும் வாங்கினார் எனக்கொள்வோம். தான் வாங்கிய பொருட்களைக்கூறும் போது வாங்கியது மொத்தம் 7 புத்தகங்கள் என்றோ (அல்லது) 7 பேனாக்கள் என்றோ கூறுவதில்லை. அதற்குப்பதிலாக 5 புத்தகங்கள் மற்றும் 2 பேனாக்கள் வாங்கினேன் என்று தான் கூறுவார். புத்தகத்திற்கு  $p$  என்றும், பேனாக்களுக்கு  $q$  என்றும் கருதிக்கொண்டால் 5 புத்தகம் + 2 பேனா =  $5p + 2q$  என்று அமைகிறதல்லவா!

அதே நபர் மீண்டும் 4 புத்தகங்கள் வாங்கினார் எனில், அவரிடம் 9 புத்தகங்கள், 2 பேனாக்கள் இருக்குமல்லவா? இதை  $9p + 2q$  என குறிக்கலாம் அல்லவா!

எனவே இரு பல்லுறுப்பு கோவைகளை கூட்ட இயலும்.

(எ-டு)  $4x^2 - 5x + 2$ ,  $2x^2 + 4x + 5$  ஐக் கூட்டுக.

### நிரல்முறை

$4x^2 - 5x + 2$  (எண்களை இடமதிப்பு அடிப்படையில் எழுதி கூட்டுவது

+  $2x^2 + 4x + 5$  போன்று ஒரின் உறுப்புகளின் அடிப்படையில் கூட்டவேண்டும்.)

---

 $6x^2 - x + 7$ 

---

## நிரைமுறை

$$\begin{aligned}(4x^2 - 5x + 2) + (2x^2 + 4x + 5) \\ &= 4x^2 - 5x + 2 + 2x^2 + 4x + 5 \\ &= (4x^2 + 2x^2) + (-5x + 4x) + (2 + 5) \\ &= 6x^2 - x + 7\end{aligned}$$

0-ஐ ஒரு பல்லுறுப்பு கோவையாக கருதலாமா ? ஆம் எனில் எவ்வாறு ?

## பல்லுறுப்புக்கோவையின் கூட்டல் எதிர்மறை (Negative of a polynomial)

இரண்டு பல்லுறுப்புக்கோவையின் கூட்டுப்பலன் ஒரு பூச்சிய பல்லுறுப்புக் கோவையானால், அக்கோவைகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று கூட்டலின் எதிர்மறையாகும்.

(எ-டு)

$$2m^3 - 5m^2 + 2m \text{ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் கூட்டலில் எதிர்மறை } -2m^3 + 5m^2 - 2m$$

## தெரிந்துகொள்க

எந்த ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையையும், அதில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் குறியையும் மாற்றினால் அதன் எதிர் மறை கிடைக்கும் அல்லவா ?

### 2.2.13 பல்லுறுப்புக்கோவையின் கழித்தல்

ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையிலிருந்து மற்றொரு பல்லுறுப்புக்கோவையினை கழிக்க, கழிக்க வேண்டிய கோவையின் எதிர் பல்லுறுப்புக்கோவையினை முதல் கோவையுடன் கூட்ட வேண்டும்.

(எடுத்துக்காட்டு)

$$7m^2 + 2m + 4 \text{ லிருந்து } 4m^2 + 6 \text{ ஐக் கழிக்கவும்.}$$

கழிக்கவேண்டிய கோவையின்  $(4m^2 + 6)$  கூட்டலின் எதிர்கோவை  $-4m^2 - 6$

இதனை முதல் கோவையுடன் கூட்ட,

$$\begin{array}{r} 7m^2 + 2m + 4 \\ + \quad -4m^2 \quad -6 \\ \hline 3m^2 + 2m - 2 \end{array}$$

(அல்லது) ஒத்த உறுப்புகளின் குணகங்களை கழிக்க வேண்டும்.

$$\text{அதாவது } (7 - 4)m^2 + (2 - 0)m + (4 - 6) = 3m^2 + 2m - 2$$

## 2.2.14 பல்லுறுப்புக்கோவையின் பெருக்கல்

நிலை (1)

ஓர் பல்லுறுப்புக்கோவையை ஓர் மாறிலியால் பெருக்குவதற்கு பல்லுறுப்புக்கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் கொடுக்கப்பட்ட மாறிலியால் பெருக்க வேண்டும்.

(எ-டு)  $x + 3$  ஐ 5-ஆல் பெருக்க

$$5(x + 3) = 5(x) + 5(3) = 5x + 15$$

நிலை (2)

ஓர் உறுப்பை மாறிலியால் பெருக்கும்போது கெழுவை முதலில் எழுதவேண்டும்.

(எ-டு)

$p^2$  ஐ 7-ஆல் பெருக்க

$$p^2 \times 7 = 7p^2$$

நிலை (3)

1ஐத் தவிர்த்த கெழுவுடன் கூடிய உறுப்புகளை பெருக்கும்போது கெழுக்களைத் தனியாகவும் அத்துடன் அதனைச் சார்ந்தவற்றை பெருக்கி எழுதவேண்டும்.

(எ-டு)

$4m^2$  ஐ  $-3m$  ஆல் பெருக்க

$$4m^2 \times (-3m) = (4) (-3) (m^2) (m) = -12m^3$$

(எ-டு)

$(9x - 6)$ -ஐ  $-7x$  ஆல் பெருக்குக.

$$\begin{aligned} (9x - 6) \times (-7x) &= (-7x) \times (9x - 6) = (-7x) (9x) + (-7x) (-6) \\ &= (-7) (9) (x)(x) + (-7) (-6) (x) = -63x^2 + 42x \end{aligned}$$

எ-டு.

சுருக்குக :  $(2m + 6) \times (8m - 9)$

$$\begin{array}{r} 2m + 6 \\ \times (8m - 9) \\ \hline -18m - 54 \\ 16m^2 + 48m \\ \hline 16m^2 + 30m - 54 \end{array}$$

$(2m + 6)$ -ஐ  $(-9)$  ஆல் பெருக்க.

$(2m + 6)$ -ஐ  $(8m)$  ஆல் பெருக்க.

உறுப்புக்களை நிரல்படுத்துக.

(தற்போது ஓரின உறுப்புகளை கூட்டுக)

## சிந்திக்க

$(5x + 2y + 7) \times 4$ -ம்  $20x + 8y + 7$ -ம் சமமா! இல்லையெனில் காரணத்தை அறிந்திடுக.

### 2.2.15 பல்லுறுப்புக்கோவையின் வகுத்தல்

ஒருறுப்புக்கோவையை ஒருறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல்

முதலில் கெழுக்களை வகுத்து பின் மாறியின் தொகுப்பினை வகுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு (1)  $\frac{a^5}{a^3} = a^{5-3} = a^2$

$$(2) \frac{-28x^5}{7x^2} = \left(\frac{-28}{7}\right)\left(\frac{x^5}{x^2}\right) = -4x^3$$

ஈருறுப்புக்கோவையை ஒருறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல்

ஈருறுப்புக்கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஒருறுப்புக்கோவையால் வகுக்கவேண்டும்.

### எடுத்துக்காட்டு

$$(-15m^4 + 10m^7) \div (-5m^4)$$

$$\frac{(-15m^4 + 10m^7)}{-5m^4}$$

$$\frac{(-15m^4 + 10m^7)}{-5m^4} = \frac{-15m^4}{-5m^4} + \frac{10m^7}{-5m^4}$$

$$= \left(\frac{-15}{-5}\right)m^{4-4} + \left(\frac{10}{-5}\right)m^{7-4}$$

$$= 3m^0 - 2m^3$$

$$= 3 - 2m^3$$

### குறிப்பு

ஒரு மாறி பூச்சியமற்ற மதிப்பினை கொண்டிருக்குமாயின், அதன் அடுக்கு 0 ஆக இருக்கும்போது மதிப்பு 1 ஆகும்.

$$m^0 = 1, (m \neq 0)$$

### சமன்பாடு (Equation)

ஒரு கோவையினை இன்னொரு கோவையுடன் சமப்படுத்த கிடைப்பது சமன்பாடு ஆகும். இங்கு சமப்படுத்தும் கோவை பூச்சியமாக கூட இருக்கலாம்.

## இயற்கணித சமன்பாடு (Algebraic equation)

ஒரு இயற்கணித கோவையை இன்னொரு இயற்கணித கோவையுடன் சமப்படுத்த கிடைப்பது இயற்கணித சமன்பாடு ஆகும்.

## பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாடு (Polynomial equation)

ஒரு பல்லுறுப்பு கோவையினை இன்னொரு பல்லுறுப்பு கோவையுடன் சமப்படுத்த கிடைப்பது பல்லுறுப்பு கோவை சமன்பாடு ஆகும்.

## ஒரு படி சமன்பாடு (அல்லது) நேரியல் சமன்பாடு (Linear equation)

ஒரு பல்லுறுப்பு கோவை சமன்பாட்டில் வரக்கூடிய அனைத்து மாறிகளின் அடுக்குகள் 1 ஆக இருப்பின் அது ஒரு படி சமன்பாடு ஆகும்.

$$x + 3 = 8$$

$$2x - 7 = 0$$

$$2 - 8x = 0 \quad \text{போன்றவை ஒரே ஒரு மாறியால் ஆன ஒரு படி சமன்பாடுகள் ஆகும்.}$$

$$2x + 5y = 0$$

$$x + y = 3$$

$$2x - y = 4 \quad \text{ஆகியவை இரு மாறிகளால் ஆன ஒருபடி சமன்பாடுகள் ஆகும்.}$$

மேற்கூறிய அனைத்தும் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்று எடுத்துக் கொண்ட உதாரணங்கள் ஆகும்.

இருமாறிகள் கொண்ட இரண்டு ஒருபடி சமன்பாடுகளை ஒரே நேரத்தில் எடுத்துக் கொண்டால் அதனை இருமாறிகளாலான ஒருபடி சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு எனலாம்.

(எ-டு)

$$x + y = 3 ; \quad x - y = 1$$

மேற்கூறிய இரு சமன்பாடுகளும் தனித்தனியாக செயல்படுத்தாமல் ஒருங்கே செயல்படுத்த வேண்டும்.

## சிந்திக்க

$x + \frac{1}{x}$  என்ற இயற்கணித கோவையை (பல்லுறுப்பு கோவையல்ல) 3 என்ற மாறிலிக்கு சமப்படுத்தும் போது ஒரு பல்லுறுப்பு கோவை சமன்பாடு கிடைக்குமா ?

## 2.3.2 சமன்பாட்டின் தீர்வு

ஒரு சமன்பாட்டில், அந்த சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் எழுத்துருக்களின் (மாறிகளின்) மதிப்புகள் அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு எனப்படும். அந்த எண்ணை அந்த சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிக்கு பிரதியீடு செய்தால் அச்சமன்பாடு நிறைவு பெறும்.

(எ-டு)  $x + 6 = 15$  என்ற சமன்பாட்டைக் கருதுக.

இச்சமன்பாட்டில்  $x = 9$  என பிரதியிட்டால் சமன்பாட்டின் வலது பக்கத்திற்கு சமமாக அமைகிறது.

எனவே,  $x = 9$  என்பது இச்சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும்.

9-ஐ தவிர்த்த பிற தீர்வுகள் இருக்க இயலுமா ? சிந்திக்க !

**ஒரு சமன்பாட்டை பட்டறி முறையில் தீர்த்தல்**

$x + 6 = 15$  என்ற சமன்பாட்டை பட்டறி முறையில் பின்வருமாறு தீர்வு காணலாம்.

இதில் இடப்பக்கம் ( $x + 6$ ), வலப்பக்கம் (15)

$x$ -க்கு பூச்சியத்தில் ஆரம்பித்து படிப்படியாக எண்களை பிரதியீடு செய்து, இடப்பக்கமும் வலப்பக்கமும் சமமாகும் வரை செய்திடுக.

இ.ப	வ.ப
$x = 0$ எனில் $0 + 6 = 6$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 1$ எனில் $1 + 6 = 7$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 2$ எனில் $2 + 6 = 8$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 3$ எனில் $3 + 6 = 9$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 4$ எனில் $4 + 6 = 10$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 5$ எனில் $5 + 6 = 11$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 6$ எனில் $6 + 6 = 12$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 7$ எனில் $7 + 6 = 13$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 8$ எனில் $8 + 6 = 14$	15 இ.ப $\neq$ வ.ப
$x = 9$ எனில் $9 + 6 = 15$	15 இ.ப = வ.ப

$x = 9$  என்பது  $x + 6 = 15$  இன் தீர்வு ஆகும்.

**இடமாற்றம் முறையில் சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல்**

ஒரு தராசின் இரண்டு தட்டுகளிலும் சமமான எடையை வைத்தால் இரண்டு தட்டுகளும் சமநிலையில் இருப்பதைக்காணலாம். இரண்டு தட்டுகளில் உள்ள எடையுடன் சமமான எடையை சேர்த்தாலும் (+) அல்லது நீக்கினாலும் (-) அல்லது சமநிலையில் பெருக்கினாலும் (X) அல்லது சமஅளவில் வகுத்தாலும் ( $\div$ ) தட்டுக்கள் சமநிலையில் இருக்கும் என்பது தெளிவு.

இதே முறையில், ஒரு சமன்பாட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறியுடன் அமைந்துள்ள எண்ணின் கூட்டல் எதிர்மறை எண்ணை இரு புறமும் கூட்டினாலும் சமன்பாட்டின் இடப்பக்க, வலப்பக்க மதிப்புகள் சமமாக இருக்கும்.

**எடுத்துக்காட்டு (1) தீர்க்க :  $m + 7 = 15$**

மாறியுடன் அமைந்துள்ள எண் 7

7-இன் கூட்டல் எதிர்மறை -7ஐ இருபுறமும் கூட்டுக.



$$m + 7 + (-7) = 15 + (-7)$$

$$m + 7 - 7 = 15 - 7$$

$$m + 0 = 8$$

$$m = 8$$

$m = 8$  என்பது சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும்.

**எடுத்துக்காட்டு (2) தீர்க்க :**  $n - 5 = 12$

மாறியுடன் அமைந்துள்ள எண்  $-5$

$-5$ இன் கூட்டல் எதிர்மறை  $+5$  இருபுறமும் கூட்ட.

$$n - 5 + 5 = 12 + 5$$

$$n + 0 = 17$$

$n = 17$   $\therefore n = 17$  என்பது சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும்.

**சிந்திக்க**

ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும், மாறியின் கெழுவால் வகுத்தால், சமன்பாட்டின் இடப்பக்க மதிப்பும், வலப்பக்க மதிப்பும் சமமாக இருக்கும்.

**எடுத்துக்காட்டு (3) தீர்க்க :**  $8x = 56$

இச்சமன்பாட்டில், மாறி  $x$ -ன் கெழு 8. எனவே, இருபுறமும் 8 ஆல் வகுக்க.

$$\frac{8x}{8} = \frac{56}{8}$$

$x = 7$   $\therefore x = 7$  என்பது சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும்.

**குறிப்பு**

8 புத்தகங்களின் விலை ரூ.56 எனில் ஒரு புத்தகத்தின் விலை என்ன ?

**சிந்திக்க**

ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் மாறியின் கெழுவின் தலைகீழியினால் பெருக்கினாலும் சமன்பாட்டின் இருபக்க மதிப்பும் மாறாது சமமாக இருக்கும்.

**எடுத்துக்காட்டு (4)**  $\frac{a}{6} = 7$

இச்சமன்பாட்டில் மாறி 'a' யின் கெழு  $\frac{1}{6}$ . இதன் தலைகீழி 6.

எனவே, இருபுறமும் 6 ஆல் பெருக்க,

$$\frac{a}{6} \times 6 = 7 \times 6, \quad a \times \frac{1}{6} \times 6 = 7 \times 6 \quad \therefore a = 42$$

## குறிப்பு

ஒரு பூச்சியமல்லாத எண்ணை அதன் தலைகீழியால் பெருக்க கிடைக்கும் எண் 1 ஆகும்.

**எடுத்துக்காட்டு (5) தீர்க்க :**  $5x + 9 = 54$

இச்சமன்பாட்டின் தீர்வு காண முதலில் இடப்பக்கமுள்ள மாறிலியை (9)ஐ முதலில் நீக்கவேண்டும். பின்பு  $x$ -இன் கெழுவான 5ஐ நீக்கவேண்டும்.

$$5x + 9 = 54$$

இங்கு 9இன் கூட்டல் எதிர்மறை -9.

எனவே, -9ஐ இருபுறமும் கூட்ட,

$$5x + 9 - 9 = 54 - 9$$

$$5x + 0 = 45$$

$$5x = 45$$

இங்கு  $x$ -ன் கெழு 5-ஆல் இருபுறமும் வகுக்க.

$$x = \frac{45}{5} \Rightarrow x = 9 \quad \therefore x = 9 \text{ என்பது கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் தீர்வாகும்.}$$

### 2.3.3 இட/வல மாற்ற முறையின் விதிகள்

விதி (1) ஒரு மிகை மாறிலியை இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கமாகவோ அல்லது வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கமாகவோ எடுத்துச் சென்றால் குறை மாறிலியாக மாறும்.

விதி (2) ஒரு குறை மாறிலியை இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கமாகவோ அல்லது வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கமாகவோ எடுத்துச் சென்றால் மிகை மாறிலியாக மாறும்.

விதி (3) ஒரு மாறியின் கெழு இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கமாகவோ அல்லது வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கமாகவோ எடுத்துச் சென்றால் அதன் பெருக்கல் தலைகீழியாக மாறும்.

## குறிப்பு

விதி 3-னை பயன்படுத்த வேண்டுமாயின் மாறி உள்ள பக்கம் மாறிலி இருத்தல் கூடாது.

**எடுத்துக்காட்டு (6) தீர்க்க :**  $3x - 15 = 0$

$$3x - 15 = 0$$

$3x = 0 + 15$  (விதி(2)ன் படி இடப்பக்கமுள்ள  $-15$  வலப்பக்கம் மாறும் போது  $15$  ஆகிறது.)

$$3x = 15$$

$x = 15 \times \frac{1}{3}$  (விதி(3)ன் படி  $x$ -ன் கெழு  $3$  இடப்பக்கமிருந்து வலப்பக்கம் செல்லும் போது  $\frac{1}{3}$  ஆகிறது.)

$$x = 5$$

$x = 5$  என்பது தீர்வாகும்.

**எடுத்துக்காட்டு (7) தீர்க்க :**  $5y + 24 = 14$

$$5y + 24 = 14$$

$$5y = 14 - 24 \quad [\text{விதி(1)}]$$

$$5y = -10$$

$$y = -10 \times \frac{1}{5} \quad [\text{விதி(3)}]$$

$$y = -2$$

$\therefore y = -2$  என்பது சமன்பாட்டின் தீர்வாகும்.

**எடுத்துக்காட்டு (8)**

ஓர் எண்ணின்  $7$  மடங்கில் இருந்து  $5$ ஐக் கழித்தால்  $30$  கிடைக்கும்.

அந்த எண்ணைக் காண்க.

தேவையான எண்ணை  $x$  எனக்கருதுக.

$$\text{அதன் } 7 \text{ மடங்கு} = 7 \times x = 7x$$

$7x$  லிருந்து  $5$ ஐ கழித்தால்  $30$  கிடைக்கும்.

$$\text{எளிய சமன்பாடு : } 7x - 5 = 30$$

இதனை தீர்க்க ,

$$7x = 30 + 5 \quad [\text{விதி(2)}]$$

$$7x = 35$$

$$x = 35 \times \frac{1}{7} \quad [\text{விதி(3)}]$$

$x = 5$  தேவையான எண்  $5$  ஆகும்.

### 2.3.4 இரு மாறிகளில் ஒருபடிச்சமன்பாடு

இரு மாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச்சமன்பாடுகளை அமைத்தல் :

#### எடுத்துக்காட்டு (9)

சமன்பாடாக மாற்றுக :

இரண்டு மேசை மற்றும் 3 நாற்காலிகளின் மொத்தவிலை ரூ.2000.

இக்கணக்கில் மேசையின் விலை (ரூபாயில்)  $x$  எனவும், நாற்காலியின் விலை (ரூபாயில்)  $y$  எனவும் கருதிக்கொள்க.

$$\text{எனவே, } 2x + 3y = 2000$$

### 2.3.5 இரு மாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச்சமன்பாடுகளின் தீர்வு காணல்

இச்சமன்பாடுகளை இரண்டு முறைகளில் தீர்வு காணலாம்.

1. நீக்கல் முறை (Elimination Method)
2. பிரதியீட்டு முறை (Substitution Method)

#### எடுத்துக்காட்டு (10) தீர்க்க $p + q = 10$

$$p - q = 2$$

நீக்கல் முறையில் தீர்த்தல்

$$p + q = 10 \quad \dots (1)$$

$$p - q = 2 \quad \dots (2) \text{ எனக்கொள்க.}$$

இரண்டு சமன்பாடுகளிலும்  $q$ -ன் கெழுக்கள் ஒன்று மற்றதன் கூட்டல் எதிர்மறை எண்ணாக உள்ளது. எனவே, இரண்டு சமன்பாடுகளையும் கூட்டும்போது  $q$  என்ற மாறி நீங்கி விடும்.

$$\begin{array}{r} (1) + (2) \Rightarrow \quad p + q = 10 \\ + \quad p - q = 2 \\ \hline 2p - 0 = 12 \\ 2p = 12 \\ p = 6 \text{ [விதி (3)]} \\ p = 6 \end{array}$$

$p = 6$  என சமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட,

$$p + q = 10$$

$$6 + q = 10$$

$$q = 10 - 6 \text{ [விதி (1)]} \quad \therefore q = 4$$

எனவே  $p = 6$  மற்றும்  $q = 4$

**விடைசரிபார்த்தல் :**

$p = 6, q = 4$  என சமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட

$$p + q = 10$$

$$6 + 4 = 10$$

$$10 = 10$$

சமன்பாடு (2)ல் பிரதியிட

$$p - q = 2$$

$$6 - 4 = 2$$

$$2 = 2$$

எனவே, சமன்பாட்டின் தீர்வு சரியானதாகும்.

பிரதியீட்டு முறை

$$p + q = 10 \quad \dots (1)$$

$$p - q = 2 \quad \dots (2) \text{ எனக்கொள்க}$$

சமன்பாடு (2)ஐ எடுத்துக் கொள்வோம்.

$-q$ ன் கூட்டல் எதிர்மறை  $q$ -ஐ இருபுறமும் கூட்ட,

$$p - q + (+q) = 2 + (+q)$$

$$p + 0 = 2 + q$$

$$p = 2 + q \quad \dots (3)$$

$p = 2 + q$  என (1)ல் பிரதியிட,

$$2 + q + q = 10$$

$$2 + 2q = 10$$

$$2q = 10 - 2 \text{ [விதி (1)]}$$

$$2q = 8$$

$$q = 8 \times \frac{1}{2} \text{ [விதி (3)]}$$

$$q = 4$$

$q = 4$  என சமன்பாடு (3)ல் பிரதியீட்டு செய்ய,

$$p = 2 + q$$

$$p = 2 + 4$$

$$p = 6$$

எனவே, தீர்வு  $p = 6$  &  $q = 4$  ஆகும்.

## எடுத்துக்காட்டு (11)

$$\text{தீர்க்க : } 3x + 2y = 7$$

$$3x + y = 5$$

$$3x + 2y = 7 \quad \dots (1)$$

$$3x + y = 5 \quad \dots (2) \text{ எனக் கருதுக.}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 3x + 2y = 7$$

$$-3x - y = -5$$

$$\hline 0 + y = 2$$

$$y = 2$$

$y = 2$  என சமன்பாடு (1) (2)ல் பிரதியிட

$$3x + 2 = 5$$

$$3x = 5 - 2$$

$$3x = 3$$

$$x = 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$x = 1$  எனவே, தீர்வு  $x = 1$  &  $y = 2$  ஆகும்.

## சரிபார்த்தல்

$x = 1, y = 2$  என சமன்பாடு (2)ல் பிரதியிட,

$$3x + y = 5$$

$$3x + 2y = 7$$

$$3 + 2 = 5$$

$$3 + 4 = 7$$

$$5 = 5$$

$$7 = 7$$

$$\text{இ.ப} = \text{வ.ப}$$

எனவே, கிடைத்த தீர்வு சரியானதாகும்.

## எடுத்துக்காட்டு (12)

தாய், மகன் இருவரின் வயதுகளின் கூடுதல் 46. பத்து ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் தாயின் வயது மகனின் வயதைப்போல இரண்டு மடங்கு இருக்கும். அவர்களின் தற்போதைய வயதினை காண்க.

தற்போது தாய் மற்றும் மகனின் வயதினை முறையே  $x$  மற்றும்  $y$  என்க.

அவர்களின் வயதின் கூடுதல் 46.

$$\text{அதாவது, } x + y = 46 \quad \dots (1)$$

பத்து ஆண்டுகளுக்கு பின்னர்,

$$\text{தாயின் வயது} \quad x + 10$$

$$\text{மகனின் வயது} \quad y + 10$$

பத்து ஆண்டுகளுக்கு பின்னர், தாயின் வயது மகனின் வயதைப்போல இரண்டு மடங்கு ஆகும்.

$$x + 10 = 2(y + 10)$$

$$x + 10 = 2y + 20 \Rightarrow x = 2y + 20 - 10$$

$$x = 2y + 10 \quad \dots (2)$$

$x = 2y + 10$  எனசமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட,

$$2y + 10 + y = 46$$

$$3y + 10 = 46$$

$$3y = 46 - 10 \Rightarrow 3y = 36$$

$$y = 36 \times \frac{1}{3} \Rightarrow y = 12$$

$y = 12$  என சமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட,

$$x + 12 = 46$$

$$x = 46 - 12 \Rightarrow x = 34$$

$$\text{தாயின் தற்போதைய வயது} = 34$$

$$\text{மற்றும் மகனின் தற்போதைய வயது} = 12$$

### எடுத்துக்காட்டு (13)

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 10. அந்த எண்ணில் இருந்து 18ஐக் கழித்தால் இலக்கங்கள் இடம் மாறிய எண் கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க.

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் பத்தாம் இலக்கம்  $x$  எனவும், ஒன்றாம் இலக்கம்  $y$  எனவும் கொள்க.

$$\therefore \text{ஈரிலக்க எண்} \quad 10x + y$$

$$\therefore \text{ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல்} \quad 10 \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{எனவே, } x + y = 10 \quad \dots (1)$$

$$\text{எடுத்துக்கொண்ட ஈரிலக்க எண்} = 10x + y$$

$$\text{இலக்கங்கள் இடம் மாறினால், கிடைக்கக் கூடிய புதிய எண்} \quad 10y + x$$

(இலக்கங்கள் இடம் மாறினால் பத்தின் இட இலக்கம்  $y$  எனவும், ஒன்றின் இட இலக்கம்  $x$  எனவும் அமையும்.)

கணக்கின்படி,

$$(10x + y) - 18 = 10y + x$$

$$10x + y - 18 = 10y + x$$

$$10x - x + y - 10y = 18$$

$$9x - 9y = 18$$

$$x - y = 2$$

... (2)

சமன்பாடுகள் (1) & (2) ஐத் தீர்க்க.

$$(1) + (2) \Rightarrow x + y = 10$$

$$+ \quad x - y = 2$$

$$\hline 2x - 0 = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$x = 6$  என சமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட,

$$x + y = 10$$

$$6 + y = 10$$

$$y = 10 - 6$$

$$y = 4$$

$\therefore$  எண்ணின் பத்தின் இடஇலக்கம் 6 மற்றும் ஒன்றின் இட இலக்கம் 4.

$$\text{ஈரிலக்க எண்} = 10x + y$$

$$= 10(6) + 4$$

$$= 60 + 4$$

$$= 64$$

$$\therefore \text{விடை} = 64.$$

**கற்றல் செயல்**

6,7 மற்றும் 8 ஆம் வகுப்பு 'இயற்கணிதம்' என்ற பாட அலகில் உள்ள பயிற்சிக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்க.



## கற்றவை

- \* கணிதக்கூற்றுகள்
- \* இடந்தாங்கிகள்
- \* இடந்தாங்கிகள் உள்ளடக்கிய கூற்றுகள்
- \* எழுத்துக்கள்
- \* மாறிலிகளும், மாறிகளும்
- \* மாறியின் அடுக்கு
- \* கெழுக்கள் (குணகங்கள்)
- \* உறுப்புகள்
- \* ஓரின உறுப்புகள்
- \* வேற்றின உறுப்புகள்
- \* உறுப்புகள்-கூட்டலும், கழித்தலும்
- \* பல்லுறுப்புக்கோவை
- \* பல்லுறுப்புக்கோவையின் படி
- \* பல்லுறுப்புக்கோவையின் திட்டவடிவம்
- \* பல்லுறுப்புக்கோவையின் கூட்டல்
- \* பல்லுறுப்புக்கோவையின் கழித்தல்
- \* பல்லுறுப்புக்கோவையின் பெருக்கல்
- \* பல்லுறுப்புக்கோவையின் வகுத்தல்
- \* ஒரு மாறியில் ஒருபடிச்சமன்பாடு
- \* சமன்பாட்டின் தீர்வு
- \* இட/ வல மாற்ற முறையின் விதிகள்
- \* இரு மாறிகளில் ஒருபடிச்சமன்பாடு
- \* இரண்டு மாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச்சமன்பாடுகளின் தீர்வு காணல்

## அலகு-3

# புள்ளியியல்

### (Statistics)

## அறிமுகம்

இலத்தீன் மொழியில் (Status) இத்தாலிய மொழியில் (Statista) ஜெர்மன் மொழியில் Statistik என்ற சொற்களில் இருந்து Statistics என்ற வார்த்தை பிறந்திருக்கலாம். இச்சொற்களின் பொருள் “அரசியல் நிலைமை” (Political State) என்பதை குறிக்கிறது. ஒரு மாகாணத்தின் உண்மை நிலை பற்றியும் மக்களை பற்றியும், அரசியல் காரணங்களுக்காகவும் சேகரிக்கப்படும் விவரங்களின் தொகுப்பே புள்ளியியல் எனப்பட்டது. இதனை அரசியல் நிர்வாகத்திற்கு தேவைப்பட்ட விவரங்களின் தொகுப்பு எனலாம். அந்த வகையில் புள்ளியியல் ‘அரசர்களுக்கான அறிவியல்’ (Science of Kings) ஆனது. Sir Ronald Ficher (1890-1962) அவர்களின் முயற்சியால் புள்ளியியலுக்கு சிறப்பான இடம் கிடைத்தது.

Statistics என்ற சொல்லை ஒருமையில் (Singular) பயன்படுத்தும் போது விவரங்களை சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல், அவைகளிலிருந்து முடிவுகளை பெறுவது ஆகியவற்றைக் கொண்ட அறிவியல் எனலாம். பன்மையில் பயன்படுத்தும்போது எந்த ஓர் ஆராய்ச்சித் துறையிலும் ஒரு குறிப்பிட்ட குறிக்கோளைக் கருத்தில் கொண்டு சேகரிக்கப்படும் எண் விவரங்களை குறிக்கிறது.

அரசுக்குத் தேவையான விவரங்களை சேகரிக்கும் போது விளையாட்டு, மக்கள் தொகை, அசையும் சொத்து, அசையா சொத்து, செலவினங்கள் பொருளாதாரம் போன்ற புள்ளியியல் முறைகள் (statistics) பற்றிய அடிப்படை கருத்துகள் தேவைப்படுகின்றது.

எடுத்துக்காட்டு

கிரிக்கெட் விளையாட்டில் இரு அணிகளும் எடுத்துள்ள ஓட்டங்களை அவ்வப்போது வரைப்பட விளக்கம் மூலம் தொலைக்காட்சியில் பார்த்திருப்பீர்கள். எந்த நிலையில் எந்த அணி அதிக ஓட்டத்துடன் இருந்தது, எப்போது குறைந்த ஓட்ட நிலைக்குச் சென்றது என்பதை அந்த விளக்கப்படம் தெளிவாக உணர்த்தும், எனவே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை அப்படியே கொடுக்காமல், புள்ளியியல் முறைகள் மூலம் அவற்றை வகைப்படுத்தி அட்டவணைகளாகவோ, வரைப்படங்களாகவோ கொடுப்பதன் மூலம் அனைவருக்கும் புரியும்படி எளிதில் எடுத்துக் கூறலாம்.

புள்ளியியல் விவரங்களைச் கையாளுவதும் அவற்றிலிருந்து தேவையான விவரங்களை தேர்ந்தெடுப்பதும், தேவையினைப் பொறுத்தும், கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைப் பொறுத்தும் அமையும். இவற்றிற்கான சில எடுத்துக்காட்டுக்களைக் காண்போம்.

X என்ற மாணவனும் Y என்ற மாணவனும் ஆறுபாடங்களில் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண் 63 என வைத்துக்கொள்வோம். இதன் மூலம் இருவரும் அனைத்துப் பாடங்களிலும் நிலைத்த, சீரான அடைவுகள் பெற்றள்ளனர் என கூறு இயலுமா ? மாணவர்கள் X,Y பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு,

பாடம்	மாணவன் (X)	மாணவன் (Y)
தமிழ்	75	61
ஆங்கிலம்	72	62
கணக்கு	90	65
இயற்பியல்	45	64
வேதியியல்	74	63
உயிரியல்	22	63
மொத்தம்	378	378
சராசரி	63	63

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் இருவரின் சராசரியும், சமமாக உள்ளது. ஆனால் மாணவன் Y -ன் கற்றல் தன்மை எல்லாப்பாடங்களிலும் நிலைத்தல் தன்மை (Consistency) கொண்டதாக இருப்பதைக் காணலாம். அதே நேரத்தில் X க்கு நிலைத்தல் தன்மை குறிப்பிடும்படி இல்லை என்பதையும், ஒருபாடத்தில் X என்பவன் தேர்ச்சியின்மை உள்ளதையும் காணலாம். இந்த எடுத்துக்காட்டிலிருந்து சராசரி என்ற அளவீடு ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுக்கு மட்டுமே பயன்படும் என்பது புலனாகிறது.

### எடுத்துக்காட்டு

நீச்சல் தெரியாத 5 அடி உயரமுள்ள ஒரு மனிதன், சராசரியாக 3 அடி ஆழமுள்ள ஆற்றை கடக்க துணியலாமா !

இவற்றிலிருந்து 'சராசரி' என்ற கருத்தை எல்லா சூழல்களிலும் பயன்படுத்துவது ஆபத்தை விளைவிக்கும் என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

புள்ளியியல் அளவீடுகளை (Statistical Tools) பயன்படுத்துவது என்பது இரட்டைக் கூர்முனை கத்தியினை கையாளுவது போன்றது. அதாவது கருத்தாய்வு (Interpretation) உண்மைத்தன்மை கொண்டதாகவும், வெளிப்படையாகவும் (Transparency) இருத்தல் வேண்டும்.

### உதாரணமாக

ஒரு பள்ளியில் ஒரு வகுப்பில், A,B என இரண்டு பிரிவுகள் உள்ளன. 'A' பிரிவில் தரஎண் (Rank) 2 பெற்றவனும், 'B' பிரிவில் தரஎண் 2 பெற்றவனும், கற்றல் அடைவில் சம அளவினை பெற்றிருக்க வேண்டுமா ? தேவையில்லை எனில் ஏன் ?

குறிப்பு : மாதிரிக்கூறு (Sample) மாறுகின்றபோது கற்றல் அடைவு சமஅளவாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை என்பதை அறிக.

## எடுத்துக்காட்டு

ஒரு குடும்பத்திலுள்ள நான்கு பேரின் மாத வருமானம் முறையே ரூ. 13000, 2000, 4000, 1000. இக்குடும்பத்தின் மாத சராசரி வருமானம் ரூ.5000. மற்றொரு குடும்பத்திலுள்ள நான்கு பேரின் மாத வருமானம் முறையே ரூ. 5500, 4500, 6000, 4000, இரு குடும்பங்களின் சராசரி மாத வருமானம் ரூ.5000தான். தனி நபர்களின் மாத வருமானம் பெரிய அளவில் வேறுபாடுகள் இருப்பினும் குடும்ப சராசரி வருமானம் சமமாக இருப்பதால் இரு குடும்பங்களின் வாழ்க்கைத் தரம் ஒரே அளவில் இருக்கும். எனவே மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டுக்களிலிருந்து கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு சராசரியை கணக்கிட்டால் மட்டும் போதுமானதல்ல. இருப்பினும் இந்த சராசரியின் அடிப்படையில் சரியான தீர்வை காண்பதும் அவசியமாகும். அதாவது இன்னும் சில விவரங்கள் சராசரியுடன் கூடுதலாக தேவைப்படும்.

## வரையறைகள்

- ★ Statistics are numerical statements of facts in any department of enquiry placed in relation to each other ..... *Bowley*
- ★ Statistics are collection of note-worthy facts concerning state both historical and descriptive *Achenwall*
- ★ Statistics are aggregates of facts to marked extent by multiplicity of causes numerically expressed, enumerated or estimated according to reasonable standards of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose and placed in relation to each other..... *Horace Secrist*
- ★ Statistics is the science of collection of data, classification and tabulation of numerical facts as the basis for explanation, description and comparison of phenomena..... *Louitt*

## புள்ளி விவரங்களை சேகரித்தல்

புள்ளியியலின் முதல்படிநிலை விவரங்களை சேகரித்தல். விவரங்களை(Data collection) சேகரிக்கும் போது கவனிக்க வேண்டியவைகள்.

- ★ எந்தெந்த காரணங்களுக்காக சேகரிக்கப்படுகிறது
- ★ விசாரித்து அறிதலுக்கான வாய்ப்பு
- ★ விவரங்களை சேகரிக்கும் முறைகள்
- ★ விரும்பப்படுகின்ற துல்லியம்

விவரங்களை இரண்டுவகையாக பிரிக்கலாம்,

### 1. முதல்நிலை புள்ளி விவரங்கள் (Primary Data)

### 2. மறைமுக புள்ளி விவரங்கள் அல்லது இரண்டாம் நிலை புள்ளி விவரங்கள் (Secondary Data)

முதல்நிலை புள்ளி விவரங்கள் (Primary data) என்ன காரணங்களுக்காக திரட்டப்பட்டதோ, அதனை உறுதி செய்யும் வகையில் உண்மைத் தன்மை உள்ளதாக இருக்கவேண்டும்.

வேறுசில குறிக்கோள்களுக்கு திரட்டப்பட்ட விவரங்களில் இருந்து, தேவையான விவரங்களை எடுத்துக்கொள்வது பெறப்பட்ட விவரங்கள் அல்லது மறைமுக புள்ளி விவரங்கள் (Secondary Data) என்று பெயர்.

### **முதன்மை விவரங்களை சேகரிக்கும் வழிகள்**

#### **\* ஆய்வாளரே நேரடியாக சேகரித்தல்**

ஆய்வாளரே களத்திற்கு சென்று நேரடியாக தேவைப்படும் விவரங்களை சேகரித்தல். இம்முறையில் துல்லியமான முறையில் விவரங்களை பெறலாம்.

ஆனால் காலம், பொருள் செலவு, உழைப்பு அதிகம் தேவை.

#### **\* மறைமுக நேர்காணல் (வாய்மொழி) (Indirect Oral Interview)**

இம்முறையில் ஆய்வாளர் மூன்றாம் நபரை(Third person) நேரடியாகவோ அல்லது மறைமுகமாகவோ விசாரித்து விவரங்களை பெறுவார்.

பெறப்படும் விவரங்களின் நம்பகத்தன்மை துல்லியமாக இருக்கும் என்பதை சொல்லுவதற்கில்லை.

மறைமுகமாக விசாரித்து விவரங்களை பெறுதல் சில சமயங்களில் தவறாகி விடவும் வாய்ப்புள்ளது.

#### **\* தொடர்பாளர்கள் மூலம் செய்திகளை பெறுதல் (Informations from Correspondents)**

களத்தை பகுதி பகுதியாக பிரித்து தொடர்பாளர்களை நியமித்து அவர்கள்வாயிலாக செய்திகளை திரட்டுதல். களம் மிக பெரியதாக இருப்பின் இம்முறை பயனளிக்கும்.

#### **\* செய்திகளை அஞ்சல் வழி பெறுதல்**

வினாத்தாள் (Questionnaire) தயார் செய்து அஞ்சல் வழியே அனுப்பி செய்திகளை திரட்டலாம். படிப்பறிவு இல்லாதர்களிடமிருந்து பெறுவது கடினம். சுய விலாசமிட்ட அஞ்சல் உரையை அனுப்பவேண்டும். சில சமயங்களில் விவரங்கள் முழுமை பெறாமல் கூட இருக்கும். சில சமயங்களில் விவரங்களைப் பெறுவது கடினம்.

#### **\* வினாத்தாளை (Questionnaire) செய்தி சேகரிப்பாளர்கள் (enumerator) அனுப்பி பெறுதல்**

ஆய்வாளர் தமது பிரதி நிதி ஒருவரை அனுப்பி வினாத்தாள் வழியே செய்திகளை திரட்டுவார். இம்முறையில் பொருள் செலவு அதிகமாகும்.

#### **\* மறைமுக புள்ளி விவரங்கள் அல்லது இரண்டாம் நிலை புள்ளி விவரங்கள் (Secondary Data)**

சில நேரங்களில் ஏற்கனவே ஓர் ஆய்வரால் சேகரிக்கப்பட்ட முதல்நிலை புள்ளி விவரங்களை மற்றோர் ஆய்வர் வேறொரு தேவைக்காக பயன்படுத்திக் கொண்டால்

அப்போது அப்புள்ளி விவரங்களை இரண்டாம் நிலை புள்ளி விவரங்கள் அல்லது மறைமுக புள்ளி விவரங்கள் என அழைக்கிறோம். கீழ்க்கண்ட கோப்புகளில் இருந்தும் செய்திகளை திரட்டலாம்.

- \* குழு அறிக்கைகள்
- \* அரசு வெளியீடுகள்
- \* ஆராய்ச்சி நிறுவன வெளியீடுகள்
- \* கல்வி, வியாபாரம், தொழில்நுட்பம் சஞ்சிகைகள் (Journals)
- \* NCERT, HRD, UNESCO, WHO, NCTE, DTERT ஆகிய நிறுவனங்கள் மூலம் வெளியிடப்படும் புத்தகங்கள்
- \* ஆராய்ச்சி அறிக்கைகள்
- \* மக்கள் தொகை கணக்கீட்டு அறிக்கைகள்

### **வகைப்படுத்துதலும், அட்டவணைப்படுத்தவும் (Classification and Tabulation of data)**

பெறப்பட்ட செய்திகளில் இருந்து நமக்கு தேவைப்படுகின்ற விவரங்களை வகைப்படுத்தி, அட்டவணைப்படுத்துதல் முக்கியமாகிறது. வகைப்படுத்துதல் என்பது 'முறைமை' படுத்துதல் என்பதே சாலப் பொருந்தும்.

### **வகைப்படுத்துதலின் பண்புகள்**

- \* சில சமயங்களில் தேவையற்ற விவரங்களை தவிர்த்து விட்டு, தேவையான விவரங்களை சுருங்கிய வடிவில் தரும்.
- \* விவரங்களை ஒப்பிடுதலுக்கு பயன்படும்.
- \* விவரங்களில் உள்ள ஒத்தத்தன்மை (Similarity) மற்றும் 'ஒத்தத்தன்மை இன்மை'களை வெளிக்கொண்டு வரும்.
- \* விவரங்களின் மையப்போக்குத் தன்மையை காட்டும்.

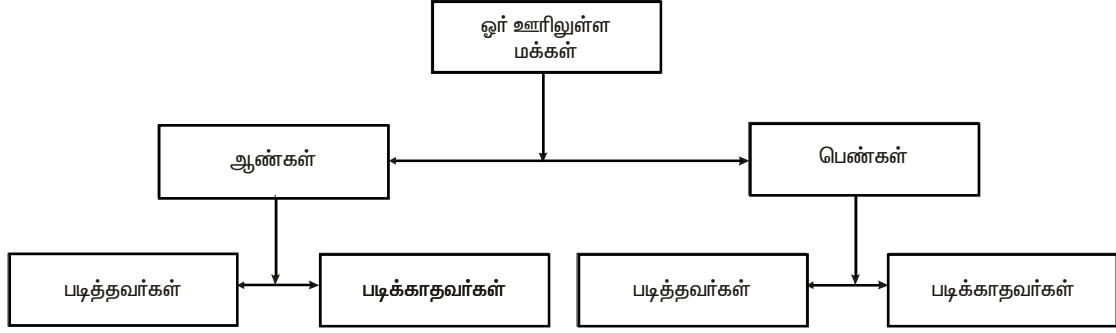
### **விவரங்களை வகைப்படுத்தலுதல் இரண்டு வகையாக பிரிக்கலாம்**

1. பண்புகளின் அடிப்படையில்
2. பிரிவு இடைவெளி (Class interval) அடிப்படைக்கு ஏற்ப

### **1. பண்பு அடிப்படையில் வகைப்படுத்துதல்**

விவரங்கள், ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பண்புகளில் நிகழ்வை அல்லது நிகழாமையை சார்ந்திருக்கும். (Presence or absence) ஒரே ஒரு பண்பை மட்டும் முன்னிலை படுத்தி வகைப்படுத்துதலை சாதாரண வகைப்படுத்துதல் (Simple Classification) என்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, திருமணம் ஆனவர்கள், திருமணம் ஆகாதவர்கள்.

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட பண்புகளை முன்னிலைப் படுத்தி வகைப்படுத்துதல், “பன்முக வகைப்படுத்துதல்” (Manifold Classification) எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக



## II. பிரிவு இடைவெளி அடிப்படையில் வகைப்படுத்துதல்

விவரங்கள் நேரடியாக எண் அளவையில் (Quantitative measurements) அமையுமானால் பிரிவு இடைவெளி அடிப்படையில் வகைப்படுத்துதல் உகந்த முறையாகும். உதாரணமாக—வருமானம், உயரம், எடை, உற்பத்தி, மதிப்பெண்கள்

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	மாணவர்கள் எண்ணிக்கை
50க்கு கீழ்	7
50–60	8
60–70	5
70–80	6
80–90	2
90–100	2
<b>மொத்தம்</b>	<b>30</b>

### நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்தல்

வகைப்படுத்தப்படுத்துதலின் அடுத்த படிநிலை அட்டவணைப்படுத்துதல் ஆகும், அட்டவணை முறையில் விவரங்களின் போக்கை எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும். இதனை விவரங்கள் சேகரித்தலின் இறுதிப்படி நிலை மற்றும் பகுத்தாய்வுக்கு முதல் படிநிலை என்றும் கொள்ளலாம்.

### எடுத்துக்காட்டு

ஒரு வகுப்பில் உள்ள 10 மாணவர்கள் ஒரு அலகுத் தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 11, 11, 10, 13, 12, 13, 14, 14, 15 நிகழ்வு அட்டவணை தயார் செய்க.

நிகழ்வு அட்டவணை

மதிப்பெண்	10	11	12	13	14	15	மொத்தம்
மாணவர்கள்	1	3	1	2	2	1	10

நிகழ்வு அட்டவணையிலிருந்து, ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணிலும் எத்தனை பேர் உள்ளனர்? என்பது தெளிவாகிறது, வகுப்பு மாணவர்களைப் பற்றி ஒரு தோராய முடிவை பெற முடிகிறது. நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும் பட்சத்தில் அட்டவணை மிகவும் பயன் உள்ளதாக இருக்கும்.

### பிரிவு இடைவெளிமுறையில் அட்டவணை தயாரித்தல்

உச்ச நீச அளவுகளுக்குள்ள வேறுபாட்டை, வேறுபாட்டெல்லை என்கிறோம். (மிகப்பெரிய அளவுக்கும் மிகச்சிறிய அளவுக்கும் உள்ள வேறுபாடு)

இவ்வேறுபாட்டை விரும்பத்தக்க பிரிவு இடைவெளி எண்ணிக்கையால் வகுக்க பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை கிடைக்கும். பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை 10 முதல் 15 வரை இருப்பது நல்லது. முடிந்த வரை எல்லா பிரிவுகளிலும் சில விவரங்களாவது (விவரங்களை ராசி என்றும் கூறுலாம்) இருக்கும்படி பிரித்தல் நல்லது.

### எடுத்துக்காட்டு

ஒரு வகுப்புத்தேர்வில் 40 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கு தகுந்த பிரிவு இடைவெளியில் அட்டவணை தயார் செய்க.

39	25	27	32	35	13	10	12
15	45	54	52	50	55	38	42
48	46	54	45	43	58	62	66
24	62	68	26	28	32	38	37
79	77	49	16	74	32	44	42

பெரிய அளவிற்கும் சிறிய அளவுக்கும் உள்ள வேறுபாடு  $79-10=69$

விரும்பத்தக்க பிரிவுகள் 7

பிரிவு இடைவெளி அளவு 10

பிரிவு இடைவெளி Class Interval	குறியீடுகள் Tally Marks	நிகழ்வெண் Frequency
10-20		5
20-30		5
30-40	III	8
40-50	IIII	9
50-60	I	6
60-70		4
70-80		3
		40



- \* ஒவ்வொரு இடைவெளியிலும் கீழ்மதிப்பினை கீழ் எல்லை என்றும் மேல் மதிப்பினை மேல் எல்லை என்றும் கூறுவோம். குறிப்பாக 10-20 என்ற இடைவெளியில் 20 என்பது மேல் எல்லையாகும். 20-30 என்ற இடைவெளியில் 20 என்பது கீழ் எல்லையாகும். ஒரு மாணவன் 20 மதிப்பெண்பெற்றால் அம்மாணவனை கீழ் எல்லையில் சேர்க்கவேண்டுமே தவிர, அதாவது 20-30 என்ற இடைவெளியில் சேர்க்கவேண்டுமே தவிர 10-20 என்ற இடைவெளியில் சேர்த்தல் கூடாது.

குறியீடுகள் (Tallymark) 5 என்பதை  $\#\#\#$  என குறியிடுகிறோம்.

இந்த அட்டவணையிலிருந்து

- \* பிரிவு இடைவெளி 10-20 என்பது பத்து மதிப்பெண்ணிலிருந்து இருபதுக்குள் 5 மாணவர்கள் இருக்கின்றார்கள்.
- \* 40-50ல் அதிகபட்ச மாணவர்கள் 9 பேர் உள்ளனர்.
- \* 70-80 பிரிவில் மூன்று பேர் மட்டுமே உள்ளனர்.

போன்ற பல செய்திகளைத் தெரிந்துக் கொள்கிறோம்.

### வரைபடம்

நிகழ்வெண் அட்டவணையை வரைபடமாக சித்தரிப்பது, விவரங்களின் போக்கை பற்றி அறிய உடனே உதவுகிறது. எளிதில் புரிந்து கொள்ளவும் முடிகிறது.

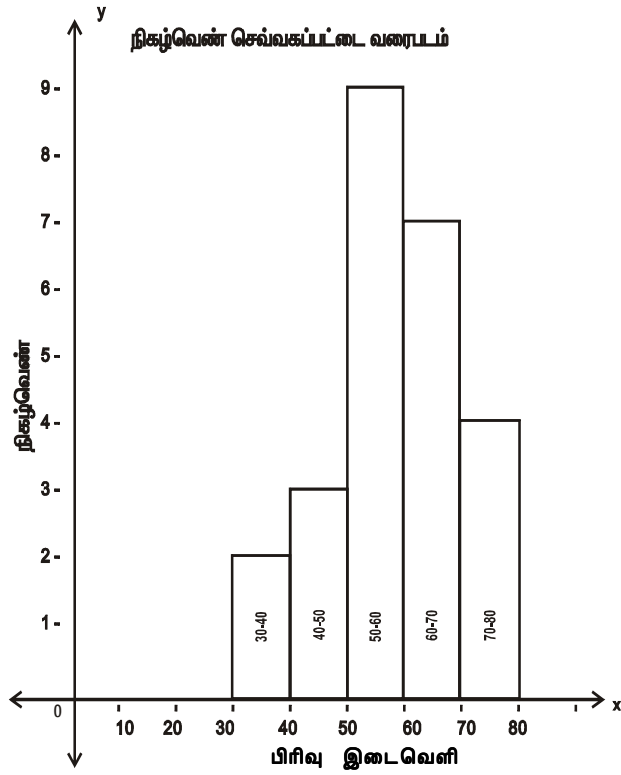
- \* சதவீதத்தில் செவ்வகப்பட்டை வரைபடம் (Percentage Bar Diagram)
- \* உட்கூறுகள் கொண்ட செவ்வகப்பட்டை வரைபடம் (Component Bar Diagram)
- \* வட்ட விளக்கப்படம் (Pie Diagram)

இவற்றை பள்ளியிலேயே விரிவாக கற்றுள்ளோம்.

### வரைப்படங்களின் வகைகள்

1. நிகழ்வெண் செவ்வகப்பட்டை வரைபடம்
2. நிகழ்வெண் பல கோணம்.
3. நிகழ்வெண் இழைந்த வளைகோடு. (Smoothed Curve)
4. கூட்டு நிகழ்வெண் வளைகோடு “ஓஜைவ் வளைகோடு” நிகழ்வெண் செவ்வகப்பட்டை வரைபடம். (கூட்டுப்படம்)

வகுப்பு பிரிவு இடைவெளியை X அச்சிலும், நிகழ்வெண்ணை Y அச்சிலும் குறிப்போம். செவ்வகத்தின் அடிப்பக்கம் பிரிவு இடைவெளியை குறிப்பதால் அனைத்து செவ்வகங்களின் அடிப்பக்க அளவு சமமாக இருக்கும். செவ்வகத்தின் உயரங்கள் நிகழ்வெண்களை குறிப்பதால்,

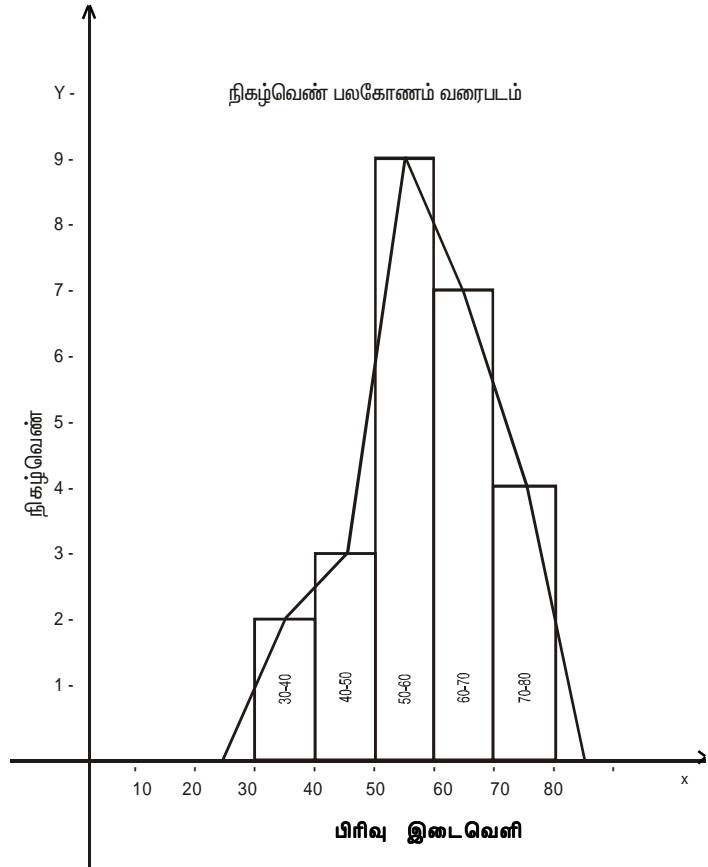


செவ்வகத்தின் உயரங்கள் வேறுபடுகிறது. எனவே செவ்வகப்பட்டையின் பரப்பு நிகழ்வெண்களுக்கேற்ப உள்ள விகிதத்தில் அமையும்.

நிகழ்வெண் அட்டவணை

பிரிவுஇடைவெளி (C.I.)	நிகழ்வெண் (f)
70-80	4
60-70	7
50-60	9
40-50	3
30-40	2
மொத்தம்	25

நிகழ்வெண் அட்டவணைக்கு வரைந்த வரைபடத்தில் ஒவ்வொரு செவ்வக பட்டையின் மையப் புள்ளியையும் நேர் கோட்டால் இணைக்கவும். முதல் மற்றும் கடைசி பட்டையின் நடுப்புள்ளிகளை அச்சில் பட்டையின் பாதிளவில் பட்டைகளின் இருபுறங்களிலும் உள்ள புள்ளிகளோடு இணைக்கவும். நிகழ்வு பலகோணம் தயார். இப்பலகோணத்தின் பரப்பு அட்டவணையில் நிகழ்வெண்ணுக்கு சமமான விகிதத்தில் இருக்கும்.



## நிகழ்வெண் இழைந்த வளைகோட்டுப் வரைப்படம்

நிகழ்வெண் செவ்வகப்பட்டை வரைப்படத்தில், பட்டைகளின் உச்சியின் மையப்புள்ளிகளையும், X அச்சில் பட்டையின் பாதி அளவு தூரத்தில் முதல் மற்றும் கடைசிப்பட்டையின் இருபுறங்களிலும் உள்ள புள்ளிகளையும் கொண்ட இழைந்த வளைகோட்டு வரைபடத்திற்கு நிகழ்வெண் இழைந்த வளைகோட்டு வரைபடம் என்று பெயர்.

### மையப்போக்களவைகள்

விவரங்களை திரட்டி வகைப்படுத்திய பின் “பகுத்தாய்தல்” முக்கியமான படிநிலை ஆகும். வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்களை பிரதிபலிக்கும் ஒரு அளவாக ஓர் எண்ணை கண்டறிய முடியுமானால், அவ்வெண்ணைக் கொண்டு பல புதுச்செய்திகளை கணிக்கலாம். இதுபோன்ற ஒரு எண்ணை நாம் மையப் போக்களவை என்று கூறுவோம்.

### மையப்போக்களவைகளின் வகைகள்

- \* கூட்டு சராசரி
- \* இடைநிலை அளவு
- \* முகடு

மையப்போக்களவைகளின் இரு முக்கிய பயன்கள்

1. கண்டறியப்பட்ட மொத்த விவரங்களுக்கும் ஒரே ஒரு எண் அதன் பிரதிநிதியாக (Representative) இருக்கும்.
2. இரண்டுக்கு மேற்பட்ட பட்டியல் இருப்பின், ஒப்பிட்டு பல புதிய செய்திகளைப்பெற மையப்போக்களவைகள் உதவிடும்.

### கூட்டு சராசரி

விவரங்கள் மாறும் பண்பை பெற்றுள்ளதால் அவற்றை மாறிகள் அல்லது ராசிகள் என்றழைப்போம்.

சில சமயம் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் அனைத்தும் ஒரே எண்ணாக இருந்தால் சராசரி என்னவாக இருக்கமுடியும்? அந்த ஒரே எண் தானே !

உதாரணம் 3, 3, 3, 3, 3, 3 இவற்றின் சராசரி 3.

“எனவே மாறிகள் அனைத்தும் ஒரே எண்ணாக இருக்கும் சமயத்தில் அவைகளில் ஒரு ராசி சராசரி எனப்படும்.”

மாறிகள் சமமாக இல்லை என்றால் நிரவல் முறையில் சமப்படுத்திய பின் சராசரியைக் கணக்கீடு செய்கிறோம். சராசரியை  $\bar{x}$  என்று குறிப்பது வழக்கம். மாறிகளை என்று குறிப்போம்.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ இதனை } \frac{\sum x_n}{n} \text{ என்ற வடிவிலும் எழுதலாம்.}$$

### எடுத்துக்காட்டு 1

ஒரு தேர்வில் 7 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண் 62, 52, 58, 67, 77, 88, 44.

$$\text{கூட்டு சராசரி} = \bar{x} = \frac{62+52+58+67+77+88+44}{7} = \frac{448}{7} = 64$$

### எடுத்துக்காட்டு 2

ஒரு குழுவில் உள்ள 10 மாணவர்களில் மூன்று பேர் 61 மதிப்பெண் பெற்றனர். ஆறுபேர் 58 மதிப்பெண் பெற்றனர். ஒருவர் 79 மதிப்பெண் பெற்றார். சராசரியை கணக்கிடுக.

தீர்வு

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{பத்துமாணவர்களின் மதிப்பெண்களின் கூடுதல்}}{10}$$

$$\text{பத்து மாணவர்களின் மதிப்பெண்களின் கூடுதல்} (3 \times 61) + (6 \times 58) + 79 = 610$$

$$\text{எனவே, சராசரி } \bar{x} = \frac{(3 \times 61) + (6 \times 58) + 79}{10} = \frac{610}{10} = 61$$

அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட மாறிகளுக்கு கூட்டு சராசரி கணக்கிடுவோம்.

### எடுத்துக்காட்டு 3

வகுப்பிலுள்ள பத்து மாணவர்கள் ஓர் அலகுத்தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண் பட்டியல் தரப்பட்டுள்ளது. அதன் சராசரியைக் காண்க.

பெற்ற மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10	1
11	3
12	1
13	2
14	2
15	1

மாறி $x$	நிகழ்வெண் $f$	$fx$
10	1	10
11	3	33
12	1	12
13	2	26
14	2	28
15	1	15
10		124

மாறியையும் அதன் நிகழ்வெண்ணையும் பெருக்கிக் கூட்டுத்தொகையைக் கணக்கிடுக. கூட்டுத் தொகை  $\Sigma fx = 124$

கூட்டுத்தொகையை ( $N$ )ஆல் வகுக்க. அதாவது, 10 ஆல் வகுக்க.

$$\text{சராசரி} \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{124}{10} = 12.4$$

### எடுத்துக்காட்டு 4

இரண்டு குழுக்களில், முதல் குழுவில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 8 அவர்களின் சராசரி 15, இரண்டாம் குழுவில் 12 மாணவர்களின் சராசரி 14 கூட்டு குழுவின் சராசரி என்ன?

தீர்வு

$$\text{முதல் குழு பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்} \quad 8 \times 15 = 120$$

$$\text{இரண்டாம் குழு பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்} \quad 12 \times 25 = 168$$

$$\text{கூட்டுக் குழுவின் சராசரி} = \frac{120 + 168}{20} = \frac{288}{20} = 14.4$$

இதனைப் பொதுமைப்படுத்தும்போது நமக்கு கூட்டுக்குழுவின் சராசரியை கணக்கிட ஒரு சூத்திரம் கிடைக்கிறது.

இதிலிருந்து சூத்திரம் காணுவோமா?  $\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$  இதனை நீட்டிக்கவும் செய்யலாம்.

$\bar{x}$  என்பது கூட்டுக்குழுவின் சராசரி.

$\bar{x}_1$  முதல் குழுவின் சராசரி.

$\bar{x}_2$  என்பது இரண்டாம் குழுவின் சராசரி

$n_1$  குழு ஒன்றின் எண்ணிக்கை.

$n_2$  குழு இரண்டின் எண்ணிக்கை

நிகழ்வெண் பரவல் பட்டியலுக்கு சராசரி கணக்கிடல்

எடுத்துக்காட்டு 5

கீழ்காண் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைக்கு சராசரி கணக்கிடுக.

பிரிவு இடைவெளி	நிகழ்வெண் $f$	பிரிவு இடைவெளி மையம் $x$	$fx$
10-20	5	15	75
20-30	5	25	125
30-40	8	35	280
40-50	9	45	405
50-60	6	55	330
60-70	4	65	260
70-80	3	75	225
கூடுதல்	40	—	1700

கணக்கீடு செய்தலுக்கான படிநிலைகள்

1. நிகழ்வெண்களின் கூடுதலை கண்டுபிடிக்கவும் ( $\sum f = N$ )

2. பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப்புள்ளியை கண்டுபிடிக்கவும்  $x = \frac{\text{கீழ்வெண்} + \text{மேல்வெண்}}{2}$

(எ-டு) பிரிவு 10-20ன் மையப்புள்ளி  $\frac{10 + 20}{2} = 15$

3. பிரிவு இடைவெளி மைய எண்ணையும் நிகழ்வெண்ணையும் பெருக்குக. ( $fx$ )
4. படிநிலை 3ன் கூடுதலை கண்டுபிடிக்கவும் ( $\sum fx$ )
5. சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு சராசரியினை கண்டுபிடிக்கவும் (கணக்கீடு பகுதியை பார்க்கவும்)

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{1700}{40} = 42.5$$

சராசரியின் மதிப்பு = 42.5

பயிற்சி கணக்களுக்கு ஆசிரியரை அணுகவும்

நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைக்கு சராசரி கணக்கிட ஒரு சுருக்குவழியும் உள்ளது. அதனை பற்றியும் தெரிந்து கொள்வோம்.

**சுருக்கு வழியில் சராசரி காணுதல்**

பிரிவு இடைவெளி	நிகழ்வெண் $f$	பிரிவு இடைவெளி மையம் $x$	விலக்கம் $d = \frac{x-A}{C.I}$	$fd$
10-20	5	15	-3	-15
20-30	5	25	-2	-10
30-40	8	35	-1	-8
40-50	9	45	0	0
50-60	6	55	1	6
60-70	4	65	2	8
70-80	3	75	3	9
கூடுதல்	40	—	—	-10

**படிநிலைகள்**

1. நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் காண்க  $\sum f = 40 \Rightarrow N = 40$
2. பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப்புள்ளியை கண்டுபிடிக்கவும் ( $x$ )
3. உத்தேச சராசரியை தேர்ந்தெடுக்கவும் ( $A$ )  
(நிகழ்வெண் அதிகம் உள்ள பிரிவு மையத்தை எடுத்துக்கொள்வது கணக்கிடுதலை எளிமையாக்கும்)
4. ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளி மையமும் உத்தேச சராசரியிலிருந்து விலக்கத்தை ( $d$ ) கணக்கிடுக. பிரிவு இடைவெளியால் வகுக்கவும்  $\left\{ d = \frac{x-A}{CI} \right\}$
5. நிகழ்வெண்ணையும் விலக்கத்தையும் பெருக்குக.கூடுதலை கணக்கிடுக  $\sum fd$
6. சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு சராசரியை கணக்கிடுக. (கணக்கீடு பகுதியை பார்க்கவும்.)

கணக்கீடு

$$\begin{aligned}\bar{x} &= A + \left\{ \frac{\Sigma fd}{N} \right\} \times C.I. \\ &= 45 + \left\{ \frac{-10}{40} \right\} \times 10 \\ &= 45 - 2.5 = 42.5\end{aligned}$$

**கூட்டு சராசரியின் பண்புகள்**

- \* இதனை புரிந்து கொள்வதும் எளிது. கணக்கிடுதலும் எளிது.
- \* எல்லா விவரங்களை உள்ளடக்கி கணக்கிடப்படுவதால் இதன் உறுதித்தன்மை அதிகம்.
- \* புள்ளியில் உயர் பகுப்பாய்வுக்கு மிகவும் பயனுள்ள மதிப்பீடு.
- \* விவரங்களை தொகுக்க வேண்டிய அவசியமும் இல்லை. (Arrangement of data is not required)
- \* கூட்டு சராசரியிலிருந்து ஒவ்வொரு ராசிக்கும் உள்ள விலக்கங்களின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம்.

**கூட்டு சராசரியின் குறைபாடுகள்**

- \* ஒரே ஒரு விவரம் மட்டும் பெரியதாகவோ அல்லது சிறியதாகவோ இருந்தாலே சராசரியின் மதிப்பு மாறிவிடும்.
- \* வரைபடம் மூலம் கணிக்க முடியாது.
- \* பிரிவு இடைவெளியில் திறந்தவெளி இருப்பின் கணிக்க முடியாது. (எடுத்துக்காட்டு 50க்கு கீழ், 100க்குமேல்....)

**இடைநிலையளவு (Median)**

சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களை வரிசைப்படுத்திய பின் (ஏறுவரிசை, அல்லது இறங்குவரிசை) மையத்தில் அமையும் எண் இடைநிலை எனப்படும். வரிசைப்படுத்திய அளவீடுகளில், 50 சதவீத (எண்கள்) விவரங்கள் இடைநிலை அளவீட்டிற்கு மேலும், 50 சதவீத விவரங்கள் இடைநிலை அளவீட்டிற்கு கீழும் அமையும்,

சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் எனில் மையத்தில் ஒரே ஒரு ராசிதான் இருக்க முடியும். இரட்டை எண் எனில் மையத்தில் அமையும் இரண்டு அளவுகளின் சராசரியை கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

**எடுத்துக்காட்டு 6**

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் இடைநிலையளவை காண்க.  
45, 47, 50, 5, 15, 17, 32

## தீர்வு

ஏழு அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.  $N = 7$

விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

5, 15, 17, 32, 45, 47, 50

இடைநிலை அளவு =  $(\frac{N}{2} + 1)$  ஆவது அளவீடு ஆகும்

$$= \frac{7}{2} + 1 \text{ அதாவது } 4 \text{ வது அளவீடாகும்.}$$

நான்காவது அளவீடு 32.

$\therefore$  இடைநிலை அளவு 32

## எடுத்துக்காட்டு 7

இடைநிலை அளவு காண்க,

92, 90, 85, 84, 80, 78, 70, 68

மையத்தில் அமையும் அளவீடுகள்  $\frac{N}{2}$  மற்றும்  $(\frac{N}{2} + 1)$  ஆவது அளவீடுகளின் சராசரி

ஆகும். இங்கு அளவீடுகளின் எண்ணிக்கை 8. இங்கு  $N = 8$ ; ஆதலால்,  $\frac{8}{2}$ ;  $\frac{8}{2} + 1$  ஆகிய நான்காம் அளவீடும் ஐந்தாம் அளவீடும் முறையே 84, 80 இடைநிலை அளவீடு ஆகும். அவற்றின் சராசரியை காண்க.

$$\text{அதாவது, இடைநிலை அளவி} = \frac{84 + 80}{2} = 82$$

## நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைக்கு இடைநிலை அளவு காணல்

$$\text{இடைநிலை அளவை கண்டறியும் சூத்திரம் } l + \left\{ \frac{\frac{N}{2} - F}{f_m} \right\} C.I.$$

$N$  : என்பது நிகழ்வெண்களின் கூடுதலாகும்.

$\frac{N}{2}$  என்பது இடைநிலை அளவு

$l$  என்பது இடைநிலை அளவு அமைந்துள்ள இடைநிலையின் கீழ் எல்லை.

$F$  = என்பது இடைநிலை அளவு அமைந்துள்ள இடைவெளியின் கீழ் எல்லை வரையிலான நிகழ்வெண்களின் கூடுதலாகும்.

$f_m$  = இடைநிலை ( $l$ ) அமைந்துள்ள இடைவெளி (Class) நிகழ்வெண்.

C.I = பிரிவு இடைவெளியின் வீச்சு (அகலம்) (size of the class Interval)



## எடுத்துக்காட்டு 8

கீழ் உள்ள நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைக்கு இடைநிலை அளவை கணக்கடுக.

பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
நிகழ்வெண்	5	5	8	9	6	4	3

### கணக்கீடு

நிகழ்வெண் கூடுதல்  $N = 40$

$$\frac{N}{2} = 20 \text{ (இடைநிலை)}$$

இடைநிலை அமைந்துள்ள இடைவெளி 40-50

இடைநிலை வகுப்பின் கீழ்எல்லை ( $l$ ) = 40

கீழ்எல்லை ( $l$ ) வரையிலான நிகழ்வெண் களின் கூடுதல் ( $F$ ) = 18

இடைநிலை அமைந்துள்ள இடைநிலை அளவின் நிகழ்வெண் ( $f_m$ ) = 9

பிரிவு இடைவெளி (C.I) = 10

$$\text{இடைநிலை அளவு } M = l + \left\{ \frac{\frac{N}{2} - F}{f_m} \right\} \times CI$$

$$= 40 + \left\{ \frac{\frac{40}{2} - 18}{9} \right\} \times 10$$

$$= 40 + \left\{ \frac{20 - 18}{9} \right\} \times 10$$

$$= 40 + \frac{2}{9} \times 10 = 40 + 2.22 = 42.22$$

பிரிவு இடைவெளி	நிகழ்வெண்	குவிவு நிகழ்வெண்
10-20	5	5
20-30	5	10
30-40	8	18
40-50	9	27
50-60	6	33
60-70	4	37
70-80	3	40
மொத்தம்	40	

குறிப்பு :

குவிவு நிகழ்வெண்  
(cumulative frequency) - cf.

## படிநிலைகள்

- ★ வகுப்பு இடைவெளியை சரியான எல்லையை (Exact limits) அமைக்கவும்
- ★ கூட்டு நிகழ்வெண்ணை கண்டுபிடிக்கவும்
- ★  $\frac{N}{2}$  வை கண்டுபிடிக்கவும்.
- ★  $\frac{N}{2}$  எந்த இடைவெளியில் அமைந்துள்ளது என்பதை கண்டறிந்து அதன் கீழ் எல்லை ( $l$ ) ஐ காண்க.
- ★ கீழ் எல்லை வரையிலான நிகழ்வெண்களின் கூடுதலை(F) கண்டுபிடிக்கவும்.
- ★ இடைநிலை அளவு அமைந்துள்ள வகுப்பின் நிகழ்வெண்ணை காண்க. ( $f_m$ )
- ★ வகுப்பின் இடைவெளி (பிரிவு இடைவெளி) C.I காண்க.
- ★ சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு இடைநிலை அளவை கணிக்கவும்.

## செய்து பார்க்க

இடைநிலை அளவு காண்க

பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
நிகழ்வெண்	4	6	8	10	8	6	5	2	1

## இடைநிலை அளவின் பண்புகள்

- ★ சராசரி அளவை போலவே இடைநிலை அளவின் தன்மையை புரிந்து கொள்வதும், கணக்கீடு செய்தலும் எளிது.
- ★ இடைநிலை அளவு, கோடியில் அமையும் இராசிகளினால் மாற்றம் அடையாது.
- ★ திறந்த வகுப்பு (திறந்த பிரிவு இடைவெளி) இருப்பினும் 'இடைநிலை அளவு' காணலாம்.
- ★ நுண்ணறிவு, பெருந்தன்மை. திறமை இவைகளை பகுப்பாய்வு செய்வதில் இடைநிலை அளவு பெரும்பங்கு வகிக்கிறது.

## இடைநிலையளவின் குறைபாடுகள் (Demerits)

- ★ எப்போதும் இதற்கு ஒரு நிலையான வரையறை இருப்பதில்லை.
- ★ பொதுவாக உயர்புள்ளியியல் பகுப்பாய்வுக்கு (Higher level Statistics) பயன்படுவதில்லை.

## முகடு (Mode)

சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களின் எந்த(மாறி) அதிகமான அளவு நிகழ்ந்துள்ளதோ அதனை முகடு என்போம்.

## எடுத்துக்காட்டு

ஒரு குழுவில் உள்ள ஏழு மாணவர்கள் ஒரு சோதனையில் பெற்ற மதிப்பெண்கள், 18,16, 15, 18, 17, 23, 18. இவ்வேழு எண்களிலும் '18' என்ற எண் மட்டும் திரும்பத்திரும்ப மூன்று நிகழ்ந்துள்ளது. எனவே '18' இவ்விவரங்களின் முகடு எனக் கூறலாம். அதிகபட்சமாக 18 மூன்று முறை நிகழ்ந்துள்ளது.

இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட மாறிகள் சமஅளவில் அளவில் அதிகமான முறையில் நிகழ்ந்திருந்தால் அவ்வெண்களின் சராசரியே முகடு எனப்படும்.

[முகடு = 3 இடைநிலை அளவு - 2 கூட்டு சராசரி அளவு என்ற சூத்திரத்தை பயன்படுத்தியும் கணிக்கலாம். (Mode = 3 Median - 2 mean)]

## நிகழ்வெண் பரவல் பட்டியலுக்கு முகடு கணித்தல்

### தோராய முகடு கண்டறிதல்

எந்த வகுப்பு இடைவெளியில் அதிகமான நிகழ்வெண் நிகழ்ந்துள்ளதோ அவ்வகுப்பு இடைவெளியின் மையப்புள்ளியை தோராய முகடு எனலாம்.

### சரியான முகடு கண்டறிதல்

$$\text{சூத்திரம்} = \text{முகடு} = l + \left( \frac{f_2}{f_1 + f_2} \right) \times C.I$$

$l$  = முகடு அமையும் வகுப்பின் சரியான கீழ் எல்லை.

$f_1$  = முகடு அமையும் வகுப்புக்கு மேல் வகுப்பின் நிகழ்வெண்.

$f_2$  = முகடு அமையும் வகுப்புக்கு கீழ் வகுப்பின் நிகழ்வெண்.

C.I = வகுப்பு (பிரிவு இடைவெளி)

### படிநிலைகள்

- \* உயர்ந்த நிகழ்வெண் உள்ள வகுப்பை கண்டுபிடி. அதன் சரியான கீழ் எல்லையை கண்டுப்பிடிக்கவும்.
- \* முகடு வகுப்புக்கு மேல்வகுப்பின் நிகழ்வெண்ணை கண்டுபிடி  $f_1$
- \* முகடு வகுப்புக்கு கீழ்வகுப்பின் நிகழ்வெண்ணை கண்டுபிடி  $f_2$
- \* வகுப்பு இடைவெளி (பிரிவு இடைவெளி) கண்டுபிடி.
- \* சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு இடைநிலை அளவை கணிக்க.

## எடுத்துக்காட்டு 9

கீழ் உள்ள நிகழ்வெண் பரவலுக்கு முகடு கணக்கிடுக.

பிரிவு இடைவெளி C.I.	நிகழ்வெண் f
10-20	5
20-30	5
30-40	8
40-50	9
50-60	6
60-70	4
70-80	3
மொத்தம்	40

முகடுவகுப்பின் சரியான கீழ்வெண்  $(l) = 40$

முகடு வகுப்புக்கு மேல்வகுப்பின் நிகழ்வெண்  $f_1 = 6$

முகடு வகுப்புக்கு கீழ்வகுப்பின் நிகழ்வெண்  $f_2 = 8$   
வகுப்பு இடைவெளி C.I. = 10

$$\begin{aligned} \text{முகடு} &= l + \left( \frac{f_2}{f_1 + f_2} \right) \times C.I. \\ &= 40 + \left( \frac{8}{6+8} \right) \times 10 = 40 + \frac{80}{14} \\ &= 40 + 5.7 = 45.7 \end{aligned}$$

## கற்றல் செயல்

அட்டவணையில் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு முகடு = 3 இடைநிலையளவு - 2 கூட்டுச்சராசரி என்ற சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி முகடு கணக்கிடுக, பின்பு விடைகளை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க

## முகடு அளவையின் பண்புகள்

- \* முகடு அளவும், கூட்டு சராசரி, இடைநிலை அளவைப் போலவே புரிந்து கொள்ளுவதற்கு கணக்கிடுதலுக்கும் எளிது.
- \* முகடு அளவின் மதிப்பு நிகழ்வெண் பரவலின் கோடியில் நிகழும் நிகழ்வெண்களை பொறுத்து மாறுபடாது.
- \* வரைபடம் மூலம் தீர்மானிக்கலாம்
- \* உற்பத்தி செய்யும் குழுமத்திற்கு பயனுள்ள அளவு.

## முகடு அளவையின் குறைபாடுகள்

- \* நடைமுறையில் குறைந்த பயன்பாடே உள்ளது.
- \* உடனடியாக இயல்கணக்கீட்டிற்கு (Algebraic Treatment) உட்பட்டது.
- \* புள்ளியியல் பகுப்பாய்வி (Higher Statistics) ற்கு பயன்படுவதில்லை.

## பரவல் அளவைகள் (Measures of Dispersion)

பல சூழ்நிலையில் நாம் சராசரியை கணக்கிட்டு அதற்கொப்ப வாழ்க்கை நடைமுறையினை மாற்றி கொள்கிறோம். சில சமயங்களின் இது ஆபத்தான முடிவினை கூட கொடுக்கும். உதாரணமாக ஒரு ஆற்றின் சராசரி ஆழத்தை கணக்கிட்டு அதனைப் பயன்படுத்தி கடக்க முயல்வது. ஆபத்தை விளைவிக்கும். அதனை கணக்கில் கொண்டு ஆற்றை கடந்து செல்வது தவறான முடிவாகும் அல்லவா? எனவே நமக்கு ஆற்றை பற்றிய அதிகப்படியான கருத்துக்கள் தேவைப்படுகிறது. ஆழம் இடத்திற்கு இடம் மாறுபடும். மாறுபாடும் தன்மை பற்றிய அறிவு, அளவு தேவைப்படுகிறது. சேகரிக்கப்படும் விவரங்களின் முதல்படி அளவைகள் சராசரிகள் (First order measures) என்றும், பரவல் அளவைகளை இரண்டாம் படி அளவைகள் (Second order measures) என்றும் கூறலாம். பரவல் அளவைகள் முதல்படி அளவுகளின் நம்பகத்தன்மையை அறிந்து கொள்ள உதவும்.

மாறுபடும் தன்மையை கண்டறிவதற்கான ஒரு அடிப்படையை பரவல் அளவைகள் தரும். இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட பரவல்களின் மாறுபடும் தன்மையை பயன்படுத்தி ஒப்பிடவும் உதவும். புள்ளியியல் பகுப்பாய்வுக்கும் பயன்படும். குழுக்களின் ஒருமைத் தன்மையை (Homogenous) ஒப்பிடவும் உதவும்.

## பரவல் அளவைகள்

விவரங்கள் எவ்வாறு பரவியுள்ளது என்பது பற்றி அறிய உதவும் அளவைகள்

1. வேறுபாட்டெல்லை Range
2. கால்மானம், கால்மான விலக்கம் (Quartiles, Quartile deviation)
3. சராசரி விலக்கம் Average deviation
4. திட்டவிலக்கம் Standard deviation

## வேறுபாட்டெல்லை (Range)

விவரங்களின் ராசிகளில் மிகப்பெரிய அளவிற்கும், மிகச்சிறிய அளவிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டின் அளவே வேறுபாட்டெல்லை (Range) எனப்படும்.

(எ-டு)

நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையில், வேறுபாட்டெல்லையை, கடைசி பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வேறுபாடு என்று தோராயமாக கணிக்கலாம்.

## வேறுபாட்டெல்லையின் பயன்கள்

- \* ராசிகள் எவ்வாறு பரவியுள்ளது என்பதை ஒட்டுமொத்தமாக கூறும் போதும்,
- \* ராசிகளை பற்றிய உடனடி முடிவு பெறுவதற்கும்.

## குறைபாடுகள் (Demerits)

- \* இந்த அளவையின் நம்பகத்தன்மை குறைவு.
- \* ராசிகளில் இரண்டு அளவைகள் மட்டுமே (பெரிய, சிறியது) பரவலை நிர்ணயிக்கிறது.
- \* இவ்விரண்டு அளவுகளுக்கு இடையே நிகழ்ந்த அளவுகளை கணக்கில் கொள்வதில்லை.
- \* திறந்த வகுப்பு இடைவெளிகளுக்கு கணிக்க முடியாது.
- \* புள்ளியியல் பகுப்பாய்வுக்கு ஈடுபடுத்த முடியாது.

## கால்மான விலக்கம் (Quartile Deviation)

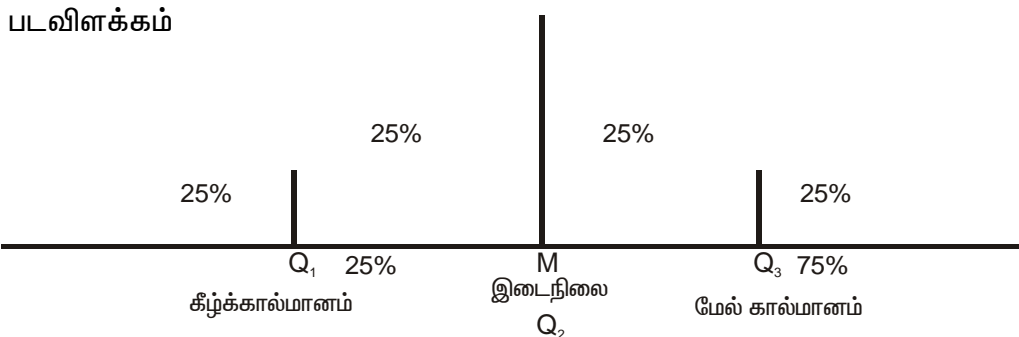
வேறுபாட்டெல்லை (Range)யை காட்டிலும் கால்மான விலக்கத்தை சிறந்த பரவல் அளவையாக கருதலாம். கால்மான விலக்கம் என்பது முதல் கால்மானம் (அல்லது) கீழ்க்கால்மானம் (First Quartile or Lower Quartile) மூன்றாம் கால்மானம் (அல்லது) மேல் கால்மானம் இவைகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டு சராசரி என்று கூறலாம்.

$$\text{அதாவது கால்மானம் விலக்கம்} = \frac{\text{மூன்றாம் கால்மானம்} - \text{முதல்கால்மானம்}}{2}$$
$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

- இங்கு Q.D. : கால்மான விலக்கம்  
Q<sub>3</sub> : மூன்றாம் கால்மான விலக்கம்  
Q<sub>1</sub> : முதல்கால் கால்மான விலக்கம்

## கால்மானம் Q

மொத்த இராசிகளின் கால் பங்கு இராசிகள் (25%) கீழ்க்கால் மானத்திற்கு கீழேயும், கால்பங்கு இராசிகள் மேல்கால் மானத்திற்கு மேலேயும் அமையும்.



## நிகழ்வெண் பரவலுக்கு கால்மான விலக்கம் காணுதல்

கால்மான விலக்கம் கண்டுபிடிப்பதற்கு மூன்று படிநிலைகள் பின்பற்றப்படுகின்றன.

**படி 1 : முதல் கால்மானம் காணுதல்**

$$Q_1 = l_1 + \left\{ \frac{\frac{N}{4} - F_1}{f_1} \right\} \times C.I$$

$N$  = நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்

$l_1$  = முதல் கால்மானம் அமைந்த வகுப்பின் கீழ்எல்லை.

$F_1$  = கீழ் எல்லை வரையுள்ள

நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்

$f_1$  = முதல் கால்மான வகுப்பின் நிகழ்வெண் & C.I. = பிரிவு இடைவெளி

**படி 2 : மூன்றாம் கால்மானம் காணுதல்.**

$$Q_3 = l_3 + \left\{ \frac{\frac{3N}{4} - F_3}{f_3} \right\} \times C.I.$$

$l_3$  = மூன்றாம் கால்மானம் அமைந்த வகுப்பின் கீழ்எல்லை

$F_3$  = கீழ்எல்லை வரையுள்ள கூட்டு நிகழ்வெண்

$f_3$  = மூன்றாம் கால்மானம் வகுப்பின் நிகழ்வெண் & C.I.= பிரிவு இடைவெளி

**படி 3 : கால்மான விலக்கம் =  $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$**

**எடுத்துக்காட்டு**

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வெண் பரவலுக்கு கால்மான விலக்கம் காண்க.

மதிப்பெண்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
மாணவர்கள்	4	15	28	16	7

கணக்கீடு

இடைவெளி C.I.	நிகழ்வெண் $f$	குவிவு நிகழ்வெண் c.f
0-10	4	4
10-20	15	19
20-30	28	47
30-40	16	63
40-50	7	70
கூடுதல்	70	-

படி 1: முதல் கால்மானம் ( $Q_1$ )

$$l_1 = 10; \frac{N}{4} = \frac{70}{4} = 17.5$$

$$F_1 = 4; f_1 = 15; C.I = 10$$

$$Q_1 = l_1 + \left\{ \frac{\frac{N}{4} - F_1}{f_1} \right\} \times C.I.$$

$$= 10 + \left\{ \frac{17.5 - 4}{15} \right\} \times 10 = 19$$

$$Q_1 = 19$$

படி 2 : மூன்றாம் கால்மானம் ( $Q_3$ )

$$l_3 = 30; \frac{3N}{4} = 52.5$$

$$F_3 = 47; f_3 = 16; C.I. = 10$$

$$Q_3 = l_3 + \left\{ \frac{\frac{3N}{4} - F_3}{f_3} \right\} \times C.I.$$

$$= 30 + \frac{52.5 - 47}{16} \times 10$$

$$= 33.44$$

$$\text{படி 3 : கால்மான விலக்கம்} = Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{33.44 - 19}{2} = 7.22$$

**கால்மான விலக்கத்தின் பண்புகள்**

- \* கணக்கிடுதல் எளிது.
- \* வேறுபாட்டெல்லை (Range) மூலம் புள்ளிவிவரங்களை அறிந்து கொள்வதைவிட கால்மானவிலக்கம் மூலம் அதிக துல்லியமாக தெரிந்துகொள்ளலாம்.
- \* எல்லையில் உள்ள ராசிகளினால் இதற்கு பாதிப்பது இல்லை (Extreme Items)
- \* பரவல் மையத்தில் உள்ள 50% இராசிகளை பற்றி உடனடிய தெரிந்துகொள்ள இயலும்.

**குறைபாடுகள்**

- \* பரவலில் முதல் 25% இராசிகளையும் கடைசி 25% இராசிகளை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்வதில்லை.
- \* இயற்கணித (Algebraic Treatment) கணக்கீட்டுக்கு உதவுவதில்லை.
- \* பரவலின் மையத்தில் அமையும் 50% இராசிகளை மட்டுமே கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.
- \* மாதிரி தொகுப்பு (Sample) களில் மாற்றம் ஏற்பட்டால், கால்மானவிலக்கம் மாற்றமடைகிறது.



### சராசரி விலக்கம் (Average deviation)

ஒவ்வொரு ராசியும் தனது கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து எவ்வளவு விலகியிருக்கிறது என்பதனை கண்டறிந்து அவற்றின் அதன் சராசரியை கணக்கிடுவதால் கிடைப்பது சராசரி விலக்கம் ஆகும்.

#### எடுத்துக்காட்டு (11)

கீழ்க்கண்ட எண்களின் சராசரி விலக்கத்தை கண்டுபிடி 35, 45, 62, 73, 47, 62

எண்	35	45	62	73	47	62	கூடுதல் 324
$d =  x - \bar{x} $	19	9	8	19	7	8	கூடுதல் 70

$$\text{எண்களின் சராசரி } \bar{x} = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{324}{6} = 54$$

$$\begin{aligned} \text{விலக்க சராசரி A.D} &= \frac{\Sigma d}{N} \\ &= \frac{\Sigma |x - \bar{x}|}{N} = \frac{70}{6} = 11.67 \end{aligned}$$

#### படிநிலைகள்

- ★ கூட்டு சராசரி கணக்கிடுக,  $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{N}$
- ★ சராசரியிலிருந்து விலக்கத்தை கண்டுப்பிடித்து கூட்டுத்தொகையை கணக்கிடுக.  $\Sigma |x - \bar{x}| = \Sigma d$
- ★ சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு விலக்க சராசரியை கணக்கிடுக.

#### நிகழ்வெண் பரவல் பட்டியலுக்கு விலக்க சராசரி கணக்கிடல்

பிரிவு C.I	நிகழ்வெண் $f$	பிரிவு இடைவெளி மையப்புள்ளி $x$	$fx$	$d =  x - \bar{x} $ $d =  x - 42.5 $	$fd$
10-20	5	15	75	27.5	137.5
20-30	5	25	125	17.5	87.5
30-40	8	35	280	7.5	60.0
40-50	9	45	405	2.5	22.5
50-60	6	55	330	12.5	75.0
60-70	4	65	260	22.5	90.0
70-80	3	75	225	32.5	97.5
கூடுதல்	40	-	1700	-	570.0

## படிநிலைகள்

- ✓ கூட்டு சராசரி  $\bar{x}$  ஐ கணக்கிடுக  $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1700}{40} = 42.5$
- ✓ சராசரியிருந்து விலக்கத்தை கணக்கிடுக.  $|x - \bar{x}| = d$
- ✓ நிகழ்வெண்ணையும் விலக்கத்தை பெருக்குக. ( $fd$ )
- ✓  $\Sigma fd$  கணக்கிடுக
- ✓ விலக்க சராசரி A.D. சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு கண்டுபிடிக்கவும்,

$$\frac{\Sigma fd}{\Sigma f} = \frac{570}{40} = 14.25$$

## சராசரி விலக்கத்தின் பண்புகள்

- \* இதனை புரிந்து கொள்வதும் கணக்கீடு செய்வதும் எளிது.
- \* கணக்கீடு எல்லா அளவுகளையும் சார்ந்துள்ளது.
- \* ஒப்பிடுதலுக்கு சிறந்த அளவை.
- \* நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட அளவை உறுதித்தன்மையுடையது.
- \* இது ஒரு துல்லியமான அளவீடு

## குறைபாடுகள்

- \* எண்களின் திசைகளை கணக்கில் கொள்வதில்லை (+,-)
- \* திறந்தவெளி வகுப்புக்கள் இருந்தால் இதனை கணக்கிட முடியாது.

## திட்ட விலக்கம் (Standard Deviation)

கார்ல் பியர்சன் (Karl Pearson) (1893) திட்ட விலக்க கருத்தை அறிமுகப்படுத்தினார். இதன் முக்கிய குறிக்கோள், கூட்டுசராசரியிலிருந்து எடுக்கப்படும் விலக்கத்தின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம் என்பதை தவிர்ப்பதேயாகும்.

திட்ட விலக்கம் என்பது சராசரியிலிருந்து எடுக்கப்படும் விலக்கத்தின் வர்க்கங்களின் சராசரியின் வர்க்கமூலம் ஆகும். (The root-mean square deviation)

திட்ட விலக்கத்தை 'σ' என்னும் குறியீட்டால் குறிப்போம்.

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{N}}$$

## எடுத்துக்காட்டு (12)

கீழ்க்கண்ட எண்களின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

35, 45, 62, 73, 47, 62

எண்கள் x	$d = x_i - \bar{x}$ $d = x_i - 54$	$d^2 = (x_i - \bar{x})^2$
35	-19	361
45	-9	81
62	8	64
73	19	361
47	-7	49
62	8	64
324	0	980

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{324}{6} = 54$$

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{980}{6}} = 12.8$$

**திட்டவிலக்கத்தின் பண்புகள்**

- \* கணக்கிடுதல் எளிது.
- \* பரவல் அளவீடுகளில் மிகச்சிறந்த அளவீடு
- \* கணக்கிடுதலில் எல்லா இராசிகளும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.
- \* உயர்பகுப்பாய்வுக்கு மிகவும் பயனுள்ளது.

**வரைபடம் (Graph)**

வரைபடம் வரையும் முறையை டெஸ்கார்ட்ஸ் (Descartes) கண்டறிந்தார். ஒன்றுகொன்று செங்குத்தான இரண்டு கோடுகளை ஆதாரமாகக் கொண்டு வரைவதை கண்டுபிடித்தார். அவ்விரண்டு கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளியை ஆதாரப்புள்ளி (ஆதிப்புள்ளி) என்று அழைக்கிறோம். வரைபடம் மூலம் மாறிகளின் உறவுகளின் தன்மையை மிக எளிதாக அறிந்து கொள்ளலாம். உதாரணமாக ஓர் ஆண்டின் மழையளவு, வெப்பநிலை அளவுகளை வரைபடம் மூலம் புரிந்துகொள்ளுதல்.

வரைப்படங்கள் மனதை கவர்வதாகவும், புள்ளி விவரங்களை விளக்க வல்லதாகவும் இருக்கும். வரைப்படத்தை, புள்ளியியல் வரைபடம், கணிதவியல் வரைபடம் என்று இருவகையாக பிரிக்கலாம். புள்ளியியல் வரைபடங்களான செவ்வக பட்டை விளக்கப்படம், என்பது அடிப்படை கணிதவியல் வரைபடங்களே.

வரைபடத்தில் ஒரு புள்ளியை குறிக்க இரண்டு மதிப்புகள் தரப்படவேண்டும் (x மதிப்பு, y=மதிப்பு) (abscissa, ordinate) எனப்படும்.

முதல்கால்பகுதி XOY -ல் x-ன் மதிப்பு y-ன் மதிப்பு மிகைமதிப்பாக இருக்கும்

இரண்டாம்கால்பகுதி X'OY -ல் x-ன் மதிப்பு குறை மதிப்பாகவும், y-ன் மதிப்பு மிகை மதிப்பாகவும் இருக்கும்

மூன்றாம்கால்பகுதி  $X'OY'$  -ல்  $x$ -ன் மதிப்பும்  $y$ -ன் மதிப்பும் குறை மதிப்புகளாகவே இருக்கும்

நான்காம்கால்பகுதி  $XOY'$  -ல்  $x$ -ன் மதிப்பு மிகை மதிப்பாகவும்,  $y$ -ன் மதிப்பு குறைமதிப்பாகவும் இருக்கும்.

ஆதிப்புள்ளியை  $(0,0)$  என்றும்

$x$  அச்சில் உள்ள புள்ளி  $(0,y)$  என்றும்

$y$  அச்சில் உள்ள புள்ளி  $(x,0)$  என்றும் அமையும்.

வரைப்படத்தில் புள்ளிகளை குறித்தல்

எடுத்துக்காட்டு (13)

வரைப்படத்தில்  $A(4, 2)$ ,  $B(-5,3)$ ,  $C(-4,-5)$  மற்றும்  $D(5,-2)$  என்ற புள்ளிகளை குறித்தல்

$X = 0$  என்ற சமன்பாடு  $Y$  அச்சையும்

$Y=0$  என்ற சமன்பாடு  $X$  அச்சையும் குறிக்கும்.

$x=3$  என்ற சமன்பாடு  $y$  அச்சுக்கு '3' அலகுதூரத்தில் (வலப்புறம்) இணையாக இருக்கும்.

$x = -3$  என்ற சமன்பாடு  $y$  அச்சுக்கு '-3' அலகுதூரத்தில் (இடதுபுறம்) இணையாக இருக்கும்.

$y=5$  என்ற சமன்பாடு  $x$  அச்சுக்கு ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து '5' அலகுதூரத்தில் (மேல்புறம்) இணையாக இருக்கும்.

$y = -4$  என்ற சமன்பாடு  $x$  அச்சுக்கு '-4' அலகுதூரத்தில் (கீழ்புறம்) இணையாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு (14)

1.  $x=4$  என்ற பாட்டின் கோட்டை வரைப்படத்தில் குறிக்கவும்.

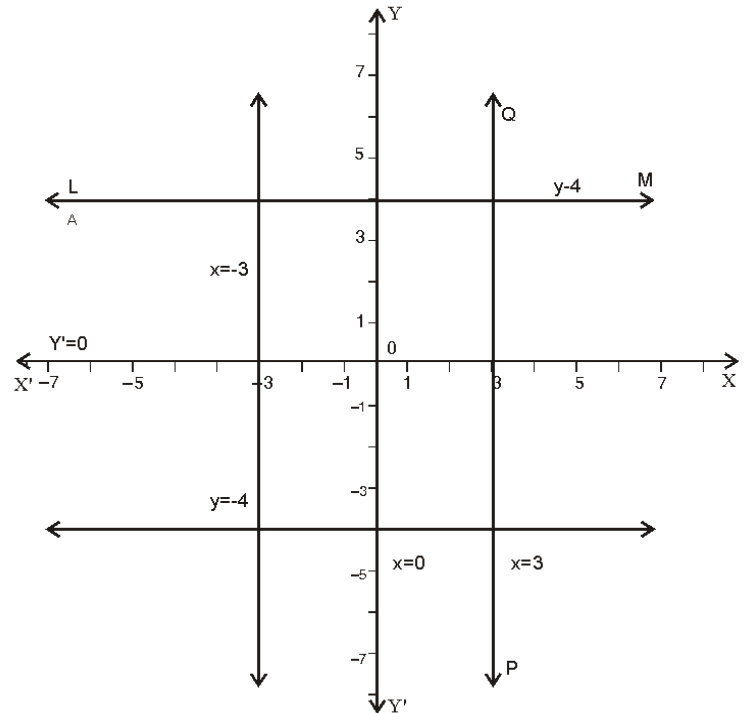
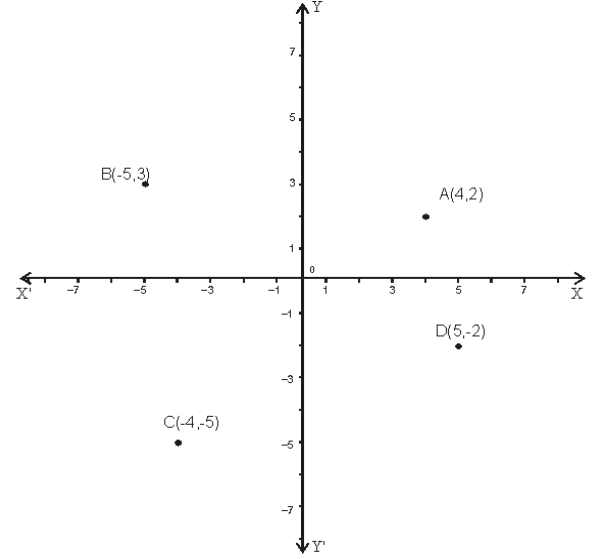
2.  $y=4$  என்ற பாட்டின் கோட்டை வரைப்படத்தில் குறிக்கவும்.

தீர்வு

வரைபடம்  $y=4$  ஒரு நேர்கோடாகும் (LM)

$y=4$  என்னும் கோடு  $\overline{LM}$  என்பது  $x$  அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும்.

இக்கோடு  $x$  அச்சிலிருந்து மேற்புறமாக 4 அலகு தூரத்தில் இணையாக செல்லும்.



வரைபடம்  $x=3$ . இதுவும் ஒரு நேர்கோடாகும் ( $\overline{PQ}$ ).

$y=3$  என்னும் கோடு ( $\overline{PQ}$ )  $y$  அச்சக்கு இணையாக இருக்கும்.

இக்கோடு  $x$  அச்சிலிருந்து மேற்புறமாக 3 அலகு தூரத்தில் இணையாக செல்லும்.

**கோட்டுச் சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைதல்**

ஒரு சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு நேர்கோடாக அமையுமானால் அதனை கோட்டுச் சமன்பாடு என்று அழைக்கலாம்.

- \* சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் சில புள்ளிகளை குறிக்கவும்.
- \* அப்புள்ளிகள் வழியே செல்லும் கோட்டினை வரையவும்.
- \* இரண்டு புள்ளிகள் வழியே ஒரு நேர்கோடு வரையலாம். மூன்றாம் புள்ளி உறுதி செய்யும்.

**மாதிரி 1**

சமன்பாடு  $y=mx$  என்ற அமைப்பில் இருப்பின் வரைபடம் வரைதல். ( $m$  ஒரு விகிதமுறு எண்)

**எடுத்துக்காட்டு (15)**

$y=3x$  ன் வரைபடம் வரைக.

**படிநிலை 1**

மூன்று பொருத்தமான மதிப்புக்களை மாறி  $x$  க்கு பிரதியிட்டு  $y$  ன் மதிப்பை காண்க.

$$x=0 \text{ எனில் } y=3(0)=0$$

$$x=1 \text{ எனில் } y=3(1)=3$$

$$x=3 \text{ எனில் } y=3(-1)=-3$$

**படிநிலை 2**

புள்ளிகளின் ஜோடிகளுக்கு அட்டவணை தயார் செய்யவும்

x	0	1	-1
y	0	3	-3

**படிநிலை 3**

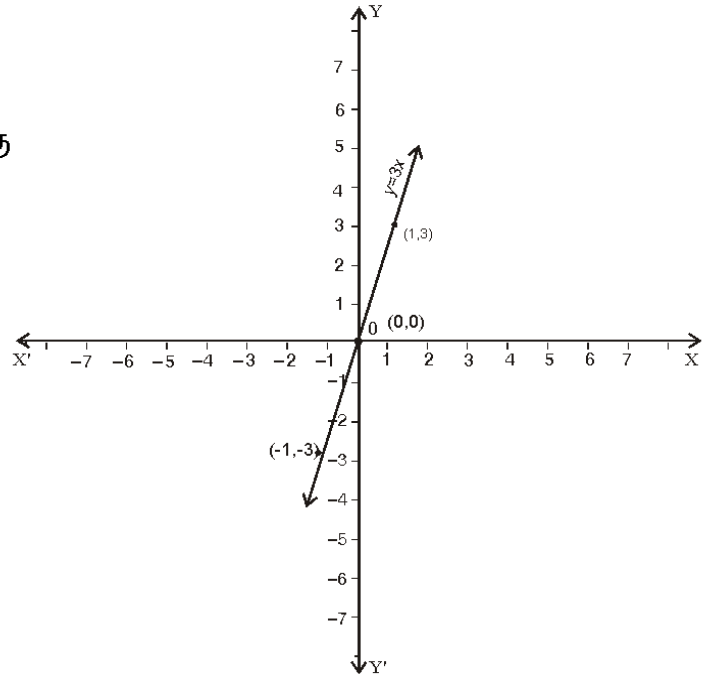
வரைப்படத்திற்கு சரியான அளவுத் திட்டத்திற்கு திட்டமிடவும்.

**படிநிலை 4**

புள்ளிகளை குறித்து நேர்கோடு வரைந்து பெயரிடவும்

**மாதிரி 2**

சமன்பாடு  $y = mx + c$  ( $c$  ஒரு விகிதமுறு எண், பூஜ்ஜியம் அல்ல) என்ற அமைப்பிற்கு வரைபடம் வரைதல்.



## எடுத்துக்காட்டு (16)

$y=3x+2$  ன் வரைபடம் வரைக.

### படிநிலை 1

$x$  க்கு மூன்று பொருத்தமான மதிப்புகள் கொடுத்து  $y$  ன் மதிப்புகளைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

### படிநிலை 2

பின்பு அவற்றைக் கொண்டு அட்டவணை தயார் செய்க.

x	0	0	-1
y	5	2	-1

### படிநிலை 3

அளவுத் திட்டம்

$x$  அச்சில் 1 செ.மீ = 1 அலகு

$y$  அச்சில் 1 செ.மீ = 1 அலகு

### படிநிலை 4

புள்ளிகளை குறித்து நேர்கோடு வரைந்து பெயரிடவும்.

### மாதிரி 3

$y = -mx + c$  என்ற அமைப்பிற்கு வரைபடம் வரைதல்

## எடுத்துக்காட்டு (17)

$y = -2x + 1$  ன் வரைபடம் வரைதல்.

### படிநிலை 1

$x$ -க்கு மூன்று பொருத்தமான மதிப்புகளை கொடுத்து  $y$ -ன் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

### படிநிலை 2

புள்ளிகளுக்கு அட்டவணை தயார் செய்க.

x	-1	1	2
y	3	-1	-3

### படிநிலை 3

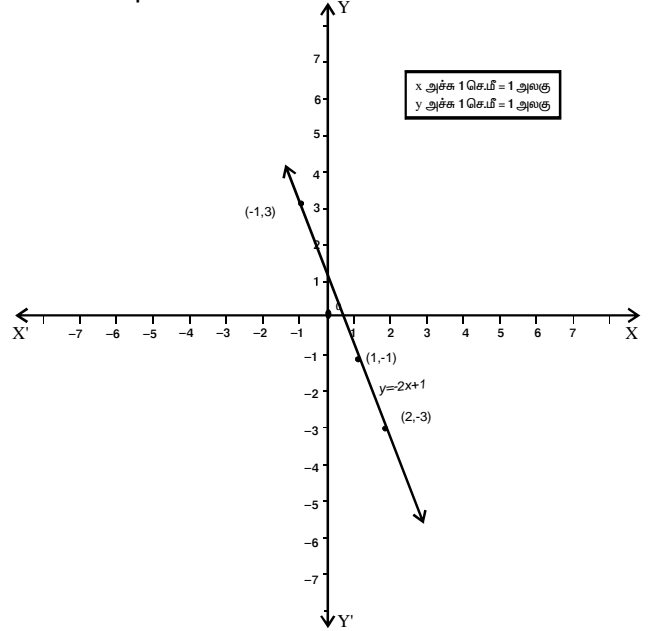
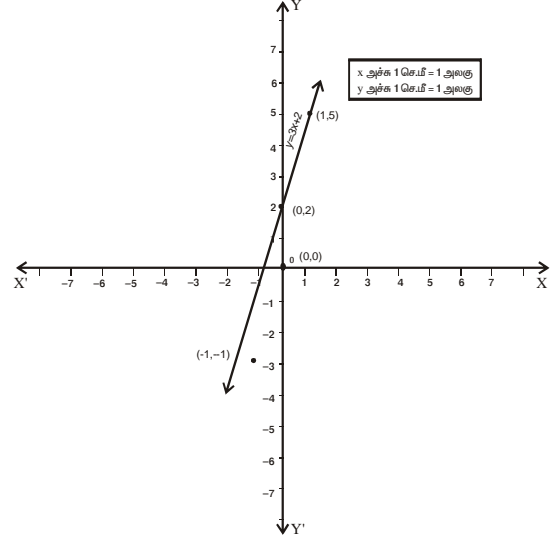
அளவுத்திட்டம்

$x$  அச்சில் 1 செ.மீ = 1 அலகு

$y$  அச்சில் 1 செ.மீ = 1 அலகு

### படிநிலை 4

புள்ளிகளை குறித்து கோடு வரைந்து, பெயரிடவும்



#### மாதிரி 4

சமன்பாடு  $y = mx + c$  ன் ( $m, c$  விகிதமுறு எண்கள் ; ஆனால் பூஜ்ஜியம் அல்ல)

#### எடுத்துக்காட்டு (18)

$y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}$  ன் வரைபடம் வரைக.

#### படிநிலை 1

$x$ -க்கும் பொருத்தமான மதிப்புக்களை பிரதியிட்டு  $y$ -ன் மதிப்புகளை கண்டுபிடிக்கவும்.

$$x = 3 \text{ என்போம். } y = \left(\frac{2}{3} \times 3\right) - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x = 6 \text{ எனில் } y = \left(\frac{2}{3} \times 6\right) - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x = -3 \text{ எனில் } y = \left(\frac{2}{3} \times -3\right) - \frac{3}{2} = \frac{-7}{2}$$

#### படிநிலை 2

அட்டவணை தயார் செய்க.

x	3	6	-3
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{-7}{2}$

#### படிநிலை 3

அளவுத்திட்டம் தயார் செய்க.

$x$  அச்ச 1 செ.மீ = 1 அலகு

$y$  அச்ச 1 செ.மீ = 1 அலகு

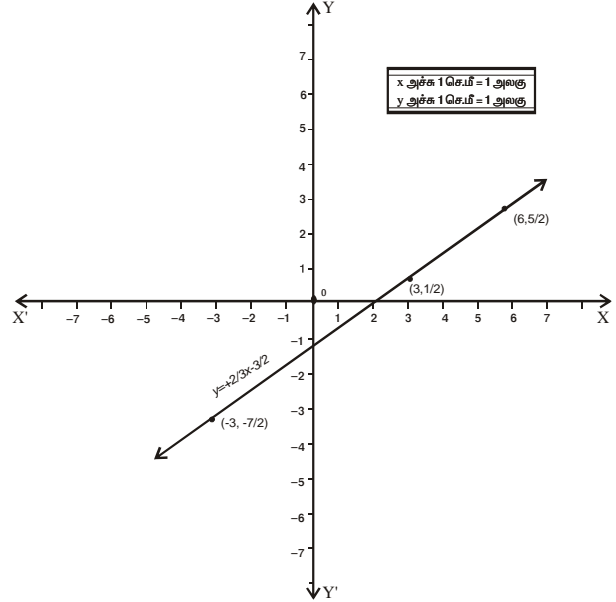
#### படிநிலை 4

புள்ளிகளை வரைக.

கோடு வரைந்து; பெயரிடுக.

#### குறிப்பு

1. இரு அச்சுகளிலும் ஒரே அளவுத்திட்டம் எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும் என்ற அவசியம் இல்லை.
2. கோட்டுச்சமன்பாடு  $ax+by+c=0$  என்ற உருவில் இருந்தாலும்  $y=mx+c$  என்ற உருவுக்கு மாற்றம் செய்து முன்பு போலவே தொடரலாம்.



## எடுத்துக்காட்டு (19)

$3x+2y-4=0$  என்னும் சமன்பாட்டை  $y = mx + c$  வடிவத்தில் மாற்றினால்

என

கிடைக்கும்

இதேபோல்  $x-3y-4=2$  என்னும் சமன்பாட்டை  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$  என எழுதலாம் அல்லவா !

## வரைபடத்தின் பயன்கள்

- ✓ கோட்டு வரைபடத்தை வாழ்க்கை கணக்குகளுக்கும் வரையலாம்.
- ✓ வாழ்க்கை கணக்கின் வரைபடத்திலிருந்து நமக்கு தேவையான தொடர்புள்ள செய்திகளை பெறலாம்.

## எடுத்துக்காட்டு (20)

ஒருவர் தனது மிதிவண்டியில் சீராக ஒரு மணிக்கு 5 கி.மீ. வேகத்தில் செல்கிறார். அவர் 4 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் சென்று இருப்பார் என்பதை வரைபடம் மூலம் கண்டுபிடி.

தீர்வு

காலத்தை 'x' எனவும் சென்ற தூரத்தை y எனவும் கொண்டு 'y' ன் சமமான மதிப்புக்களை கண்டறிந்து அட்டவணைப்படுத்துக.

x	1	2	5
y	5	10	25

அளவுத்திட்டம்

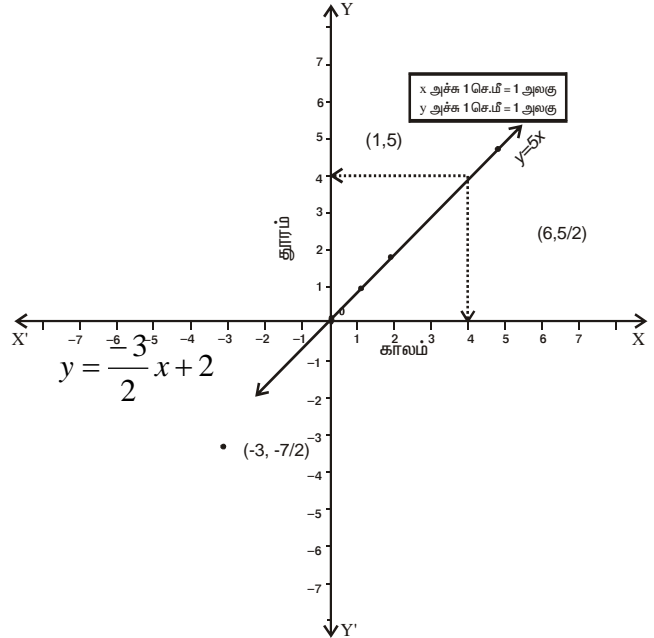
x அச்சு 1 செ.மீ. = 1 மணி

y அச்சு 1 செ.மீ = 5 கி.மீ

வரைப்படம்

வரைப்படத்தில் புள்ளிகளை குறித்து, கோட்டால் இணைக்கலாம். பின்பு பெயரிடவும்.

x அச்சில் 4 மணி என்ற புள்ளியிலிருந்து செங்குத்துக்கோடு வரைக. அது வரைபடக் கோட்டை வெட்டுமிடத்திலிருந்து x அச்சுக்கு இணைகோடு வரை. அது y அச்சை எங்கு தொடுகிறதோ அந்த அளவு 4 மணி நேரத்தில் செல்லும் தூரத்தை குறிக்கும். இதேபோல செல்லும் தூரத்திற்கான காலத்தையும் கணக்கிடலாம்.





## கற்றவை

- ★ வரையறைகள்
- ★ விவரங்களை சேகரித்தல்
- ★ வகைப்படுத்துதலும், அட்டவணைபடுத்தலும்
- ★ புள்ளியியல் வரைபடம்
- ★ மையப்போக்களவைகள்
- ★ கூட்டுச்சராசரி
- ★ இடைவெளி
- ★ முகடு
- ★ பரவல் அளவைகள்
- ★ வேறுபட்டடெல்லை
- ★ கால்மான விலக்கம்
- ★ சராசரி விலக்கம்
- ★ தரவிலக்கம்
- ★ வரைப்படம் (Graph)
  - ✓  $y = mx$
  - ✓  $y = mx + c$
  - ✓  $4x + by + c = 0$
  - ✓ பயன்கள்

## செய்முறை வழுவியல்

(Practical Geometry)

### 4.1. வரலாறு

கணிதவியலில் உள்ள பல உட்பிரிவுகளில் ஒன்று வடிவியல் ஆகும். வடிவம், பொருட்களின் இருப்பிடம், அளவைகள் ஆகிய கருத்துக்களின் பயன்பாடுகள் மற்றும் தேவையின் அடிப்படையில் உருவானது வடிவியல் எனலாம். வடிவியல், மனிதர்களின் வாழ்க்கைப் பயன்பாட்டுடன் நெருங்கிய தொடர்புடையது ஆகும். பல நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்பிருந்தே இந்தியர்கள் மட்டுமின்றி எகிப்து, கிரேக்க, பாபிலோனியா நாட்டினரும் வடிவியல் கருத்து சார்ந்த, கட்டிடக்கலையைச் சிறப்பித்தனர். மனிதகுல நாகரிகத்திற்கும், கலாசாரத்திற்கும் எடுத்துக்காட்டாக விளங்கும் பல்வேறு கட்டுமானப் பணிகளுக்கும், நில அளவைகளுக்கும் பிறப்பிடமாக அமைந்தது வடிவியல் கருத்துக்களேயாகும். கிரேக்க கட்டிடக்கலை, எகிப்தியக் கட்டிடக்கலை ஆகியவற்றில் வரலாற்றுச் சிறப்புமிக்க பல நினைவுச் சின்னங்கள் அமைக்கப்பட்டு, பாதுகாக்கப்பட்டு இன்றளவும் பேசப்படுகின்றன. இந்தியர்களும் வடிவியல் அறிவில் மிகுந்த தேர்ச்சி பெற்று பல அரிய கலைப் பொக்கிஷங்களை உருவாக்கினர் எனில் அது மிகையன்று. ஹரப்பா, மொகஞ்சதாரோ அகழ்வுகளில் கண்டெடுக்கப்பட்ட நாகரீக நகரங்கள் பண்டைய இந்தியர்களின் வடிவியல் அறிவின் ஆழத்தைப் புலப்படுத்துகிறது. கோயில் கட்டிடங்கள், குடைவரைக் கோயில்கள், சிற்பங்கள், அணைகள், நகரமைப்புகள், கோட்டைகள், அரண்மனைகள் போன்றன இந்தியர்களின் வடிவியல் புலமைக்கு சான்றுகளாக உள்ளன. இன்றும் நடைமுறையில் உள்ள பாம்பன் பாலம் திட்பமும், நூட்பமும் கொண்ட வடிவியல் அமைப்பின் வெளிப்பாடாக விளங்குகிறது.

அண்டம் (Space) பற்றிய பல உண்மைகளை விளக்கவும் வடிவியல் கருத்துக்கள் துணை புரிந்தன எனலாம். பூமி தட்டையானது என்று காலங்காலமாய் கருதிய மனிதனின் நம்பிக்கைக்கு மாறாக, பூமி உருண்டையானது என விளக்கியது வடிவியல் உண்மைகளேயாகும். மேலும் சூரியனைச் சுற்றியே அனைத்துக் கோள்களும் இயங்குகின்றன என்றும் அறியப்பட்டது. அண்டத்தில் உள்ள நட்சத்திரங்கள், கோள்கள் போன்றவற்றின் அமைப்புகள், கால மாறுதலுக்கேற்ப அவற்றின் இருப்பிடங்கள், அவற்றின் பாதிப்புகள் ஆகியவற்றைக் கணிக்கும் வானஇயல் ஆனது வடிவியல் கருத்துக்களை அடிப்படையாகக் கொண்டதேயாகும்.

இயற்கையின் படைப்பிலும் வடிவியலின் பங்கு மகத்துவமானது. தேனீக் கூட்டில் உள்ள அறைகள் ஒழுங்கு அறுகோண வடிவில் அமைந்துள்ளது. மீன். பாம்பு போன்ற உயிரினங்கள் ஊர்ந்து செல்லும் பாதையானது கோசைன், சைன், மடக்கை சார்புகளின் (Series) வளை வரையை ஒத்திருக்கும் என்பதனைக் கூட உற்று நோக்கி அறியலாம்.

மேலும் உலகநாடுகளுக்கு சவால் விடும் வகையில் ISRO விஞ்ஞானிகளால் உருவாக்கப்பட்டு 2008-ல் ஏவப்பட்ட சந்திராயன் விண்கலம் பூமியில் இருந்து சந்திரனை அடைந்த பாதை மற்றும் சந்திரனின் சுற்றுப்பாதை ஆகியவற்றின் கணக்கீடுகளும் செயல்பாடுகளும் கணித வடிவியலையே சார்ந்தது என்பதை அறியலாம்.

## 4.2. செய்முறை வடிவியல் – அறிமுகம்

கணிதவியலின் வடிவியல் பகுதியை

(1) அறிமுறை வடிவியல் (Theoretical Geometry)

(2) செய்முறை வடிவியல் (Practical Geometry)

என இருபெரும் பிரிவுகளாக பிரிக்கலாம்.

### 4.2.1. அறிமுறை வடிவியல்

வடிவியலின் அடிப்படைக் கருத்து புள்ளி எனலாம். புள்ளியை ஆதாரமாகக் கொண்டே, கோடு, தளம், வளைகோடு, வளைதளம், சமதள உருவங்கள், கன உருவங்கள் என கருத்துக்கள் விரிந்து கொண்டே செல்கின்றன. இவற்றைப் பற்றியும் இவற்றிற்கிடையேயான (Connectivity) தொடர்புகளையும் பல அரிய தேற்றங்கள் (Theorems), உண்மைசார் வாக்கியங்கள் (Axioms), உரைகோள்கள் (Postulates) வாயிலாக, கணித அறிஞர்கள் ஆராய்ந்து, உலகிற்கு அளித்துள்ளனர். இவ்வாறு ஆராயப்பட்ட கணித உண்மைகளை நிரூபணங்கள் வாயிலாக அறியச் செய்வது அறிமுறை வடிவியல் எனப்படும். தேற்றங்களின் வாயிலாக பெறப்படும் விதிகளின் துணை கொண்டு கிளைத் தேற்றங்கள் (Corollaries), தேற்றங்களை அடிப்படையாகக் கொண்ட கணக்குகள் (Riders) ஆகியன உருவாகின்றன. வடிவியல் புலமையை மேம்படுத்த அறிமுறை வடிவியல் உதவுகிறது.

### 4.2.2. செய்முறை வடிவியல்

வடிவியல் கருவிப்பெட்டியில் உள்ள கவராயம், அளவுகோல் ஆகியவற்றை மட்டும் பயன்படுத்தி, புள்ளி, கோடு, ஆரவளை போன்ற கோட்டு உருவங்கள் மூலம் வடிவியல் உருவங்களை வரையவும், வரைமுறைகள் வாயிலாக வடிவியல் கருதுகோள்களை அறியவும் உதவுவது செய்முறை வடிவியல் ஆகும்.

கவராயம், அளவுகோல் ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி வரையப்படும் வரைமுறைகள் அனைத்தும், புள்ளி, கோடு, வட்டம் ஆகியவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றினை மையப்படுத்தியே வரையப்படுகிறது. அவ்வாறு வரையும்போது பின்வரும் செயல்பாடுகளின் அடிப்படையில் (Basic Constructions) அமைந்துள்ளன எனலாம். அவையாவன,

- ★ கொடுக்கப்பட்ட (அ) அமைக்கப்பட்ட இருபுள்ளிகளில் இருந்து ஒரு கோட்டினை உருவாக்குதல்
- ★ ஒரு புள்ளியை மையமாகவும், மற்றொரு புள்ளியின் வழியாகவும் வரையப்பட்ட வட்டம் அல்லது ஆரவளை

- ★ இரு இணையற்ற கோடுகளின் வெட்டுப்புள்ளி
- ★ வட்டம் அல்லது ஆரவளையை ஒரு கோடு வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்று/இரண்டு வெட்டுப்புள்ளிகள்.
- ★ இரு ஆரவளை அல்லது இரு வட்டங்கள் வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்று/இரண்டு வெட்டுப்புள்ளிகள்.

மேற்கண்ட செயல்பாடுகளைக் கொண்டு

- ★ வடிவியல் உருவங்கள் வரையவும்
- ★ வடிவியல் கருத்துக்களை அறியவும்

உதவுவதே செய்முறை வடிவியல் ஆகும். அறிமுறை வடிவியலில் அறிந்த கருத்துக்களை செய்முறை வடிவியலில் செயல்படுத்தப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு துல்லியமாக படங்களை வரைவதற்குரிய திறனை வளர்க்க செய்முறை வடிவியல் உதவுகிறது.

### 4.3. முக்கோணங்கள்

முக்கோணம் என்பது மூன்று கோட்டுத் துண்டுகளால் அடைபட்ட உருவம் என அறிவோம்.

முக்கோணத்தை ஒரு எளிய பல கோணம் எனவும் கூறலாம்.

கோணத்தின் அடிப்படையிலும், பக்கங்களின் அடிப்படையிலும் முக்கோணங்களின் வகைகளை ஏற்கனவே அறிந்துள்ளோம்.

ஒரு முக்கோணம் வரைய மூன்று அளவுகள் தேவை. அந்த மூன்று அளவுகளும் பின்வருமாறு அமையலாம் :

- ★ மூன்று பக்க அளவுகள்.
- ★ இரண்டு பக்க அளவுகளும் ஒரு கோண அளவும்.
- ★ ஒரு பக்க அளவும் இரு கோண அளவுகளும்

### சிந்திக்க

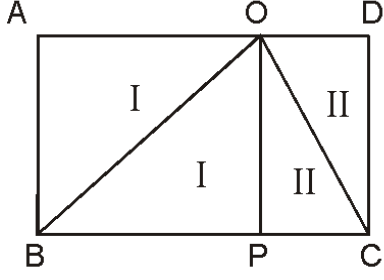
ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோண அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் வரைய இயலுமா ?

அத்தகைய முக்கோணங்கள் ஒருமைத் தன்மையதாக இருக்க இயலுமா ?

$$\text{முக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times \text{அடிப்பக்கம்} \times \text{குத்துயரம்.}$$

$$= \frac{1}{2}bh \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

இது எவ்வாறு பெறப்பட்டது எனக் காண்போம்.



ABCD என்ற செவ்வகத்தில்,

$\overline{AD}$  என்ற பக்கத்தில், O என்ற புள்ளியை அமைத்து,  $\Delta BOC$  ஐ அமைக்க.  $\overline{OP} \perp \overline{BC}$  ஐ வரைக. இப்போது செவ்வகம் ABCD ஆனது,  $\Delta BOC$ -ன் இருமடங்கிற்குச் சமம் என அறியலாம்.

$$\begin{aligned}
 \text{செவ்வகத்தின் பரப்பு} &= 2 \text{ முக்கோணத்தின் பரப்பு.} \\
 \Delta BOC \text{ ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} [\text{செவ்வகத்தின் பரப்பு}] \\
 &= \frac{1}{2} [\overline{BC} \times \overline{CD}] \text{ அல்லவா} \\
 &= \frac{1}{2} [\overline{BC} \times \overline{OP}] \\
 &= \frac{1}{2} [\text{முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம்} \times \text{குத்துயரம்}] \\
 \text{முக்கோணத்தின் பரப்பு} &= \frac{1}{2} bh \text{ சதுர அலகுகள் எனலாம்.}
 \end{aligned}$$

#### 4.3.1 செங்கோண முக்கோணம்

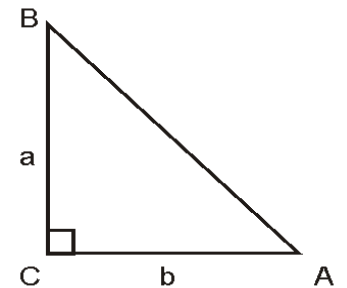
ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரைய செங்கோண அளவைத் தவிர இரு அளவுகள் போதுமானது. அவை

- \* இருபக்க அளவுகள். \* ஒருபக்க அளவு மற்றும் ஒரு கோண அளவு எனக் கொடுக்கப்பட்டுந்தால் செங்கோண முக்கோணம் வரைய இயலும்.

செங்கோண முக்கோணம் ABC-ல், செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களின் அளவுகள்  $a, b$  எனில்,

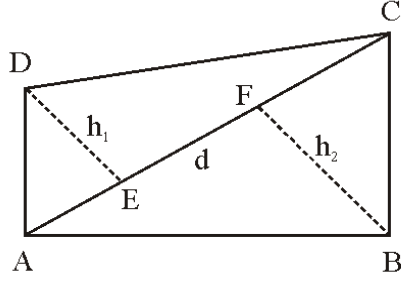
செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு  $= \frac{1}{2} \times ab$  எனக் கூறலாம் அல்லவா.

அதாவது, செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு  $= \frac{1}{2} ab$  ச.அ.



#### 4.4. நாற்கரங்கள்

ஒரு தளத்தில் வரையப்பட்ட நான்கு கோடுகளால் அடைபட்ட உருவம் நாற்கரம் எனப்படும். நாற்கரம் என்பது பொதுப்பெயர். இதற்கு பக்கங்களைப் பொறுத்தோ, கோணங்களைப் பொறுத்தோ அல்லது மூலைவிட்டங்களைப் பொறுத்தோ எவ்வித தனிச்சிறப்புப் பண்புகள் இல்லை.



$$\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2) \text{ ச.அ.}$$

இது எவ்வாறு பெறப்பட்டது எனக் காண்போம்.

மேற்கண்ட ABCD என்ற நாற்கரத்தில்  $\overline{AC}$  என்ற மூலைவிட்டத்தை வரைவோம். இதன் அளவு 'd' என்க. இம்மூலை விட்டத்திற்கு எதிர் முனைகளாகிய B, D ல் இருந்து முறையே  $\overline{DE}$ ,  $\overline{BF}$  என்ற செங்குத்துக் கோடுகளை வரைவோம். இவற்றின் நீளங்கள்  $h_1$ ,  $h_2$  என்க. இப்போது,

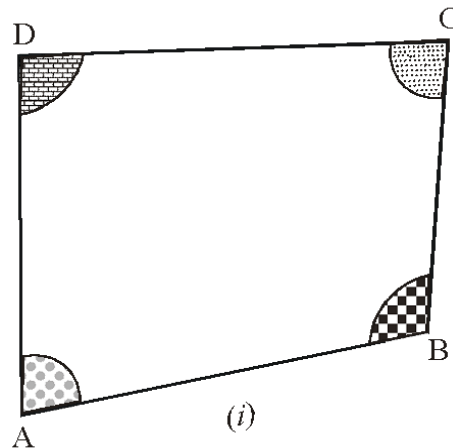
$$\begin{aligned} \text{நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பு} &= \Delta ACB \text{ ன் பரப்பு} + \Delta ACD \text{ ன் பரப்பு} \\ &= \frac{1}{2} d h_1 + \frac{1}{2} d h_2 = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2) \end{aligned}$$

$$\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2) \text{ சதுர அலகுகள் ஆகும்.}$$

நாற்கரத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் எவ்வாறு அமைகின்றது என்பதனை கீழ்க்கண்ட செயல்பாடு கொண்டு அறியலாம்.

ABCD என்ற நாற்கரத்தை வரைக. அதன் நான்கு கோணங்களையும் ஒரே அளவு கொண்ட வட்ட துண்டுகளாக தனியாக வெட்டி எடுத்து படம் (ii)-ல் கண்டவாறு பொருத்தினால் அது ஒரு வட்டம் ஆக அமைவதைக் காணலாம். இதிலிருந்து ஒரு நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல்  $360^\circ$  என அறியலாம். ஏனெனில் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றியுள்ள கோணத்தின் அளவு  $360^\circ$  அல்லவா!

❖ ஒரு நாற்கரம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத ஐந்து அளவுகள் தேவையாகும்.



## கற்றல் செயல் :

ஏதேனும் ஒரு நாற்கரம் வரைந்து அதன் நான்கு கோண அளவுகளையும் அளந்து அவற்றின் கூடுதல் காண்க. பின்பு அவற்றை ஒரே ஆரம் கொண்ட வட்டத் துண்டுகளாக வெட்டி, ஒட்டிப் பார்க்க.

### 4.4.1 கற்றல் படிகள்

செய்முறை வடிவியலில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கேற்ப வடிவங்கள் வரையும் போது பின்பற்ற வேண்டிய வழிமுறைகளைக் காண்போம்.

- (1) உதவிப்படம் வரைந்து, அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறித்தல்.
- (2) உதவிப்படத்தின் துணையுடன் ஒவ்வொரு படியாக சரியான வடிவம் வரைதல்.
- (3) நாற்கரங்களை வரைதலில் முதலில் ஒரு முக்கோணத்தை பூர்த்தி செய்தபின்பு, நான்காவது புள்ளியைக் காண வேண்டும். அதன் பின்பு, வடிவத்தை பூர்த்தி செய்தல் வேண்டும். எந்த முக்கோணத்தை முதலில் வரைய வேண்டும் என்பதனை உதவிப்படம் கொண்டு தீர்மானித்தல்.
- (4) வடிவத்தின் பரப்பளவு காணல்.

### 4.4.2 வட்ட நாற்கரங்கள்

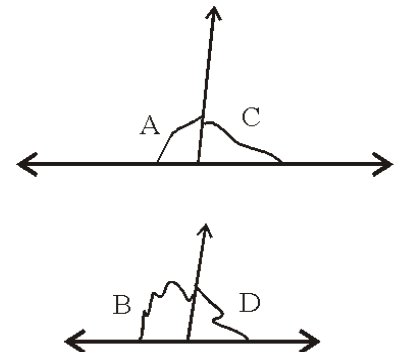
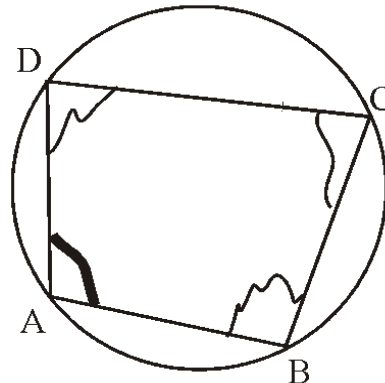
ஒரு நாற்கரத்தின் நான்கு முனைப்புள்ளிகளும் ஒரே வட்டப் பரிதியில் அமையுமானால் அது ஒரு வட்ட நாற்கரம் ஆகும்.

ஒரு வட்டத்தின் பரிதியின் மீது அமைந்த ஏதேனும் நான்கு புள்ளிகளை இணைத்தால் கிடைப்பது வட்ட நாற்கரம் எனவும் கூறலாம்.

## செய்து பார்க்க

ABCD என்ற வட்ட நாற்கரத்தை அமைத்துக் கொள்க.  $\angle A$  மற்றும்  $\angle C$  ஐ வெட்டி படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஒன்றாக பொருத்துக. அவ்வாறே,  $\angle B$  மற்றும்  $\angle D$  ஐ ஒன்றாக பொருத்துக. ஒவ்வொரு சோடிக் கோணங்களும் சேர்ந்து ஒரு நேர்கோட்டினை உருவாக்குகிறது, அல்லவா!

எனவே ஒரு வட்ட நாற்கரத்தின் எதிரெதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகள். அதாவது ஒரு ஜோடி எதிரெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல்  $180^\circ$  ஆகும்.



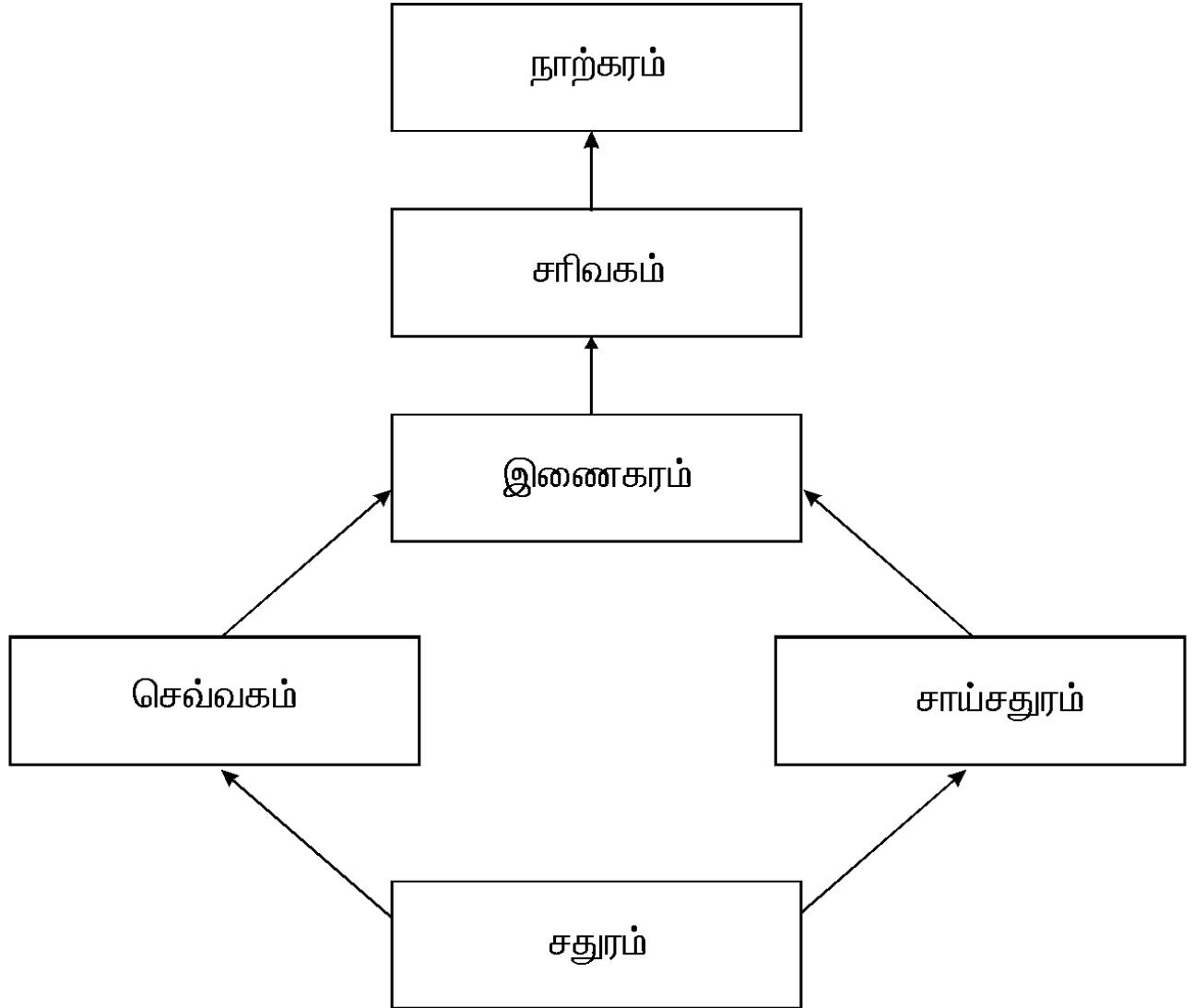
#### 4.5. சிறப்பு நாற்கரங்கள்

நாற்கரம் என்பது ஒரு பொதுப் பெயர் என ஏற்கனவே அறிந்தோம் அல்லவா !

ஒரு நாற்கரத்தின் பக்கங்கள், கோணங்கள், மூலை விட்டங்கள் ஆகியன ஏதேனும் தனிச்சிறப்பு பெற்றிருந்தால் அவை சிறப்புப் பெயர்களால் அழைக்கப்படும்.

சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம், ஆகியன நாற்கரக் குடும்பத்தைச் சேர்ந்தவை ஆகும். இவை ஒவ்வொன்றும் பக்கம், கோணம், மூலைவிட்டங்கள் ஆகியவற்றினைப் பொறுத்து சிறப்புப் பண்பினைப் பெற்றுள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, நான்கு பக்கங்களின் அளவுகள் சமமாகவும், நான்கு கோணங்களின் அளவுகள் சமமாகவும் உள்ள நாற்கரத்தின் சிறப்புப் பெயர் சதுரம் ஆகும்.

#### நாற்கரக் குடும்பம்





#### 4.5.1 இணைகரம்

##### வரையறை

ஒரு நாற்கரத்தின் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாகவும், அளவில் சமமாகவும் இருந்தால் அந்த நாற்கரம் இணைகரம் எனப்படும்.

ABCD என்ற இணைகரத்தை கருதுக.

இதில்  $\overline{AB}$ ,  $\overline{DC}$  என்பவை ஒரு ஜோடி எதிர்ப்பக்கங்கள்.

இதே போன்று  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$  என்பவை மற்றொரு ஜோடி எதிர்ப்பக்கங்கள்.

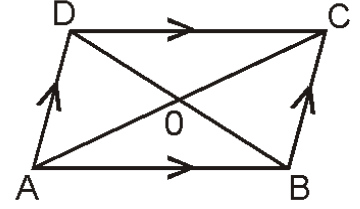
ABCD என்ற இணைகரத்தில்

எதிர்ப்பக்க அளவுகள் சமம். அதாவது,

$$\overline{AB} = \overline{DC} \text{ மற்றும் } \overline{AD} = \overline{BC}$$

எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும்.

எனவே,  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  மேலும்  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



எதிரெதிர்க் கோண அளவுகள் சமம்.

$$m\angle A = m\angle C \text{ மற்றும் } m\angle B = m\angle D$$

மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக் கூறுகளாக பிரிக்கும். அதாவது, மேற்கண்ட படத்தில்,

$$\overline{AO} = \overline{OC} \text{ மேலும் } \overline{BO} = \overline{OD}$$

அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல்  $180^\circ$  ஆகும். அதாவது,

$$m\angle A + m\angle B = m\angle B + m\angle C = m\angle C + m\angle D = m\angle D + m\angle A = 180^\circ \text{ ஆகும்.}$$

பொதுவாக ஒரு நாற்கரம் வரைய ஐந்து அளவுகள் தேவை அல்லவா ! ஆனால் ஒரு இணைகரம் வரைய மூன்று அளவுகள் போதுமானது. ( ஏன்? சிந்திக்க.)

**இணைகரம் வரையத் தேவையான மூன்று அளவுகள் பின்வருமாறு அமையலாம்**

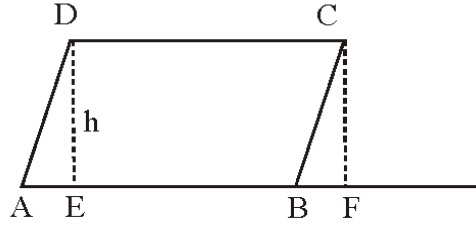
- ★ இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களின் அளவு மற்றும் ஒரு கோண அளவு.
- ★ இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களின் அளவு மற்றும் ஒரு மூலைவிட்ட அளவு.
- ★ இரண்டு மூலைவிட்டங்களின் அளவு மற்றும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோண அளவு.
- ★ ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோண அளவு.

மேற்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் இருந்து இயல்பாக ஒரு முக்கோணம் உருவாக்கிய பின்னர், நான்காவது உச்சியை பொருத்தமாக அமைத்து இணைகரத்தை பூர்த்தி செய்தல் வேண்டும். எந்த முக்கோணத்தை முதலில் அமைக்க இயலும் என்பதனை உதவிப்படத்தில் அளவுகளைக் குறித்து, தீர்மானிக்க வேண்டும்.

**இணைகரத்தின் பரப்பளவு**

$$\text{இணைகரத்தின் பரப்பு} = \text{அடிப்பக்கம்} \times \text{குத்துயரம் ஆகும்.}$$

இதனை பின்வருமாறு காணலாம்.



இணைகரம் ABCD-ன் பரப்பு = செவ்வகம் EFCD எனலாம்.

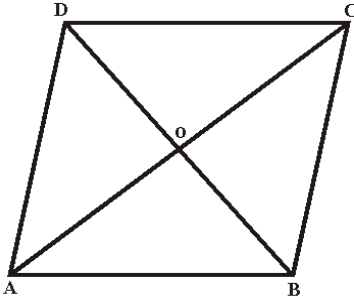
ஏனெனில்,  $\triangle ADE$  ஐ  $\triangle BCF$ -ன் மீது பொருத்தினால் ஒன்று மற்றொன்றின் மீது முற்றிலும் பொருந்தும். எனவே அவை சர்வசம முக்கோணங்கள் ஆகும்.

$$\begin{aligned} \text{இணைகரம் } ABCD &= \text{செவ்வகம் } EFCD \\ &= \overline{EF} \times \overline{FC} \\ &= \overline{AB} \times \overline{DE} \end{aligned}$$

எனவே,

$$\begin{aligned} \text{இணைகரத்தின் பரப்பு} &= \text{அடிப்பக்கம்} \times \text{செங்குத்துயரம்} \\ \therefore A &= bh \text{ சதுர அலகுகள் ஆகும்.} \end{aligned}$$

**4.5.2. சாய் சதுரம்**



நான்கு பக்கங்களும் சமமாக உள்ள நாற்கரம் ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும்.

அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமமாக உள்ள இணைகரம் ஒரு சாய்சதுரம் எனவும் கருதலாம்.

மேற்கண்ட படம் ABCD ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும்.

ஒரு சாய்சதுரத்தின் நான்கு பக்கங்கள் சமம்.

அதாவது  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$  ஆகும்.

மூலை விட்டங்கள்  $\overline{AC}$  ம்,  $\overline{BD}$  ம் ஒன்றுக்கொன்று மையக்குத்துக் கோடுகள்.

எனவே  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$  மேலும்

$$\overline{AO} = \overline{OC}$$

$$\overline{BO} = \overline{OD} \text{ ஆக அமையும்.}$$

ஒரு சாய்சதுரம் அமைக்க ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத இரு அளவுகள் போதுமானது. அந்த அளவுகள் பின்வருமாறு அமையலாம்,

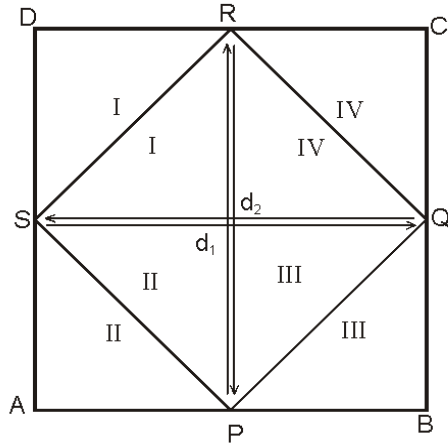
- \* ஒரு பக்க அளவும், ஒரு மூலை விட்ட அளவும்.
- \* ஒரு பக்கமும், ஒரு கோண அளவும்.
- \* இரண்டு மூலைவிட்ட அளவுகளும்
- \* ஒரு மூலைவிட்ட அளவும், ஒரு கோண அளவும்

இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் சாய்சதுரம் வரைய இயலும். உதவிப்படத்தின் துணைகொண்டு தகுந்த படிநிலைகளை பின்பற்றி சாய்சதுரத்தை வரைதல் வேண்டும்.

**பரப்பளவு**

$$\text{சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \text{ ச.அ. ஆகும்.}$$

இது எவ்வாறு பெறப்பட்டது எனக் காண்போம்.



மேற்கண்ட படத்தில், ABCD ஒரு செவ்வகம். இதன் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகள் முறையே P, Q, R, S-ஐ இணைக்க, சாய்சதுரம் PQRS கிடைக்கிறது. PQRS-ன் மூலைவிட்டங்கள்  $d_1, d_2$  என்க.

படத்தின் மூலம், PQRS என்ற சாய்சதுரத்தின் இரு மடங்கு, செவ்வகத்தின் பரப்பளவிற்குச் சமமாக அமைவதை காணலாம்.

எனவே,

$$\text{செவ்வகத்தின் பரப்பு} = 2 \text{ சாய்சதுரத்தின் பரப்பு}$$

(அல்லது)

$$\begin{aligned}
\text{சாய்சதுரத்தின் பரப்பு} &= \frac{1}{2} (\text{செவ்வகத்தின் பரப்பு}) \\
&= \frac{1}{2} [AB \times BC] \text{ ஆகும் அல்லவா.} \\
&= \frac{1}{2} [SQ \times PR] = \frac{1}{2} [d_1 \times d_2]
\end{aligned}$$

$$\text{சாய்சதுரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} [d_1 \cdot d_2] \text{ சதுர அலகுகள் ஆகும்.}$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} d_1 d_2 \text{ சதுர அலகுகள் எனக் கண்டோம்.}$$

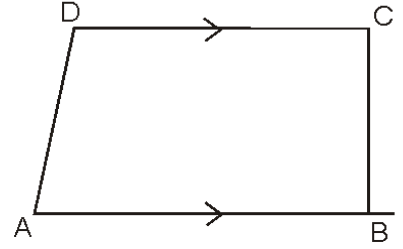
#### 4.5.3. சரிவகம்

வரையறை

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகம் எனப்படும்.

மேற்கண்ட ABCD என்ற சரிவகத்தில்

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  என அமையும்.

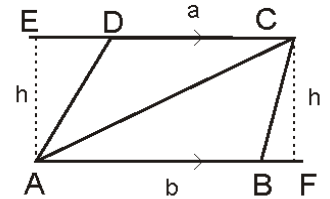


சரிவகத்தின் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் இணையானது என்ற கருத்து மட்டுமே அறியப்படுவதால், ஒரு சரிவகம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவைப்படுகிறது.

அவ்விவரங்கள் பின்வருமாறு அமையலாம்,

- \* மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்ட அளவு.
- \* மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோண அளவு.
- \* இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோண அளவு.
- \* நான்கு பக்கங்களின் அளவு.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை ஒரு உதவிப்படத்தில் குறித்தப்பின், அதன் துணை கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைத்தல் வேண்டும். நான்காவது புள்ளியைக் கணக்கிட்டு, வடிவத்தை பூர்த்தி செய்தல் வேண்டும்.



$$\text{சரிவகத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} h(a+b) \text{ ச.அளவு.}$$

இது எவ்வாறு பெறப்படுகிறது எனக் காண்போம்,

சரிவகம் ABCD-ன் பரப்பளவு =  $\Delta ABC$ -ன் பரப்பு +  $\Delta ACD$ -ன் பரப்பு.

$$\Delta ABC\text{-ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}bh \quad [h \text{ என்பது } \overline{AB} \text{-க்கு எதிர்முனை } C\text{-ல் இருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு}]$$

$$\Delta ADC\text{-ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}ah \quad [h \text{ என்பது } \overline{CD}\text{-க்கு எதிர்முனை } A\text{-ல் இருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு}]$$

$$\therefore \text{சரிவகம் } ABCD\text{-ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}bh + \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}h(a+b)$$

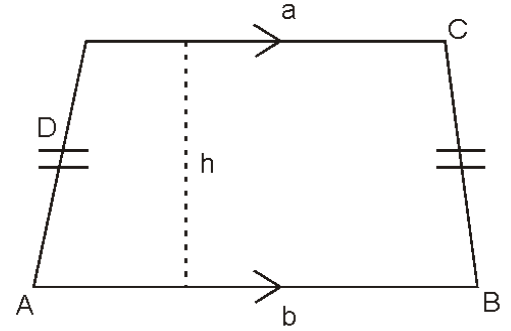
$$\therefore \text{பரப்பு} = \frac{1}{2}h(a+b) \text{ ச.அலகுகள் ஆகும்.}$$

#### 4.5.4 இருசமபக்க சரிவகம்

வரையறை

ஒரு சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்கள் அளவில் சமமாக இருந்தால் அது ஓர் இருசம பக்க சரிவகம் எனப்படும்.

ஓர் இருசமபக்க சரிவகம் வரைய ஒன்றுக் கொண்டு தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் போதுமானது என அறிக.



இரு சமபக்க சரிவகத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2}h(a+b) \text{ ச.அலகு எனக் கணக்கிடப்படுகிறது என அறிக.}$$

#### சிந்திக்க

மேற்கண்ட சரிவகத்தின் இணையான பக்கங்கள் சமம் எனில் என்னவகையான நாற்கரம் கிடைக்கும்?

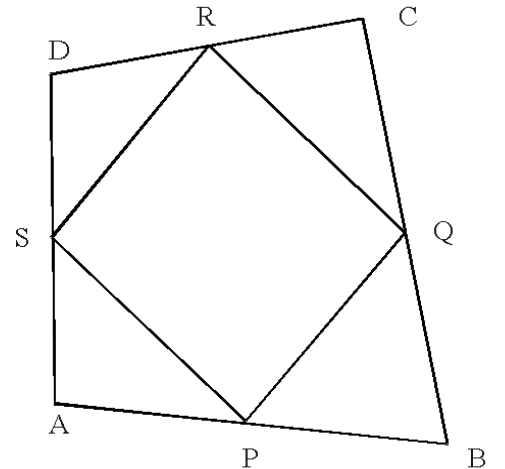
#### 4.5.5 நாற்கரத்தின் மையப்புள்ளித் தேற்றம்

செய்துபார்க்க

ABCD என்ற நாற்கரத்தை அமைத்துக் கொள்க. நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகள் P, Q, R, S-ஐ அமைத்து அவற்றை இணைத்திடுக.

PQRS எப்போதும் ஒரு இணைகரமாக அமையும். இதனையே நாற்கரத்தின் மையப்புள்ளித் தேற்றம் என்கிறோம். அதாவது,

நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளை இணைத்தால் கிடைப்பது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.



## கற்றல் செயல்

வெவ்வேறு சிறப்பு நாற்கரங்களை வரைந்து கொள்க. அவற்றின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளை இணைத்துப் பார்க்க! ஒவ்வொன்றும் எவ்வகையான நாற்கரங்கள்?

நாற்கரங்கள் மற்றும் சிறப்பு நாற்கரங்களின் பண்புகளைப் பற்றி கற்றோம் அல்லவா! பின்வரும் கூற்றுக்களில் எவை சரியானவை? ஏன்? என விவாதிக்க :

- ★ எல்லா நாற்கரங்களும் சரிவகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சரிவகமும் நாற்கரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு இணைகரமும் சரிவகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு இணைகரமும் நாற்கரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சரிவகமும் இணைகரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு நாற்கரமும் இணைகரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு செவ்வகமும் இணைகரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு இணைகரமும் செவ்வகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு செவ்வகமும் சரிவகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சரிவகமும் செவ்வகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு செவ்வகமும் நாற்கரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு நாற்கரமும் செவ்வகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் இணைகரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு இணைகரமும் சாய்சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் சரிவகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சரிவகமும் சாய்சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் நாற்கரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு நாற்கரமும் சாய்சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சதுரமும் சாய்சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சதுரமும் செவ்வகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு செவ்வகமும் சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சதுரமும் இணைகரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு இணைகரமும் சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சதுரமும் சரிவகம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சரிவகமும் சதுரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு சதுரமும் நாற்கரம் ஆகும்.
- ★ ஒவ்வொரு நாற்கரமும் சதுரம் ஆகும்.

## கற்றவை

- ◆ செய்முறை வடிவியல் வரலாறு
- ◆ செய்முறை வடிவியல் அறிமுகம்
- ◆ முக்கோணங்கள்
- ◆ நாற்கரங்கள்
- ◆ வட்ட நாற்கரங்கள்
- ◆ இணைகரம்
- ◆ சாய்சதுரம்
- ◆ சரிவகம்
- ◆ இரு சமபக்க சரிவகம்
- ◆ நாற்கரத்தின் மையப்புள்ளித் தேற்றம்

## கற்றல் செயல்கள்

- ◆ இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம் முக்கோணங்கள் ஆகியவற்றிற்குத் தேவையான விவரங்களை வெவ்வேறு அளவுகளைக் கொண்டு வரைந்து பார்க்க.

## உத்திசார் கற்பித்தல்

(Strategy Instructions)

### 5.1 அறிமுகம்

மாற்றங்களை ஏற்படுத்துவதே கல்வி. காலத்தின் மாற்றத்திற்கு ஏற்ப கற்றல் கற்பித்தலிலும் மாற்றங்கள் தேவை. அறிவியல் வளர்ச்சியின் தாக்கம் கல்விப் புலத்திலும் உண்டு. ஒவ்வொரு காலகட்டத்திலும், அந்த சூழலுக்கு இன்றியமையாத புதிய கற்றல் கற்பித்தல் முறைகளும், அணுகு முறைகளும், உத்திகளும் தோன்றிக் கொண்டேதான் இருக்கின்றன. இச்சூழ்நிலையில், கற்றல் கற்பித்தலில் அவ்வப்போது எழுகின்ற இடர்ப்பாடுகளை நீக்கும் வகையில் கற்பித்தலில் பல வகையான உத்திகள் கையாளப்படுகின்றன.

### 5.2 கற்பித்தல் முறையும், கற்பித்தல் உத்தியும்

கற்பித்தல் முறை (Teaching Method) மாறாதத் தன்மை கொண்டது. அது தோன்றிய காலத்தில் இருந்து பயன்பாட்டில் உள்ளவரை காலத்தாலும், நபராலும், சூழ்நிலையாலும் மாறுவதில்லை. (எ-டு) விதி வரு முறை.

ஆனால், கற்பித்தல் உத்திகள் (Teaching Strategies) நிலையானதல்ல. ஒரே கருத்தைக் கற்பிக்கப் பயன்படும் உத்திகள் காலம், நபர், சூழல் ஆகியவற்றுக்குத் தக்க மாறிக் கொண்டே இருப்பதை நாம் காணலாம். (எ-டு) செயல்வழிக் கற்றல்.

கற்பித்தல் முறையும், கற்பித்தல் உத்தியும் கல்விச் செயல்பாடுகளில் ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையதாகும். கல்விப்புரட்சி காணும் இக்கால கட்டத்தில், கற்பித்தல் முறைகளும், கற்பித்தல் உத்திகளும் இணைந்து வகுப்பறைச் சூழலுக்கு ஏற்ப புதிய உத்திகளாக நடைமுறையில் இருப்பதை நாம் கண்கூடாகக் காண்கிறோம். ஆனால் எல்லா உத்திகளும் வரிவடிவம் பெற்று நிலைத்து நிற்பதில்லை. சில உத்திகள் முறையாக சோதனைகளுக்குட் படுத்தப்பட்டு சீர்மையுடன் வெளிக் கொணரப்பட்டுள்ளன. அவற்றுள் சிலவற்றை பின்வரும் பகுதிகளில் காணலாம்.

### 5.3 நேர்முகக் கற்பித்தல் (Direct Instruction)

இது ஆசிரியரை மையமாகக் கொண்ட ஒரு கற்பித்தல் முறையாகும். இங்கு ஆசிரியர் நேரடியாகவும், வெளிப்படையாகவும் மாணவர்களுக்குத் தகவல்களையும், அடிப்படைத் திறன்களையும், உத்திகளையும் கற்றுத்தருகிறார். ஆசிரியரின் நேரடியான மற்றும் வெளிப்படையான வகுப்பறைச் செயல்பாடுகளால் இம்முறையானது நேர்முகக் கற்பித்தல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.



நேர்முகக் கற்பித்தல் பின்வரும் மூன்று நிலைகளில் அமைந்துள்ளது. அவை,

1. முதல் நிலை (Opening of the session)
2. இடை நிலை (Body of Instruction)
3. கடை நிலை (Closing of the session)

நேர்முக கற்பித்தலின்போது இம்மூன்று நிலைகளுக்கும் பொருத்தமான கற்றல் கற்பித்தல் செயல்பாடுகளை திட்டமிட்டு வகைப்படுத்திக் கொள்ளவேண்டும்.

ஒவ்வொரு நிலையிலும் அமைந்திருக்கும் நிகழ்வுகளை வரிசைப்படி இங்கு காண்போம்.

### 1. முதல் நிலை

- i. மாணவர்களின் கவனத்தை ஈர்த்தல் (கவன ஈர்ப்பு)
- ii. முந்தைய அடைவுகளைத் திருப்பிப் பார்த்தல் (திருப்புதல்)
- iii. இன்றைய நிகழ்வுகளின் இலக்குகளை விளக்குதல் (இலக்குகள்)

### 2. இடைநிலை

- i. எடுத்துக் கொண்ட திறனுக்கான செயல்களை ஆசிரியர் செய்து காட்டுதல் (செய்து காட்டல்).
- ii. ஆசிரியர் செய்துகாட்டும் கற்றல் செயல்களில் ஆசிரியரோடு மாணவர்களும் தங்களை ஈடுபடுத்திக் கொள்ளுதல் (செய்து கற்றல்).
- iii. அச்செயல்களை மாணவர்கள் தனியாகச் செய்து திறனடைவைப் பெற்றார்களா என்பதை உறுதி செய்தல் (மதிப்பீடு செய்தல்).

### 3.கடை நிலை

- i. அன்றைய அடைவுகளைத் திருப்பிப் பார்த்தல் (வலுவூட்டுதல்)
- ii. அடுத்த வகுப்பிற்கான பாடத்தை அறிமுகம் செய்தல் (அறிமுகம்)
- iii. அன்றைய அடைவுகளை வலுவூட்ட மாணவர்கள் தாமே செய்ய வேண்டியவற்றை அளித்தல் (தானே கற்றல்)

### எடுத்துக்காட்டு 3

பாடம் : பின்னக் கூட்டல்

#### 1. முதல் நிலை

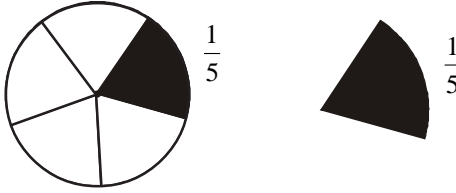
- i. கவன ஈர்ப்பு : பின்னங்களின் தோற்றம், எண்ணியலில் பின்ன எண்களின் பங்கு, பின்ன எண்களின் வளர்ச்சி மற்றும் தேவையை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் கூறி மாணவர்களின் கவனத்தை ஈர்த்தல்.

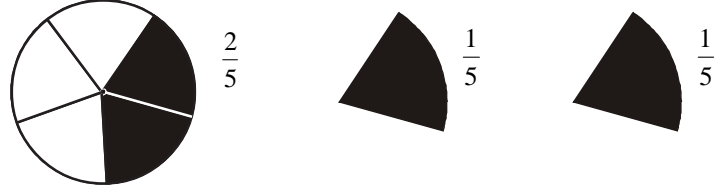
- ii. திருப்புதல் : பின்னங்களின் வகைகளான தகு பின்னம், தகா பின்னம், கலப்புப் பின்னம், ஓரினப் பின்னங்கள் மற்றும் வேற்றினப் பின்னங்கள் குறித்து மாணவர்கள் பெற்ற அடைவுகளை ஆசிரியர் நினைவு கூர்தல்.
- iii. இலக்குகள் : ஓரினப் பின்னங்கள் மற்றும் அவற்றைக் கூட்டுதல் குறித்த அன்றைய இலக்கினை மாணவர்களுக்கு விளக்குதல்.

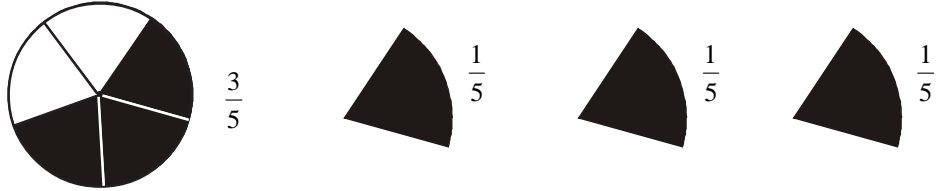
## 2. இடை நிலை

- i. செய்து காட்டல் :

பின்ன வட்டு 5 ஐப் பயன்படுத்தி ஆசிரியர்  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$  என விளக்கத்துடன் செய்து காட்டுதல்.

படி 1 : 

படி 2 : 

படி 3 :  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$  

படி 4 :

1. விதி : இரண்டு ஓரினப்பின்னங்களைக் கூட்டக் கிடைப்பது, அப்பின்னங்களின் தொகுதிகளின் கூடுதலைத் தொகுதியாகவும், அப்பின்னங்களின் பொதுவான பகுதியைப் பகுதியாகவும் கொண்ட பின்னமாகும்.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

2. செய்து கற்றல் :

மாணவர்களைப் பல குழுக்களாகப் பிரித்து பின்ன வட்டு 6, பின்ன வட்டு 7

ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி 1)  $\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$  2)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$  ஆகிய கணக்குகளுக்கானச்

செயல்களை ஆசிரியரோடு மாணவர்களும் சேர்ந்து செய்து கற்றல்.

3. மதிப்பீடு செய்தல் :

மாணவர்கள் சுயமாகச் செய்யும் வகையில் பின்ன வட்டுகள் அல்லது வட்டத்தைச் சம பாகங்களாக வெட்டப்பட்ட அட்டைகளை அளித்து

1)  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$       2)  $\frac{3}{8} + \frac{4}{8}$       3)  $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$

போன்ற கணக்குகளுக்கான தீர்வுகளைக் கண்டறியச் செய்து மதிப்பீடு செய்தல்.

### 3. கடைநிலை

1. வலுவூட்டுதல் : ஓரினப் பின்னங்களுக்கான கூட்டல் விதியை பயன்படுத்தி விடை

காண்க.  $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = ?$

2. அறிவிப்பு : வேற்றினப் பின்னங்களையும் அவற்றின் கூடுதலையும் மாணவர்களுக்கு அறிமுகம் செய்தல்.

(எ-டு) 1.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$       2.  $\frac{4}{5} + \frac{5}{6}$

3. தானே கற்றல் : ஒரு வட்ட அட்டையை சம பாகங்களாகப் பிரித்து ஓரினப் பின்னங்களை அமைத்து கூட்டல் கணக்குகளை செய்தல்.

### கற்றல் செயல்

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு பாடப்பகுதிக்கு நேர்முகக்கற்பித்தல் முறைப்படி மூன்று நிலைகளில் கற்றல் செயல்கள் அமைக்க.

### 5.4. உத்திசார் கற்பித்தல்

கற்பித்தலின் தன்மையை அளக்கும் அளவுகோலாக கற்றல் அடைவுநிலை விளங்குகிறது. பசு மரத்தாணி போல பதிய வேண்டிய நிலையான கற்றல் சுமையின்றி பெறுவதற்கு கற்பித்தல் உத்திகள் பொருத்தமானதாக அமைதல் வேண்டும். கற்பித்தல் முறைகளை செயல்படுத்தும் போது பாத்திரம் அறிந்து பகிர்ந்து கொடுப்பதற்கும் பின்பற்றும் உத்தியை போல கற்றல் களத்திலும் கற்போருக்கு ஏற்ப சில கற்பித்தல் உத்திகளை பயன்படுத்த வேண்டிய அவசியம் ஏற்படுகிறது. எனவே உத்திசார் கற்பித்தலை உத்திகளின் தொகுப்பாக கருதலாம். கண்கவர் வண்ணங்களை வண்ணக்கலவைகள் கொடுக்கவில்லையா !!!

அதுபோல புதுமை படைக்கும் புதிய முறைகளில் உத்திசார் கற்பித்தலை கல்வி உலகில் முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகக் கருதப்படுகிறது. அதாவது ஒவ்வொரு மாணவனும் தனிக் கவனம் பெறும் வகையில் உத்திசார் கற்பித்தல் முறை அமைவதால் கற்றல் செயல்களில் இருவழி பங்கேற்பும் உயிரோட்டமுள்ளதாக காணப்படுகிறது.

உத்திசார் கற்பித்தலும், நேர்முகக் கற்பித்தலும்

உலகமே உள்ளங்கையில் இருக்கும் இன்றைய காலச் சூழலில் கற்றலுக்குத் தடையேதுமில்லை. ஆசிரியரின் குறிப்பிட்ட அறிவு எல்லைக்குள் மாணவரை அடைத்து வைக்க நினைப்பது இன்றைய நடைமுறைக்கு சாத்தியமன்று. வகுப்பிலுள்ள ஒவ்வொரு மாணவரின் அதிக பட்ச கற்றல் அடைவினையும் இலக்காகக் கொண்ட உத்திசார் கற்பித்தல், வழக்கத்தில் இருந்து வந்த நேர்முகக்கற்பித்தலைச் செயலிழக்கச் செய்து விட்டது. நேர்முகக்கற்பித்தலும், உத்தி சார் கற்பித்தலும் எங்ஙனம் விலகி நிற்கின்றன என்பதை கீழ்க்கண்ட அட்டவணைத் தெளிவாக விளக்குகிறது.

	உத்திசார் கற்பித்தல்	நேர்முகக் கற்பித்தல்
1.	கற்போர் மையம்	ஆசிரியர் மையம்
2.	கருத்துகளுக்கு முன்னுரிமை	பாடத்திட்டத்திற்கு முன்னுரிமை
3.	விரிவான எல்லைகளைக் கொண்டது	நிலையான பாடத்திட்ட எல்லைகளைக் கொண்டது
4.	கற்றல் பொருட்களைச் சார்ந்தது	பாடப்புத்தகங்களைச் சார்ந்தது
5.	இரு வழித் தொடர்பு	ஒரு வழித் தொடர்பு
6.	மாணவரின் சிந்தனை, செயல்பாடு உற்று நோக்கல் மூலம் மதிப்பீடு	தேர்வு மூலம் மதிப்பீடு
7.	குழுச் செயல்பாடு	தனி மாணவர் செயல்பாடு
8.	சுதந்திரமான சூழல்	தடைகளும், கட்டுப்பாடுகளும்
9.	தேவையின் அடிப்படையில் தனித்தனி கற்பித்தல் உத்திகள்	அனைவருக்கும் ஒரே கற்பித்தல் முறை
10.	ஒவ்வொருவரிடமும் தனிச்சுவனம்	மாணவர்களிடம் தனிச்சுவனமின்மை

### 5.4.3 உத்திசார் கற்பித்தலின் நோக்கம்

ஒரு வகுப்பில் இருக்கும் அனைத்து மாணவர்களும் ஒரே தரத்தில் இருப்பதில்லை. மீத்திறன் பெற்றவர்கள், சராசரியானவர்கள் மற்றும் மெதுவாகக் கற்போர் என்று பலவகைப்பட்டவர்களை நாம் காண்கிறோம். அனைத்து மாணவர்களும், அவர்களின் திறனுக்கேற்ப அவர்கள் அடைய வேண்டிய இலக்குகளை அடைய வைப்பது, ஆசிரியர்களின் தலையாய கடைமையாகும். அதைவிடுத்து, ஆசிரியர் நேர்கற்பித்தல் முறைப்படி, அனைவருக்கும் ஒரே விதமான கற்பித்தலைப் பின்பற்றுவது அனைத்து மாணவர்களின் கற்றல் அடைவுகளுக்கும் சவாலாக அமையாது. எனவே, பின்வரும் நோக்கங்களைக் கொண்டு உத்திசார் கற்பித்தல் அமைகிறது,

- மெதுவாகக் கற்போரை சராசரி நிலைக்குக் கொண்டு வருதல்
- சராசரி மாணவனை உயர்நிலைக்குக் கொண்டு செல்லுதல்
- மீத்திறன் பெற்றவர்களின் முழுத்திறனையும் வெளிக் கொணர்தல்
- அவரவர் நிலைக்கு ஏற்ப, கற்றலில் அவர்கள் எதிர் கொள்ளும் தடைகளைக் கருத்தில் கொண்டு உதவுதல்
- அவர்கள் ஏற்றுக் கொள்ளும் வகையில் ஆசிரியரால் உகந்த உத்திகள் கையாளப்பட்டு நடைமுறைப்படுத்துதல்
- எதிர் நோக்கும் கற்றல் இலக்குகளை அடைய வைத்தல்

### 5.4.1 உத்திசார் கற்பித்தலின் மையக்கருத்து

இங்கு உத்தி சார் கற்பித்தல் மாணவரை மையமாகக் கொண்ட முறையாகும். தமது இலக்கை அடைய கற்போர் கையாளும் அறிவு சார் மற்றும் மனரீதியான நிகழ்வுகளைக் கொண்டு உத்திகள் அமைகின்றன.

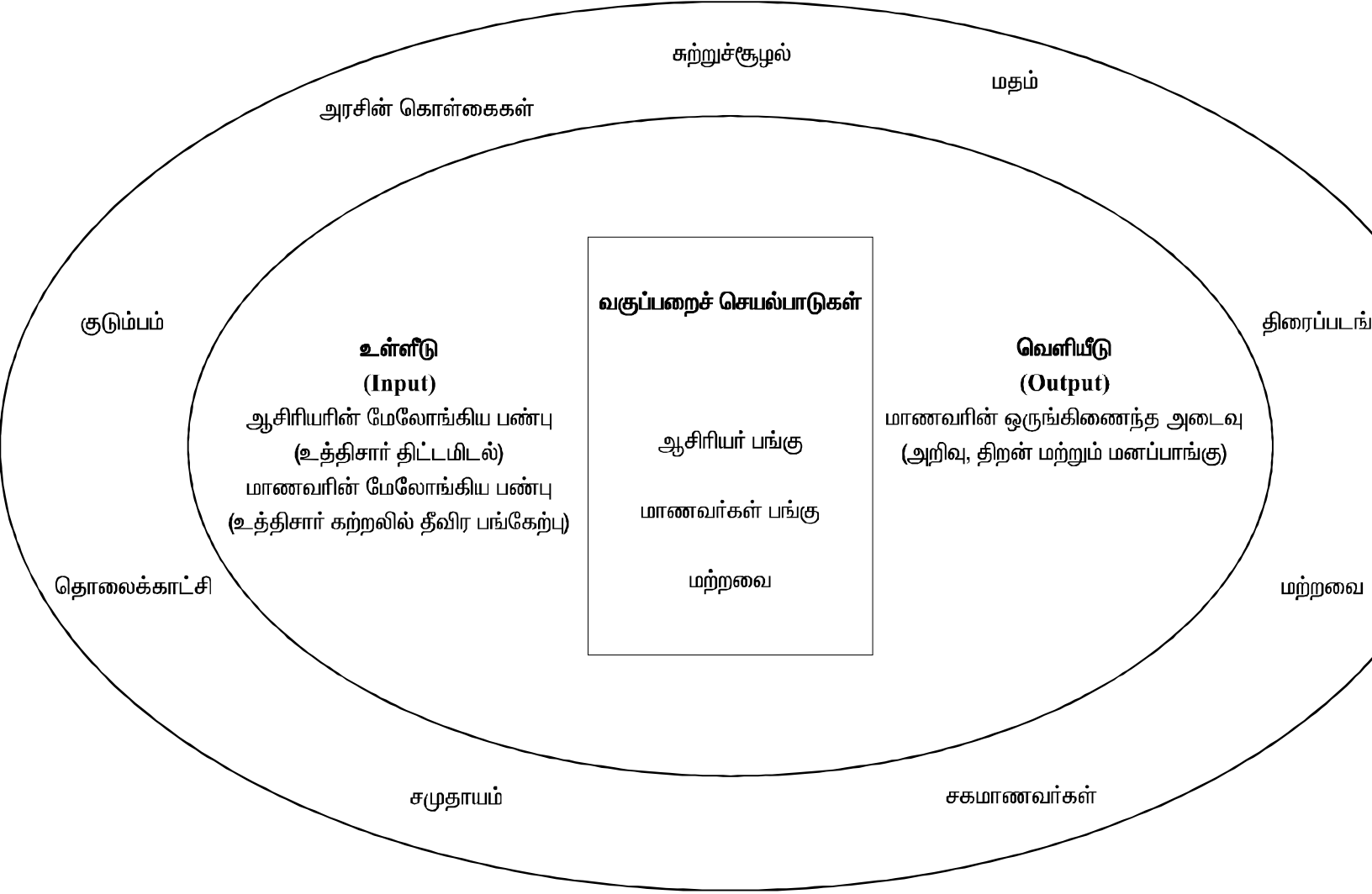
- தகவல்களை எவ்வாறு அறிவது
- அடிப்படைத் திறன்களை எவ்வாறு வளர்த்துக் கொள்வது
- தேவையின் போது அறிந்த தகவல்களை எவ்வாறு மீண்டும் வெளிக் கொணர்வது

போன்றவற்றை மாணவர்களுக்குக் கற்றுத் தருவதே உத்தி சார் கற்பித்தலின் மையக் கருத்தாகும்.

### 5.4.2 உத்திசார் கற்பித்தலின் முக்கியத்துவம்

எந்த நிலை அல்லது பாடமாக இருப்பினும், அனைத்துப் பாடப்பொருளையும் அனைத்து மாணவர்களும் நினைவில் நிறுத்துவது என்பது நடைமுறைக்கு ஒவ்வாத ஒன்றாகும். சராசரி அல்லது மீத்திறன் கொண்ட மாணவர்கள் பாடப் பகுதிகளை எளிதில் புரிந்து கொண்டாலும், சில கால இடைவெளிக்குப் பின்னர் அவற்றை மீண்டும் நினைவு கூர்வதிலும், வெளிக்கொணர்வதிலும் ஏற்படும் கற்றல் சிக்கல்களை வகுப்பறைகளில் நம்மால் காண முடிகிறது.

கணிதம் கற்பித்தலும் கற்றல் செயல்பாடுகளும்



மெதுவாகக் கற்போரைப் பொறுத்தவரையில், கற்றல் கற்பித்தல் நிகழ்வுகளில் ஆசிரியரின் தனிக் கவனம் தொடர்ச்சியாக இருத்தல் வேண்டும். வகுப்பறைகளில் அவர்கள் அறிய வேண்டிய பாடப்பொருளையும், அடைய வேண்டிய திறன்களையும் பெற்றிருப்பினும், அவற்றை வகுப்பறைக்கு வெளியே பயன்படுத்திச் சிக்கலான பிரச்சினைகளுக்கு அவர்களால் தீர்வு காண முடிவதில்லை. குறிப்பிட்ட ஒரு கற்றல் நிலைக்குப் பொருத்தமான சிறந்த உத்தியைத் தேர்வு செய்வதில் அவர்கள் மிகுந்த குழப்பம் அடைகிறார்கள். மேலும் ஆசிரியர் நேரடியாகக் கற்பிப்பதை மட்டுமே அவர்களால் உணர்ந்து கொள்ள முடிகிறதே தவிர அந்நிலையைத் தாண்டி அவர்களால் சிந்திக்க இயலுவதில்லை.

தாம் கற்ற ஒரு பாடப்பொருளை ஒரு நீண்ட இடைவெளிக்குப் பின்னர் மீண்டும் நினைவுக்குக் கொண்டுவரவும், வெளிக்கொணரவும் ஆற்றல் பெற்ற குழந்தைகள் நம் பள்ளிகளில் மிகக் குறைவாகவே இருக்கிறார்கள். ஆனால் அன்றாட வகுப்பறை நிகழ்வுகளின் மூலம் அனைத்து மாணவர்களிடமும் இத்திறன்களை வளர்ப்பது மிகவும் சாத்தியமே என்பதுடன் அது காலத்தின் கட்டாயமுமாகும்.

கணிதப் பாடத்தைத் தவிர மற்றப் பாடங்களைப் பயிலும்போது, மெதுவாகக் கற்கும் மாணவர்களால் கூட தாமதமாகவே எளிதாக சில உத்திகளை பின்பற்றிக் கற்க இயலுகிறது என்றும் கணிதத்தில் மெதுவாகக் கற்கும் மாணவர்களுக்கும் ஆசிரியரின் துணையுடன் இது சாத்தியமே என்றும் மாண்டேக் (1998) என்னும் கணித அறிஞர் கூறுகிறார்.

இன்றைய மாணவர்கள் மற்றும் வகுப்பறைச் செயல்பாடுகளின் மீது குடும்பம், சுற்றுச் சூழல், திரைப்படங்கள் போன்ற பல்வேறு புறக்காரணிகளின் தாக்கம் அதிக அளவில் இருப்பினும், ஆசிரியரின் உத்தி சார் திட்டமிடல் மற்றும் மாணவர்களின் தீவிர பங்கேற்பின் மூலம் அவர்களின் ஒருங்கிணைந்த அடைவைப் பெற இயலும் என்பதை இப்படம் விளக்குகிறது.

## 5.5 உத்திசார் கற்பித்தலின் வகைகள்

கற்பித்தல் உத்திகளை கணித அறிஞர் மாண்டேக் (1998) இரண்டு வகைகளாகப் பிரித்துக் குறிப்பிடுகிறார். அவை,

1. அறிவுசார் உத்திகள் (Cognitive Strategies)
2. மேதாவிய அறிவுசார் உத்திகள் (Meta Cognitive Strategies)

### 5.5.1 அறிவுசார் உத்திகள்

இது கீழ்க்கண்ட உத்திகளை அடிப்படையாகக் கொண்டதாகும்.

1. படித்தல் (Reading)
2. பார்த்தல் (Visualisation)

3. கணக்கிடுதல் (Computation)

4. அனுமானித்தல் (Estimation)

இவ்வகை உத்திகளை மாணவர்களுக்குக் கீழ்க்கண்ட செயல்பாடுகள் மூலம் ஆசிரியரால் எளிதில் கற்பிக்க இயலும்.

1. உத்திகளை திரும்பத் திரும்ப கையாளுதல்.

2. இவ்வுத்திகளைக் கையாளும் மாணவர்களைக் கண்காணித்தல்.

3. தவறுகளைச் சுட்டிக்காட்டி வழிநடத்துதல் .

கீழ்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் காண்போம்.

### எடுத்துக்காட்டு 1

ஒரு பெரிய எண்ணையும், ஒரு சிறிய எண்ணையும் கூட்டுதல்.

உதாரணமாக,  $8 + 2$

1. **படித்தல்**

எண்களையும், குறியீட்டையும் படித்தல்

2. **பார்த்தல்**

(i) எண்களைக் கருத்துப் பொருளோடு பார்த்தல்

(ii)  $8 + 2$  மற்றும்  $2 + 8$  என்று வரிசை மாற்றி பார்த்தல்

3. **கணக்கிடுதல்**

$8 + 2$  ஐ கருதும் போது இரண்டு படிகளில் கணக்கிட்டு தீர்வினை அடைதல்

படி 1  $8 + 1 = 9$

படி 2  $9 + 1 = 10$

$2 + 8$  ஐ கருதும் போது எட்டு படிகள் கடந்த பின் தீர்வினை அடைதல்.

4. **அனுமானித்தல்**

இந்த இரு கணக்கீடுகளில் எட்டோடு (பெரிய எண்) இரண்டை (சிறிய எண்) கூட்டுவதேச் சிறந்தது என்ற உத்தியை அனுமானித்துக் கடைபிடித்தல்.



## எடுத்துக்காட்டு 2

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட அடிப்படைச் செயல்களுடன் அமைந்த கணக்குகளைத் தீர்க்கும் போது ஒரு வரிசைக் கிரமத்தைப் பின்பற்றி வருகிறோம். இதனை ஒரு பருவத்தில் கற்பித்து விட்டு, மற்றொரு பருவத்தில் வினவும் போது அதனை நினைவில் கொண்டு வர மாணவர்கள் சிரமப்படுகின்றனர்.

1. கூட்டலும் பெருக்கலும் இணைந்த கணக்குகள்

$$3 \times 2 + 1$$

### படித்தல்

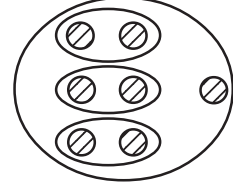
எண்களையும் குறியீட்டையும் படித்தல். மூன்று பெருக்கல் இரண்டு கூட்டல் ஒன்று என படித்தல்.

### பார்த்தல்

- (i) எண்களைக் கருத்துப் பொருளோடு பார்த்தல்

- (ii)  $(3 \times 2) + 1$  என்றும்

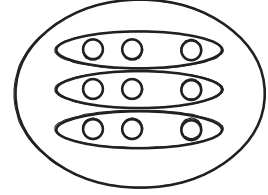
$3 \times (2 + 1)$  என்றும் வெவ்வேறு ரீதியில் பார்த்தல்



### கணக்கிடுதல்

$$(3 \times 2) + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$3 \times (2 + 1) = 3 \times 3 = 9$$



என்ற இரண்டு வெவ்வேறு தீர்வுகள் கிடைக்கப் பெறுகின்றன. இது கணித ஒருமைத்தன்மைக்கு முரணானது.

### அனுமானித்தல்

எனவே இந்த இரு கணக்கீடுகளில் சரியானதை நாம் பின்பற்றுதல் வேண்டும். அதுவே பெருக்கலுக்குப் பின் கூட்டல் செயல் என்ற உத்தியாகும்.

அதாவது,  $3 \times 2 + 1$

$$= 6 + 1 \text{ (பெருக்கல் செயலுக்குப் பின்)}$$

$$= 7 \text{ (கூட்டல் செயலுக்குப் பின்)}$$

- 2) இது போல நான்கு அடிப்படைச் செயல்களும் இணைந்த கணக்குகளுக்கான உத்தியை இவண் காண்போம் : படித்தல், பார்த்தல், கணக்கிடுதல், அனுமானித்தல் ஆகிய படிகளை பின்பற்றி தீர்வு காண்க.

$$\begin{aligned}
 & 10 \div 5 \times 4 + 2 - 3 \\
 & = 2 \times 4 + 2 - 3 \quad (\text{வகுத்தல் செயலுக்குப் பின்}) \\
 & = 8 + 2 - 3 \quad (\text{பெருக்கல் செயலுக்குப் பின்}) \\
 & = 10 - 3 \quad (\text{கூட்டல் செயலுக்குப் பின்}) \\
 & = 7 \quad (\text{கழித்தல் செயலுக்குப் பின்})
 \end{aligned}$$

### பொதுவிதி

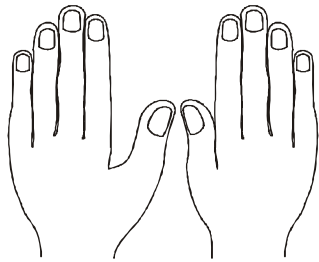
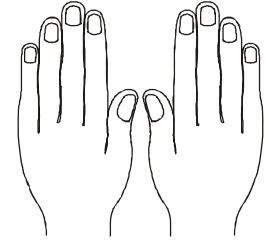
அடைப்புக்குறி (அ) – வகுத்தல் (வ) – பெருக்கல் (பெ) – கூட்டல் (கூ) – கழித்தல் (க) என்று வரிசைக் கிரமத்தில் இருக்கும் சொற்களின் முதல் எழுத்துக்களால் அமைந்த சொற்றொடரான, "அந்த வள்ளல் பெயர் கூட காணன் தான் " என்ற உத்தியின் மூலம் நாம் இதனை நினைவில் கொண்டு வருகிறோம். இதற்கு ஆங்கிலத்தில் BODMAS என்ற உத்தி பின்பற்றப்பட்டு வருகிறது.

### எடுத்துக்காட்டு 3

ஓர் ஓரிலக்க எண்ணை ஒன்பதால் பெருக்க கைவிரல்களைப் பயன்படுத்திக் கண்டறியும் உத்தியை இவண் காண்போம்.

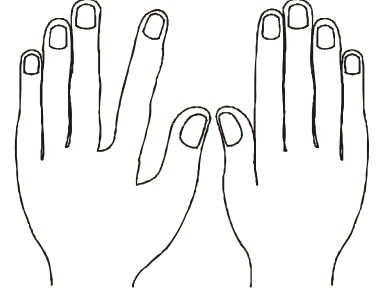
$$9 \times 4 \text{ ஐ கருதுக.}$$

**உத்தி 1 :** உள்ளங்கைகள் நிலம் பார்க்க பத்து விரல்களையும் சேர்த்து பரப்பி வைக்கவும்.



**உத்தி 2 :** இடப்புறமிருந்து பெருக்க வேண்டிய எண்ணாண் 4 வரை விரல்களை எண்ணுக. இப்போது இடது கை ஆள்காட்டி விரல் வரை எண்ணப்பட்டிருக்கும்.

உத்தி 3 : அவ்விரலுக்கு இடப்புறமுள்ள விரல்களின் எண்ணிக்கையும் (3), வலப்புறமுள்ள விரல்களின் எண்ணிக்கையும் (6) முறையே தீர்வின் பத்தின் இடம் மற்றும் ஒன்றின் இட இலக்க எண்களாகும். அதாவது 36.



எடுத்துக்காட்டு 4

15 மணிகள் உள்ள ஒரு கோப்பையில் இருந்து 8 மணிகளை வெளியே எடுத்தால் கோப்பையில் மீதி இருக்கும் மணிகளின் எண்ணிக்கை 7 என்பதை எளிதில் கூறி விடுகிறோம். இது பொருட்களோடு இணைந்து கற்கும் மெய்யான நிலையில் உள்ளதால் நமக்கு எளிதில் புரிந்துவிடுகிறது.

இக்கணக்கினை கருத்தியல் வடிவில்(Abtract) கற்க முற்படுவோம்.

பத்து	ஒன்று

இதில் ஒரு பத்தும் 5 ஒன்றுகளும் உள்ளன. இதிலிருந்து 8 ஒன்றுகளை எடுக்க வேண்டும். ஆனால் 5 ஒன்றுகளே உள்ளன. இது போன்ற கருத்தியல் நிலைகளில் சில கற்றல் உத்திகளைக் கற்றுக்கொண்டால் மட்டுமே கற்றலைத் தொடர முடியும். இங்கு பத்தின் இடத்தில் இருக்கும் 1 ஆனது 10 ஒன்றுகளுக்கு சமம். அதனை ஒன்றுகளாக, ஒன்றின்

இடத்தில் இடம் மாற்றி கணக்குக்கானத் தீர்வைக் கண்டறிவது ஒரு உத்தியாகும்.

பத்து	ஒன்று

இதுபோன்ற பல உத்திகளை அன்றாடம் கற்று வருகின்ற நிலையில், புதிய சூழலில் தரப்படும் கணக்குகளுக்குப் பொருத்தமான உத்திகளை தாமே கண்டறியும் திறன் பெற முடியும். நாளடைவில், ஆசிரியரைச் சார்ந்தே இருக்கின்ற நிலையிலிருந்து மெல்ல மெல்ல விலகி தனித்தன்மையுடன் தானே கற்றலுக்கு தள்ளப்படும் சூழ்நிலை ஏற்படும். உத்திசார் கற்பித்தலின் நோக்கமே, தான் கற்கின்ற உத்திகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து அதனைப் புதிய கற்றல் நிலையில் பயன்படுத்துவதாகும்.

### 5.5.2 மேதாவிய அறிவுசார் உத்திகள்

ஒருவர் மேற்கொள்ளும் தீர்வாய்வின் (Problem Solving) போது அவரது எண்ண ஓட்டங்கள் (Thought Processes) செயல்படுவதை அடிப்படையாகக் கொண்ட உத்தி மேதாவிய அறிவுசார் உத்தி ஆகும். இது கீழ்க்கண்ட படி நிலைகளில் அமைந்திருக்கிறது.

1. திட்டமிடுதல் (Developing the Plan of Action)
2. கண்காணித்தல் (Monitoring the Plan of Action)
3. மதிப்பிடுதல் (Evaluating the Plan of Action)

இவ்வகை உத்திகளில் சுய வினாக்களும் (Self - questioning) சுய சோதனைகளும் (Self - checking) இடம் பெறுகின்றன. அவற்றை கற்பிக்க திட்டமிடுதல் மிகவும் அவசியம். மெதுவாகக் கற்போர் ஆசிரியரின் உதவியின்றி இவ்வுத்திகளை வளப்படுத்தவும், அவற்றைச் சரியாகக் கையாளவும் தெரியாதவர்களாக இருக்கிறார்கள். எனவே கண்காணித்தல் கற்றலை வளப்படுத்துவதற்கு தேவையாகிறது. எனினும் இவ்வுத்திகள் கற்போரின் வாழ்நாள் முழுவதிலும் நடைபெறும் கற்றலை வெற்றிகரமாகக் கொண்டு செல்ல உதவும் காரணிகள் என்றால் மிகையாகாது. தொடர்கற்றல் தொடருவதற்கு மதிப்பிடுதலும் அவ்வப்போது நடைபெற வேண்டியுள்ளது. இவ்வாறு திட்டமிடுதல், கண்காணித்தல், மதிப்பிடுதல் ஆகிய கூறுகள் கொண்ட மேதாவிய அறிவுசார் உத்தியானது கற்றல் - கற்பித்தல் நிகழ்வுகளை தொய்வின்றி தொடர உதவுகிறது எனலாம்.

## 5.6. தீர்வாய்வு சார்ந்த உத்திகள் (Problem Solving Strategies)

ஜார்ஜ் போல்யா (1998) என்ற கணித வல்லுநர் தீர்வாய்வுக்கு (Problem Solving) பயன்படும் நான்கு படிகளில் அமைந்த உத்திகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு விளக்குகிறார்.

1. தீர்வாய்வினைப் புரிந்து கொள்ளல்.
2. தீர்வுக்கான ஒரு திட்டத்தைத் தயாரித்தல்,
3. திட்டத்தைச் செயல்படுத்துதல்
4. தீர்வினைச் சரிபார்த்து உறுதி செய்தல்.

இப்படிநிலைகள் கணிதப் பாடத்திற்கு மட்டுமே உரியது என்று எண்ணாது நமது அன்றாட வாழ்வில் எதிர்கொள்ளும் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வாக அமையும் படிகள் என்பதையும் மனதில் கொள்வோமாக. கற்ற கல்வி அற்றம் காக்கும் கருவியாக விளங்குவதற்கு இப்படிநிலைகள் ஏற்றம் பெறும் ஏணிப்படிகளாக அமையும் என்பது திண்ணம்.

## 5.7 உத்திகளின் வகைகள்

உத்திகள் பல வகைப்படும். அவற்றுள் சிலவற்றை இங்குக் காண்போம்.

### 5.7.1. படவிளக்க உத்தி (Imagery Strategy)

கணிதப் பாடத்தில் இவ்வுத்தி அதிக அளவில் பயன்படாவிடினும், பிற பாடங்களில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. அறிவியல் அடிப்படையிலான ஓர் உண்மையை இவண் நாம் காண்போம். சொற்களையும், படங்களையும் பதிவு செய்ய நம் மனதில் வெவ்வேறு பகுதிகள் உள்ளன. ஒரு தகவலை நாம் பெறும்போது, அது நீண்ட நாட்கள் நினைவில் நிலைத்து நிற்க அத்தகவலுக்குரியச் சொற்களையும், படங்களையும் சேர்த்து மனதில் பதியவைத்துக் கொள்ள வேண்டும்,

## எடுத்துக்காட்டு

பின்னம் என்ற பாடப்பகுதியில் தொகுதி மற்றும் பகுதி என்ற கருத்துக்களைக் கருதுக. ஒரு சரியான கற்றல் உத்தியைக் கையாளாத போது பின்னத்தின் பகுதி, தொகுதி குழப்பம் ஏற்படும். இதை தவிர்ப்பதற்கு பல உத்திகள் இருப்பினும், படவிளக்க உத்தி மூலமாக கற்பித்தல் மிகவும் பொருத்தமானதாகும்.



தொப்பி என்பது தலையின் மேல்பகுதியில் இருப்பது போன்று தொகுதி பின்னத்தின் மேல்பகுதியில் இருக்கும் என்ற உத்தியை பின்பற்றினால் பகுதி, தொகுதியின் அமைவிடங்கள் இடமாற்றமின்றி சரியான புரிதலை ஏற்படுத்துகின்றது.

### 5.7.2. கேள்விக்கணை உத்தி (Elaborative Interrogation Strategy)

ஏன், எப்படி என்ற தருக்க ரீதியிலான கேள்விகள் சிந்தனையைத் தூண்டும். குறிப்பாக, இத்தகைய வினாக்களை எழுப்பும் மாணவர்கள் கற்றலில் திறன் பெற்றவர்களாக இருப்பர்.

ஒரு கருத்தை நாம் நினைவில் கொள்வதற்கு முன்னர் அது ஏன், எப்படி என்ற கேள்விகளைக் கேட்டு அதற்கானத் தீர்வை அறிவதன் மூலம் அக்கருத்தை நிரந்தரமாக நினைவில் வைத்துக் கொள்வதே இவ்வுத்தியின் அடிப்படையாகும். பொருள் பொதிந்த கருத்துகள் நினைவிலிருந்து நீங்காதல்லவா !.....

## எடுத்துக்காட்டு

ஓர் எண் பத்தால் வகுபட வேண்டுமெனில் அதன் ஒன்றின் இட இலக்க எண் பூஜ்ஜியமாக இருத்தல் வேண்டும் என்ற கருத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். இது ஏன், எப்படி என்ற கேள்விகளைக் கேட்க மாணவர்கள் முற்படிந், இதற்கான தெளிவைப் பெறுவதில் ஆசிரியர் உதவும் வகையில் கீழ்க்கண்ட விளக்கங்களை அளிக்கலாம்.

1. பூஜ்ஜியத்தில் முடிவுபெறும் அனைத்து எண்களும் பத்தின் மடங்குகள் என அறிந்துகொள்ளுதல்.

2. பூஜ்ஜியத்தில் முடிவுபெறும் சில எண்களை மாணவர்களே பரவலாகத் தேர்வு செய்து பத்தால் வகுத்துப் பார்த்துத் தெளிவு பெறுதல்.

3. பத்தால் மட்டும்தான் வகுபடுமா என்பதை விவாதித்து அறிதல்.

4. மேலும் இரண்டால், ஐந்தால் வகுபடும் எனத் தெரிந்து கொள்ளுதல்.

### 5.7.3. முதல் எழுத்துச்சொல் உத்தி (Acronyms Strategy)

பல சொற்களை ஓர் வரிசை அமைப்பிலோ அல்லது வரிசை அமைப்பில் அல்லாமலோ மாணவர்கள் மனதில் நிறுத்த வேண்டிய நிலையில், அச்சொற்களின் முதல் எழுத்துக்களாலான புதிய சொல் ஒன்றை உருவாக்கி, அச்சொல்லை சிந்தையில் நிலைபெறச் செய்வதன் மூலம் அதில் புதைந்திருக்கும் அத்தனைச் சொற்களையும் மாணவர்களால் வெளிக்கொணர வைப்பதே இவ்வுத்தியின் அடிப்படையாகும்.

இவ்வுத்தியானது, மொழி, அறிவியல், சமூக அறிவியல் மற்றும் கணிதம் என அனைத்துப் பாடங்களிலும் ஆசிரியர்களால் பரவலாகக் கையாளப்படுகிறது.

#### எடுத்துக்காட்டு 1

இணைகரம், சதுரம், சாய்சதுரம், செவ்வகம், டிராபீசியம் போன்றவை நாற்கரத்தின் வகைகள் ஆகும். இந்த ஐந்து சொற்களின் முதல் எழுத்துக்களாலான ஒரு புதிய சொல்லைக் காண்போம்.

‘இசசா செடி’

இந்த, சொற்களின் வரிசைகளை மாற்றும்போது வெவ்வேறு சொற்கள் கிடைக்கப் பெறினும், கற்போருக்கு இசைவான ஒரு சொல்லை உருவாக்கிக் கையாளுவதே சிறப்பானது. இசசா செடி என்பது ஒரு பொருள் தருகின்ற சொல் போன்றிருப்பதால் ஞாபகத்தில் வைப்பது எளிதானதாகும்.

#### எடுத்துக்காட்டு 2

ஒரு முக்கோணத்தின் நான்கு வகை மையங்களான உள்வட்ட, சுற்றுவட்ட, செங்கோட்டு மற்றும் நடுக்கோட்டு மையங்களை மனதில் கொள்ள, அவற்றின் முதல் எழுத்துக்களான உ, சு, செ, ந , ஆகியவற்றைச் சேர்ந்து ‘உசநசெ’ என்ற முதல் எழுத்துச் சொல் உத்தியைப் பயன்படுத்தலாம் அல்லவா.

### 5.7.4. துருப்புச்சொல் உத்தி (Keyword Strategy)

கற்கும்போது பொருள் புரியாத ஒரு சொல்லை அடையாளங்காண, அச்சொல்லையோ அல்லது அதிலுள்ள எழுத்துக்களையோ நமக்கு பழக்கமான புதிய ஒரு சொல்லுக்கு மாற்றி, அப்புதிய சொல்லின் படத்தோடு கற்கும்போதும் சொல்லையும் இணைத்து மனதில் பதிய வைப்பதே இவ்வுத்தியின் அடிப்படையாகும்.

இது படத்தோடு தொடர்புடைய உத்தியாகையால் தொடக்க நிலையிலுள்ள மாணவர்களுக்குக் கற்றல் நிகழ்வுகளில் நன்கு பயன்படுகிறது. இது மொழிப் பாடங்களிலும்

அறிவியலிலும் அதிகமாகப் பயன்பாட்டிலுள்ளது. அந்நிய மொழிச் சொற்கள், அறிவியல் சொற்கள் மற்றும் வரையறைகளை மனதில் நிறுத்த இவ்வுத்தி பரவலாகக் கையாளப்படுகிறது.

### எடுத்துக்காட்டு

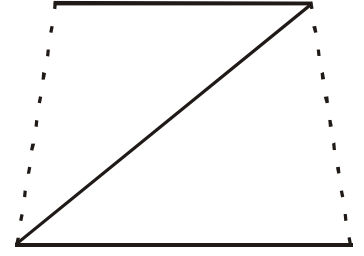
சாய்சதுரத்தையும், சரிவகத்தையும் இனம் காணுவதில் மாணவர்கள் குழப்பமடைவதை நாம் அறிவோம். சரிவகத்தை துருப்புச்சொல் உத்தியின் மூலம் கீழ்க் கண்ட படிநிலைகளில் எளிதாக நினைவில் கொள்ளலாம்.

படி 1

சரிவகத்தின் ஆங்கிலச் சொல்லான (Trapezium) என்பதில் வரும் 'Z' என்ற எழுத்தைக் கருதுக. இவ்வெழுத்து சாய்சதுரத்திற்கான ஆங்கிலச் சொல்லில் வருவதில்லை.

படி 2

'Z' என்ற ஆங்கில எழுத்தை சரிவகத்தின் உருவத்தோடு கீழ்க்கண்டவாறு தொடர்பு படுத்துக.



படி 3

இவ்வுருவம் சரிவகத்தின் உருவத்தை ஒத்திருப்பதால், இதனை எளிதில் நினைவில் கொண்டு கற்றலை மேற்கொள்ளலாம்.

### 5.7.5 தொகுத்தல் உத்தி (Summarising Strategy)

ஒரு கட்டுரை அல்லது பாடப்பொருளின் முக்கியக் கருத்துகளைச் சொற்றொடர்களாக மாற்றி அவற்றை நினைவில் கொள்ளும் வகையில் தொகுத்துப் பயன்படுத்துவதே தொகுத்தல் உத்தியாகும்.

கீழ்க்கண்ட படிகளை உற்று நோக்குக.

படி 1 : தரப்பட்டுள்ள பாடப்பொருளைப் படிக்க.

படி 2 : முக்கிய கருத்துக்களை அடையாளமிடுக.

படி 3 : மாணவரின் சொந்த நடையில், ஒவ்வொரு முக்கிய கருத்தையும் பிரதிபலிக்கும் ஒரு சொற்றொடரை எழுதுக.

படி 4 : இச்சொற்றொடர்கள் அனைத்தையும் தொகுத்து நினைவில் கொள்க.

இத்தொகுப்பானது தரப்பட்டுள்ள பாடப்பொருளின் சாரமாகும். இதை நினைவில் கொண்டு மொத்தப் பாடப்பொருளையும் மாணவரின் மனக்கண் முன் கொண்டு வந்து வெளிக்கொணர இயலுவது இதன் சிறப்பாகும்.

## எடுத்துக்காட்டு

செய்முறை வடிவியலில் ஒரு கோணத்தை இரு சம பாகங்களாகப் பிரித்தலைக் கருதுக. இது பல்வேறு படிக்களைக் கொண்டது. ஒவ்வொரு படியிலும் உள்ள கருச் சொற்களை மாணவரே கண்டறிந்து, அவற்றைத் தொகுத்து எழுதி நினைவில் வைக்க ஏதுவாகிறது.

இதே முறையில் கட்டுரை அல்லது பத்தி வடிவில் உள்ள எந்தப் பாடப்பொருளையும் தொகுத்தல் உத்தியின் மூலம் இரத்தினச் சுருக்கமாக்கி நினைவில் வைத்துக் கொள்ள முடியும்.

## இவ்வுத்தியின் சிறப்புகள்

1. பாடப்பொருளின் மையக் கருத்துகளைத் தானே கண்டறிந்து மாணவர்கள் எழுதுவதால், பாடப்பொருளை ஆழமாக சிந்திக்க அடிகோலுகிறது.
2. மேல்நிலை வகுப்புகளில் கணிதப் பாடத்திலுள்ள தேற்றங்கள் மற்றும் கணக்குகளின்படி நிலைகளை மனதில் கொள்ள இவ்வுத்தி பெரிதும் பயன்படுவதால், ஆரம்ப வகுப்புகளிலிருந்தே இவ்வுத்தியைக் கையாளுவதில் பயிற்சி அளித்தல் நல்லது.
3. தொகுப்பை விரிவாக்கி மாணவர்களே கட்டுரையாக மாற்றி எழுதுவதால் அவரது சொல்லாட்சி மற்றும் எழுதும் திறன் மேம்படுகிறது.
4. அனைத்து நிலைகளிலும் உள்ள அனைத்து பாடங்களிலும் இவ்வுத்தி பரவலாகப் பயன்படுகிறது.

## 5.7.6. கருத்து வரைபட உத்தி (Concept Mapping Strategy )

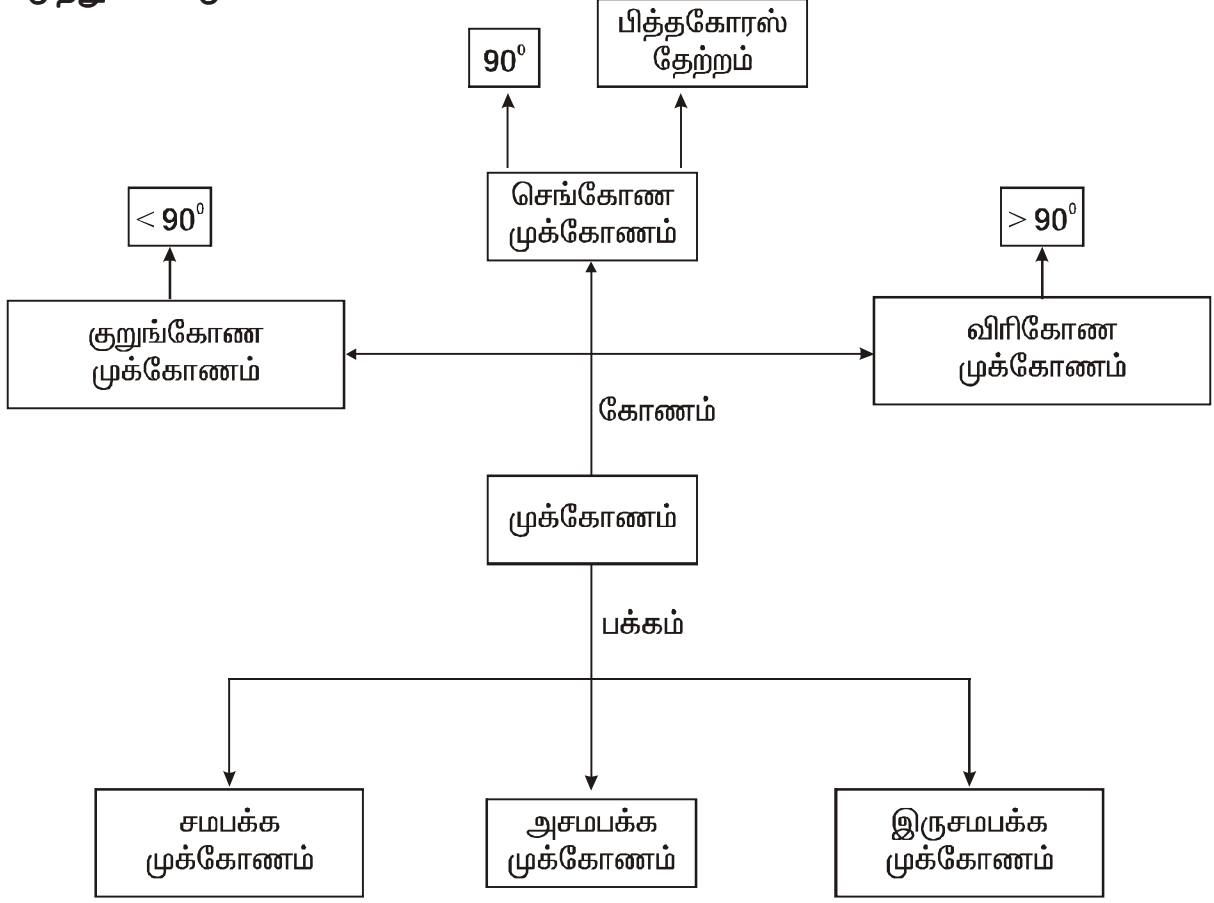
ஒரு கருத்தினுள் ஆழமாகச் சென்று அதன் உட்கருத்துகளை அடையாளங்கண்டு, அவைகளின் தொடர்புகளை வரைபடம் வாயிலாக அலசி ஆராய்ந்து புதிய பொருள் தேடுதலே கருத்து வரைபட உத்தியின் நோக்கமாகும்.

ஒரு கருத்து வரைபடத்தை உருவாக்க மாணவர்கள் கீழ்க்கண்ட படிநிலைகளில் செயல்படுதல் வேண்டும்.

- படி 1 : பாடப்பொருளைத் தெளிவாகப் படித்தல்.
- படி 2 : பாடப்பொருளில் உள்ள முக்கியமான கருத்துகளை அடையாளங்கண்டு அவற்றைப் பட்டியலிடுதல்.
- படி 3 : பட்டியலிட்ட கருத்துகளை அவற்றின் தொடர்புகளின் அடிப்படையில் வரிசைப்படுத்துதல்.
- படி 4 : தொடர்புடைய கருத்துகளை வரைகோடுகளால் இணைத்தல்.
- படி 5 : தொடர்புகளை விளக்கிக் குறிப்பிடுதல்.



## எடுத்துக்காட்டு



இந்த மன வரைபடத்தில் உள்ள பாடப்பொருள் முக்கோணமாகும். இவ்வரைபடத்தைப் பாடப்பொருளின் செறிவுக்கு ஏற்ப விரிவுபடுத்திக் கொண்டே செல்ல முடிகிறது.

இதனை பின்னல் (Webbing), கருத்துப் பின்னல் (Concept Webbing), மனவரைபடம் (Mind Mapping) என்று பலவிதமாக அழைக்கப்படுகிறது. இவ்வுத்தியானது, சிக்கலான பாடப்பொருளிலுள்ள கருத்துக்களையும் மாணவர்கள் எளிதில் புரிந்து கொள்ள வகை செய்கிறது. இங்கு பாடப்பொருளிலுள்ள முக்கியக் கருத்துக்கள் மாணவர்களால் அடையாளங்காணப்பட்டு அவைகளுக்கான தொடர்புகளைக் கண்டறிய வலியுறுத்தப்படுகிறது.

இது கணிதம், அறிவியல், சமூக அறிவியல் என எல்லா புலங்களிலும் பயன்படுத்தப்படும், இன்றைய தொழில்நுட்ப வளர்ச்சிக்கு ஈடு கொடுக்கும் வகையில் பல நிலைகளில் கையாளப்படுகிறது.

இவ்வுத்தியின் சிறப்பிற்கு இரு காரணங்கள் கூறப்படுகின்றன.

1. கற்க வேண்டிய பாடப்பொருளின் முக்கியக் கருத்துக்களை இனங்கண்டு அவைகளுக்கான தொடர்புகளை ஆய்வு செய்வதால், அடிப்படைக் கருத்துக்கள் முதல் அனைத்து அம்சங்களும் விரிவான வகையில் மாணவர் மனக்கண் முன் நிற்கிறது.

2. கருத்துக்களைத் தொடர்புபடுத்தும் வரைபடங்கள் காட்சியாகக் கண்முன் வருவதால் மாணவர்களால் எளிதில் தகவல்களை வெளிக்கொணர முடிகிறது. சொற்களும், காட்சிகளும் இணைந்த தகவல்களுக்கு நமது நினைவலைகளில் தனி இடமுண்டு என்பதை இருமக் குறியீட்டுத் தத்துவம் (Dual - Coding Thoery) விளக்குகிறது.

### கற்றல் செயல்

மேற்கூறிய உத்திகளுக்கு பொருத்தமான தொடக்க நிலை கணித பாட கருத்துக்களைக் கண்டறிந்து கற்றல் செயல்கள் அமைக்க.

### 5.8. உத்திகளை பின்பற்றுவதால் ஏற்படும் ஆக்கமும், ஊக்கமும்.

சரியான உத்திகளை மாணவர்கள் கையாளுவதில் முக்கியப் பங்கு வகிப்பவர் ஆசிரியரா அல்லது மாணவர்களா என்று பட்டிமன்றம் நடத்தினால் தீர்ப்பினைக் கூறும் நடுவரின் நிலை சற்று சிக்கலாகவே இருக்கும்.

கற்றல் நிகழ்வில் மாணவர்கள் வேகமாகவும், தெளிவாகவும், ஆழமாகவும் கற்பதற்கு கற்றல் உத்திகள் இன்றியமையாதவை என்பதை நாம் உணருகிறோம். இவ்வகைக் கற்றல் உத்திகளை உருவாக்குவதிலும், தேர்ந்தெடுப்பதிலும், பயன்படுத்துவதிலும் இரண்டு வகையான மாற்றங்கள் காரணிகளாக இருக்கின்றன. அவை,

1. ஆசிரியர் நிலைப்பாடு, 2. மாணவர் நிலைப்பாடு.

ஆசிரியர் மூன்று வகைகளில் மாணவரின் உத்தி சார்ந்த சிந்தனையைத் தூண்டுகிறார். அவை,

1. உத்திசார் சிந்தனையைத் தூண்டும் வகையில் ஆசிரியர் பாடப்பொருளைக் கற்பித்தல்.
2. உத்திசார் சிந்தனையை வளர்க்கும் வகையில் மாணவர்களுக்கு ஒப்படைவுகளையும் (Assignments), செயல் திட்டங்களையும் (Projects) அளித்தல்.
3. படிக்கும் பாடப்பொருளை படம் போன்று மனதில் வைக்கவும், ஏன் என்று கேட்கவும், முக்கியமான கருத்துக்களை நினைவில் வைத்துக்கொள்ளவும், கருத்து வரைபடத்தை உருவாக்கவும் வகுப்பறை நிகழ்வுளிடையே ஆசிரியர் கூறும் அன்பான கட்டளைகள்.

ஆக, மாணவரின் நிலை மாற்றத்தில் முக்கிய பங்கு வகிப்பவர் ஆசிரியரே.

### கற்றல் செயல் :

தொடக்கக் கல்வி மாணவர்களுக்கு, பரப்பளவு என்ற கருத்தினைக் கற்பிக்க நீவிர் கையாளும் உத்திகளை விளக்குக.

### 5.9. ஆசிரியர்களின் சிந்தனைக்குச் சில துளிகள்

மாணவர்கள் உத்தியூர்வமாக சிந்தித்து, செயல்பட வைக்க ஆசிரியர்களின் சிந்தனைக்குச் சில செயல்பாடுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

1. கற்றல் உத்திகளுக்கான வங்கியை உருவாக்குவதில் ஆசிரியர் முனைப்புக் காட்டுதல்.
2. ஒரு கற்றல் சூழலுக்குப் பொருத்தமான பல கற்றல் உத்திகளை மாணவர்களுக்கு வழங்க ஆசிரியர் எந்நேரமும் ஆயத்தமாக இருத்தல்.
3. புதிய கற்றல் உத்திகளைத் தொடர்ந்து செயல்படுத்துவதிலும், அவற்றில் எவை நமது சூழலுக்கு ஏற்றது என்பதைக் கண்டறிவதிலும் அக்கறை உடையவராக இருத்தல்.
4. கற்றல் உத்திகளின் முக்கியத்துவத்தை மாணவர்கள் ஏற்றுக்கொள்ளும் வகையில் உணர்த்துதல்
5. ஒவ்வொரு பாடப்பொருளுக்கும் உரிய கற்றல் உத்திகளைத் தொடர்பு படுத்துதல்.
6. ஒவ்வொரு மாணவரும் அவருக்கு விருப்பமான உத்திகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு உகந்த வகையில் ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் பலதரப்பட்ட உத்திகளின் மாதிரிகளை ஆசிரியர் அறிமுகம் செய்தல்.
7. கற்றல் நிலைகளில் ஏற்படும் தேவைகளின் அடிப்படையில் மட்டுமே கற்றல் உத்திகளைக் கையாள மாணவர்களை ஊக்குவித்தல்.
8. வகுப்பறையில் மாணவர்கள் கையாளும் உத்திகள் சரியானவைதானா என்பதை ஆசிரியர் கண்காணித்து உறுதி செய்தல்.
9. மற்ற பாடங்களுக்கு ஏற்ற வகையிலும், தேவைப்படின மாற்றங்களுடனும் மாணவர்கள் செயல்படுத்தி புதிய உத்திகளைக் கண்டறிய ஆசிரியர் ஊக்குவித்தல்.
10. வகுப்பறையில் பின்தங்கிய மாணவர்களிடம் சிறப்புக் கவனம் மேற்கொள்ளல்.
11. ஆசிரியர் வெளிப்படையாகக் கூறும் உத்திகளை மட்டுமே மெதுவாகக் கற்போர் பின்பற்றுவதால், அவர்களது சிந்தனையைத் தூண்டுவதிலும், அவர்களாகவே தேர்வு செய்யும் சரியான உத்திகளுக்கு வெகுமதிகளையும், பாராட்டுதல்களையும் அளித்தல்.
12. ஒப்பார் குழு (Peer - Tutoring ) மற்றும் கூட்டுறவுக் கற்றல் (Coperative Learning) மூலம் மெதுவாகக் கற்போரை முன்னேற்றப் பாதைக்கு அழைத்துச் செல்லல்.

உத்திகளைக் கற்றல் கற்பித்தலில் ஓர் அங்கமாக்குவோம் !

மாணவர் வாழ்வில் ஒளியேற்றுவோம் !

## கற்றவை

- \* உத்திசார் கற்பித்தல் – அறிமுகம்
- \* கற்பித்தல் முறையும், கற்பித்தல் உத்தியும்
- \* நேர்முகக் கற்பித்தல்
  - \* நேர்முகக் கற்பித்தலின் மூன்று நிலைகள்
    - ✓ முதல் நிலை
    - ✓ இடைநிலை
    - ✓ கடைநிலை
- \* உத்திசார் கற்பித்தல்
  - \* உத்திசார் கற்பித்தலும், நேர்முகக் கற்பித்தலும்
  - \* உத்திசார் கற்பித்தலின் மையக்கருத்து
  - \* உத்திசார் கற்பித்தலின் முக்கியத்துவம்
  - \* உத்திசார் கற்பித்தலின் நோக்கம்
  - \* உத்திசார் கற்பித்தலின் வகைகள்
    - ✓ அறிவுசார் உத்திகள்
    - ✓ மேதாவிய அறிவுசார் உத்திகள்
    - ✓ தீர்வாய்வு சார்ந்த உத்திகள்
  - \* உத்திகளின் வகைகள்
    - ✓ படவிளக்க உத்தி
    - ✓ கேள்விக்கணை உத்தி
    - ✓ முதல் எழுத்துச் சொல் உத்தி
    - ✓ துருப்புச் சொல் உத்தி
    - ✓ தொகுத்தல் உத்தி
    - ✓ கருத்து வரைபட உத்தி
  - \* உத்திகளை பின்பற்றுவதால் ஏற்படும் ஆக்கமும், ஊக்கமும்
  - \* ஆசிரியர்களின் சிந்தனைக்குச் சில துளிகள்
- \* கற்றல் செயல்

## அலகு-6

# கணிதத்தில் தீர்வாய்வுமையக்கற்றல்

(Problem Based Learning in Mathematics)

## 6.1 அறிமுகம்

அனைத்து வகை மாற்றங்களுக்கும் அடிப்படையானது கல்விப்புலத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களே. ஆசிரியரின் வகுப்பறை ஏகாதிபத்தியத்தினால், வாயிருந்தும் பேச இயலாத ஊமைகளாக உழன்று வரும் மாணவர்களுக்கு துருவ நட்சத்திரமாக அவ்வப்போது சில கற்றல் கற்பித்தல் முறைகளும், உத்திகளும், அணுகுமுறைகளும் தோன்றிக்கொண்டேதான் இருக்கின்றன. பிளேட்டோ, சாக்ரடீஸ் போன்ற தத்துவ மேதைகள் தமது மாணவர்களைச் சிந்திக்க வைப்பதிலும், புதியனவற்றைத் தேடுதலிலும், விவாதம் செய்வதிலும் உண்மையான கற்றல் அனுபவங்களைக் கண்டனர்.

அவற்றில் சில, காலத்தின் தேவை அடிப்படையில் ஆங்காங்கே பயன்பாட்டிலும் இருந்து வருகின்றன. அந்த வகையில், மருத்துவ மாணவர்களின் தேவையின் அடிப்படையில், கேஸ் வெஸ்டன் ரிஸர்வ் பல்கலைக்கழகத்தால் 1950 ம் ஆண்டுவாக்கில் தோற்றுவிக்கப்பட்டதே தீர்வாய்வுமையக்கற்றல் முறையாகும். எனினும், இதனை ஒரு கற்பித்தல் முறையாக கனடாவிலுள்ள மெக்மாஸ்டர் பல்கலைக்கழகம் 1968ம் ஆண்டு அங்கீகரித்தது.

## 6.2 வரையறை

ஒரு தீர்வாய்வை (Problem) மையமாகக் கொண்டு, அதன் தீர்வினுடைய தேடலின்போது, பரந்த அனுபவங்களையும், அறிவையும் பெற்று, சரியானத் தீர்வுக்கானக் காரணிகளைச் சுயமாகவும், ஒப்பார்குழு மூலமாகவும் கண்டறிந்து, அவற்றில் எது சரியானது என்பதை மதிப்பீடு செய்து தாமே கண்டறிவது தீர்வாய்வுமையக்கற்றலாகும்.

### 6.2.1. பொருள்

தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் என்பது ஆசிரியரின் சீரிய வழிகாட்டுதலின் கீழ் மாணவர்கள்

1. சுயநோக்கு அணுகுமுறையுடனும் (Self - directed approach)
2. கற்போரை மையமாகக் கொண்ட கற்றல் உத்திகளுடனும் (Learner Centred Learning Strategy) கற்பதாகும்.

### 6.3. தீர்வாய்வுமையக் கற்றல் படிகள்

தீர்வாய்வுமையக் கற்றல் அறிவியல் பூர்வமாக பல படிகளை உள்ளடக்கியதாகும். அவை,

1. மாணவர்களைச் சமச்சீரற்ற (heterogeneous) குழுக்களாகப் பிரித்தல்.
2. ஏதேனும் ஒரு குழுவினருள்ள மாணவர் மூலமாக ஒரு தீர்வாய்வினை வெளிப்படுத்துதல்.
3. ஒவ்வொரு குழுவினருள்ள மாணவர்களும் அத்தீர்வாய்வுத் தொடர்பான உண்மைகளைக் (facts)கண்டறிதல்,
4. கண்டறிந்த உண்மைகளின் அடிப்படையில் தத்தம் குழுவினருடன் விவாதம் செய்தல்.
5. கலந்துரையாடல் மூலம் ஒரு கொள்கையை(hypothesis) ஒவ்வொரு குழுவினரும் உருவாக்குதல்.
6. உருவாக்கியக் கொள்கையை நிரூபிக்கத் தேவையான கற்றல்தேவைகளை (learning needs) அடையாளங்காணுதல்.
7. முடிவுகளைத் தம் குழுவினருடன் பகிர்ந்து கொண்டு அவற்றை வெளிப்படுத்துதல்.
8. அனைத்துக் குழுவினரின் முடிவுகளும் ஒரே தன்மையுடையதாயின் ஒரு பொதுவான முடிவுக்கு வருதல்.
9. முடிவுகள் வேறுபட்டதாயின், மீண்டும் இப்படிகளில் செயல்படுதல்.

#### 6.3.1. பரிந்துரைகள் (Suggestions)

கீழ்க்கண்ட பகுதிகளைத் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் முறை மூலம் கற்பிக்க பரிந்துரைக்கப்படுகிறது. அவை,

1. இயற்கணிதம்
2. எண்ணியல்
3. அளவியல்
4. வடிவியல்
5. புள்ளியியல்

இப்பகுதியில் மேலே குறிப்பிட்டுள்ள படிகளின் அடிப்படையில் எங்ஙனம் கற்றல் நிகழ்வுகள் சாத்தியமாகும் என்பதைத் தகுந்த எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் அறிந்துத் தெளிவு பெறுவோம்.

#### எடுத்துக்காட்டு 1 : (இயற்கணிதம்)

**தீர்வாய்வு**

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

இவ்விதியில் வரும் அடுக்குகளைக் கூட்டுவதா அல்லது பெருக்குவதா என்ற மாணவர்களிடம் தோன்றிய பிரச்சினையே இத்தீர்வாய்வின் பின்னணியாகும்.

படி 1 :

மாணவர்களைச் சமச்சீரற்ற குழுக்களாகப் பிரித்தல்.

படி 2 :

ஆசிரியரின் வழிகாட்டுதல் படி, ஒவ்வொரு குழுவினாள்வர்களும் அவர்களின் விருப்பத்திற்கேற்ப கீழ்க்கண்டவாறு ஒரு வினாவை வெளிப்படுத்தல்.

$$\text{குழு 1} : a^3 \times a^2$$

$$\text{குழு 2} : a^4 \times a^3$$

$$\text{குழு 3} : a^5 \times a^2$$

$$\text{குழு 4} : a^8 \times a^1$$

படி 3 :

அடிமானம் மற்றும் அடுக்குத் தொடர்பான உண்மைகளைக் கண்டறிதல்.

உதாரணமாக,

$$a^3 = a \times a \times a$$

$$a^3 \times a^2 = a \times a \times a \times a \times a = a^5$$

படி 4 :

கண்டறிந்த கீழ்க்கண்ட உண்மைகளை விவாதித்தல். உதாரணமாக,

$$\text{குழு 1} : a^3 \times a^2 = a^5$$

$$\text{குழு 2} : a^4 \times a^3 = a^7$$

$$\text{குழு 3} : a^5 \times a^2 = a^7$$

$$\text{குழு 4} : a^8 \times a^1 = a^9$$

படி 5 :

ஆசிரியரின் வழிகாட்டுதலின் கீழ், பெருக்கல் செயலின் போது, அடிமானம் சமமாக இருப்பின் அவற்றின் அடுக்குகளைக் கூட்டி எழுத வேண்டும் என்ற கொள்கையை ஒவ்வொரு குழுவினரும் உருவாக்குதல்.

படி 6 :

குழுச் செயல் மூலம் கீழ்க்கண்டவற்றை அறியச் செய்தல்.

$$\begin{aligned} \text{குழு 1} & : a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5 \\ \text{குழு 2} & : a^4 \times a^3 = a^{4+3} = a^7 \\ \text{குழு 3} & : a^5 \times a^2 = a^{5+2} = a^7 \\ \text{குழு 4} & : a^8 \times a^1 = a^{8+1} = a^9 \end{aligned}$$

படி 7 :

ஒவ்வொரு குழுவினரும், தாங்கள் கண்டுபிடித்த முடிவுகளை வெளிப்படுத்துதல்.

படி 8 :

பெருக்கல் செயலின்போது, அடிமானங்கள் சமமாக இருப்பின், பெருக்கல் பலனின் அடுக்கு, தரப்பட்டவற்றின் அடுக்குகளின் கூடுதலுக்கு சமமாக இருக்கும் என்ற பொது விதியை தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் மூலம் கற்றறிதல்.

$$\text{அதாவது, } a^m \times a^n = a^{m+n}$$

## எடுத்துக்காட்டு 2 : (எண்ணியல்)

### தீர்வாய்வு

$$\text{மிகைமுழு} \times \text{குறைமுழு} = \text{குறைமுழு.}$$

மிகை முழுவையும், குறை முழுவையும் பெருக்கக்கிடைப்பது குறைமுழுவா அல்லது மிகை முழுவா என்ற மாணவர்களிடம் தோன்றிய குழப்பமே இத்தீர்வாய்வின் பின்னணியாகும்.

படி 1 :

மாணவர்களைக் குழுக்களாகப் பிரித்தல்.

படி 2 :

ஆசிரியரின் வழிகாட்டுதல்படி, குழுவினரின் விருப்புக்கேற்ப கீழ்க்கண்டவாறு ஒரு மிகை மற்றும் ஒரு குறைமுழுவின் பெருக்கல் பலனை வெளிப்படுத்துதல். உதாரணமாக,

$$\text{குழு 1} : 3 \times (-2), \quad \text{குழு 2} : 5 \times (-3)$$

$$\text{குழு 3} : 2 \times (-4), \quad \text{குழு 4} : 4 \times (-1)$$

படி 3 :

தீர்வாய்வுத் தொடர்பாக மாணவர்கள் கண்டறிந்த உண்மைகள்

☞ முழுக்கள், மிகைமுழுக்கள் மற்றும் குறைமுழுக்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பும் அவற்றின் பயன்பாட்டு உண்மைகளும்.

☞ மிகை, குறை முழுக்களின் வரிசைத் தன்மை.

☞ எண் கோட்டில் மிகை, குறை முழுக்களின் நிலைகள்.



படி 4 :

கண்டறிந்த உண்மைகளை தத்தம் குழுவினருடன் விவாதித்தல்.

விவாதத்தின் போது, இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கல் பலன் குறித்த தெளிவு பெறுதல்.

படி 5 :

ஒரு மிகை முழுவையும், ஒரு குறைமுழுவையும் பெருக்கக் கிடைப்பது ஒரு குறை முழுவே என்ற கொள்கையை ஒவ்வொரு குழுவினரையும் உருவாக்க வைத்தல்.

படி 6 :

உருவாக்கிய கொள்கையை நிரூபிக்கும் வகையில், கீழ்க்கண்ட குழுச்செயல்களை ஆசிரியர் பரிந்துரை செய்தல்.

### செயல் 1 : (வாழ்க்கைச் செயல்)

$$(+3) \times (-2)$$

ஒருவர் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் இருந்த 2 கி.மீ வேகத்தில் பின்னோக்கி (-2) நடந்தால், 3 மணி நேரத்திற்குப் பின் (+3) அவர் எங்கிருப்பார் என்று வினவினால், 6 கி.மீ தொலைவில் பின்னிலையில் (-6) இருப்பார் என்பது தெளிவு.

$$\text{எனவே } (+3) \times (-2) = -6$$

### செயல் 2 : (அமைப்புச் சீர் முறை)

$$(+5) \times (-3)$$

ஒவ்வொரு குழுவினரும், கீழ்க்கண்டவாறு அமைப்புச் சீர் வரிசையை உருவாக்கி, கொள்கையை நிரூபிக்க வழிவகுத்தல்.

$$(+5) \times (+2) = +10$$

$$(+5) \times (+1) = +5$$

$$(+5) \times 0 = 0$$

$$(+5) \times (-1) = -5$$

$$(+5) \times (-2) = -10$$

$$\text{எனவே } (+5) \times (-3) = -15$$

இது போன்று ஒவ்வொரு குழுவினரும், அவர்கள் எடுத்துக்கொண்ட கணக்குகளுக்குச் செயல்கள் அமைத்துத் தீர்வு காணல்.

படி 7 :

ஒவ்வொரு குழுவினரும் தமக்குக் கிடைத்த முடிவினை வெளிப்படுத்தல்.

படி 8 :

அனைத்துக் குழுவினரும், மிகைமுழு X குறைமுழு = குறைமுழு என்ற பொதுவான முடிவை வெளிப்படுத்தியதால், அம்முடிவையே அனைத்துக் குழுவினரும் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் அடிப்படையில் ஏற்றுக் கொள்ளுதல்.

**எடுத்துக்காட்டு 3 : (அளவியல்)**

**தீர்வாய்வு**

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் நீளம் X செவ்வகத்தின் அகலம்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவுக்கான விதிகளை தவறுதலாக புரிந்து கொள்வதில் ஏற்படும் பிரச்சினையே இத்தீர்வாய்வின் பின்னணியாகும்.

படி 1 :

மாணவர்களைக் குழுக்களாகப் பிரித்தல்.

படி 2 :

ஏதேனும் ஒரு குழுவிலுள்ள மாணவர் மூலமாக,

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் நீளம் X செவ்வகத்தின் அகலம்

என்ற தீர்வாய்வினை வெளிப்படுத்தல்.

படி 3 :

மாணவர்கள் கண்டறிந்த உண்மைகள்

- ☞ செவ்வகத்தின் பல்வேறு பண்புகள்
- ☞ செவ்வகத்தின் சுற்றளவுக்கும், பரப்பளவுக்கும் உள்ள வித்தியாசம்
- ☞ நீட்டலளவை மற்றும் பரப்பளவுகளின் அலகுகள் குறித்த தெளிவு
- ☞ அறையின் நீளம், அகலம், பரப்பளவு போன்ற சூழலில் உள்ள பொருட்கள் குறித்த நேரடி அனுபவம்
- ☞ அறையின் தரைப்பரப்பில் நிரைகள் மற்றும் நிரல்களில் அமைந்த ஓடுகளின் அமைப்பும், எண்ணிக்கையும்
- ☞ வரைபடத்தாளின் பரப்பை அடைக்கும் சதுரக் கட்டங்களின் அமைப்பும், எண்ணிக்கையும்

படி 4 :

மேற்கண்ட உண்மைகளைத் தத்தம் குழுவினருடன் ஆழமாக விவாதம் செய்தல்.

படி 5 :

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்தையும், அகலத்தையும் பெருக்கக் கிடைப்பது அதன் பரப்பளவாகும் என்ற கொள்கையை ஒவ்வொரு குழுவினரும் உருவாக்கும் வகையில் மாணவர்களை ஆயத்தம் செய்தல்.

படி 6 :

மாணவர்கள் ஏற்றுக் கொண்ட கொள்கையை நிரூபிக்கக் கீழ்க்கண்ட கற்றல் கருவிகளையும், செயல்களையும் ஆசிரியர் பரிந்துரைத்தல்.

### கற்றல் கருவிகள்

1. தேவைக்கு ஏற்றபடி, ஒரு சதுர அலகு பக்க அளவு கொண்ட சதுர அட்டைகள்.
2. வெவ்வேறு அளவுகளில் அமைந்த செவ்வக அட்டைகள்.

உதாரணமாக, நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே,

- (i) 4 அலகுகள், 3 அலகுகள் ;      (ii) 5 அலகுகள், 4 அலகுகள்  
(iii) 6 அலகுகள், 3 அலகுகள் ;      (iv) 7 அலகுகள், 2 அலகுகள்

### செயல் 1

ஒவ்வொரு குழுவுக்கும் தலா ஒரு செவ்வக அட்டையும், தேவைக்கு ஏற்ப சதுர அலகு அட்டைகளையும் பகிர்ந்து அளித்தல்.

### செயல் 2

கொடுக்கப்பட்டுள்ள செவ்வக அட்டையின் பரப்பை சீராக நிரப்ப தேவைப்படும் சதுர அலகு அட்டைகளின் எண்ணிக்கையைக் குழுவினர் கண்டறிதல்.

படி 7 :

ஆசிரியர் கரும்பலகையில் கீழ்க்கண்டவாறு தயாரித்து வைத்திருக்கும் அட்டவணையில் குழுவினரின் முடிவுகளை வெளிப்படுத்தல்.

குழு எண்	செவ்வகத்தின் நீளம்	செவ்வகத்தின் அகலம்	பரப்பை அடைக்கத் தேவையான சதுர அட்டைகள்
1	4 அலகுகள்	3 அலகுகள்	12 ச.அலகுகள்
2	5 அலகுகள்	4 அலகுகள்	20 ச.அலகுகள்
3	6 அலகுகள்	3 அலகுகள்	18 ச.அலகுகள்
4	7 அலகுகள்	2 அலகுகள்	14 ச.அலகுகள்

படி 8 :

அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களை மாணவர்கள் உற்று நோக்கும்படி செய்தல். பின்னர் நீளம், அகலம் மற்றும் பரப்பை அடைக்கத் தேவைப்படும் சதுர அட்டைகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் பொதுவானத் தொடர்பினை வெளிக் கொணர்தல். அதாவது, ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்தையும், அகலத்தையும் பெருக்கக் கிடைப்பது அதன் பரப்பளவாகும் என்ற முடிவைத் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் முறைப்படி அனைத்துக் குழுவினரும் ஐயம் நீங்க கற்றுத் தெளிதல்.

**எடுத்துக்காட்டு 4 : (வடிவியல்)**

**தீர்வாய்வு**

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்  $180^\circ$

அனைத்து வகை முக்கோணங்களின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதலும் ஒரே அளவுடையது என்ற கருத்தை மாணவர்கள் ஏற்றுக் கொள்வதில் ஏற்படும் பிரச்சினையே இத்தீர்வாய்வின் பின்னணியாகும்.

படி 1 :

மாணவர்களைக் குழுக்களாகப் பிரித்தல்.

படி 2 :

மாணவர்களை ஆயத்தப்படுத்தும் விதமாக, முக்கோணத்தின் வகைகளைக் கண்டறியச் செய்து குழுவில் உள்ள ஒருவர் மூலம், முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதலைக் கண்டறியும் நோக்கத்தை வெளிப்படுத்தல்.

படி 3 :

இத்தீர்வாய்வு தொடர்பாகக் குழுவினர் கண்டறிந்த உண்மைகள்

- ஒரு முக்கோணம் மூன்று முனைப்புள்ளிகளையும், மூன்று பக்கங்களையும் உடைய ஒரு அடைபட்ட ஒழுங்கு பலகோணம்
- ஒரு முக்கோணம் மூன்று கோணங்களைக் கொண்டது
- பக்கங்களின் அடிப்படையில், சமபக்க, இருசமபக்க, அசமபக்க முக்கோணங்கள் என்று வகைப்படுத்த இயலும்
- கோணங்களின் அடிப்படையில், குறுங்கோண, விரிகோண, செங்கோண முக்கோணங்கள் என்று வகைப்படுத்தலாம்
- அனைத்துவகை முக்கோணங்களும் மூன்று பக்கங்களையும், மூன்று கோணங்களையும் கொண்டவை

படி 4 :

மேற்கண்ட உண்மைகளைத் தத்தம் குழுவினரோடு சீரிய முறையில் விவாதித்தல்.

படி 5 :

ஆசிரியரின் வழி காட்டுதலின் கீழ், ஒவ்வொரு குழுவினரும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்  $180^\circ$  என்ற கொள்கையை உருவாக்குதல்.

படி 6 :

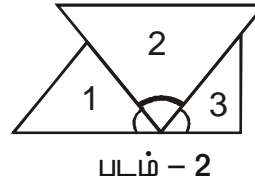
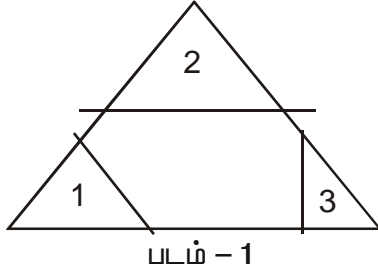
மாணவர்கள் உருவாக்கியக் கொள்கையை நிரூபிக்க கீழ்க்கண்ட கற்றல் கருவிகளையும், செயல்களையும் ஆசிரியர் பரிந்துரைத்து உதவுதல்.

### கற்றல் கருவிகள்

1. கெட்டியான காகிதத்தில் பல்வேறு அளவுகளிலும், வகைகளிலும் வெட்டப்பட்ட முக்கோணங்கள்.
2. பாகைமானி.
3. கத்திரிக் கோல்.

### செயல் 1

எடுத்துக்கொண்ட முக்கோண அட்டையின் மூன்று கோணப்பகுதிகளையும் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி கத்திரிக்கோலால் வெட்டி ஒரு நேர்கோட்டில் அமைத்தல்.



### செயல் 2

ஒரு முக்கோண அட்டையை எடுத்து பாகைமானியின் உதவியுடன் மூன்று கோணங்களையும் துல்லியமாக அளந்து கூட்டிப் பார்த்தல்.

படி 7 :

மேற்கண்ட செயல்களின் அடிப்படையில் கோணப் பகுதிகள் குறிக்கும் கோணங்களின் கூடுதல் ஒரு நேர்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளதால் அது  $180^\circ$  ஐக் குறிக்கிறது என்பதை மாணவர்கள் உணர்ந்து அதனை வெளிப்படுத்தல்.

பாகைமானியைப் பயன்படுத்திக் கண்டறியும் கோணங்களின் கூடுதலில் ஏற்படும் மிக துல்லிய பிழைகள், தாம் பாகை மானியைக் கையாளுவதில் ஏற்படும் பிழைதான் என்பதை மாணவர்கள் உணர்ந்து வெளிப்படுத்தல்.

படி 8 :

அனைத்துக் குழுவின் முடிவும் ஒரே தன்மையுடையதாகையால், ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்  $180^\circ$  என்ற முடிவினை அனைத்து மாணவர்களும் ஏற்றுக் கொள்ளுதல்.

**எடுத்துக்காட்டு 5 : (வரைபடம்)**

தீர்வாய்வு : வரைபடத்தில்  $(-x, -y)$  என்ற அமைப்புடைய புள்ளிகள் இடம் பெறுவது மூன்றாம் கால்பகுதியாகும். ( $x \geq 0, y \geq 0$ )

$(-x, -y)$  என்ற அமைப்புடைய புள்ளிகள் நான்கு வகையான கால் பகுதிகளில் எந்த கால் பகுதியில் அமைந்துள்ளது என்ற குழப்பமே இத்தீர்வாய்வின் பின்னணியாகும்.

படி 1 :

மாணவர்களைக் குழுக்களாகப் பிரித்தல்.

படி 2 :

ஏதேனும் ஒரு குழுவிலுள்ள ஒரு மாணவர் மூலம் வரைபடத்தில்  $(-x, -y)$  என்ற அமைப்புடைய புள்ளிகள் இடம் பெறும் கால்பகுதியைக் கண்டறியும் தீர்வாய்வினை வெளிப்படுத்தல்.

படி 3 :

இது குறித்து குழுவினர் கண்டறிந்த உண்மைகள்

- வரைபடத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் இரண்டு ஆயத்தொலைவுகள் உண்டு.
- அவை  $x$ - ஆயத் தொலைவு மற்றும்  $y$ -ஆயத் தொலைவு ஆகும். அவை முறையே  $x$  மற்றும்  $y$  அச்சில் இருந்து அப்புள்ளி அமைந்திருக்கும் தொலைவுகள் ஆகும்.
- ஒரு வரைபடம் 4 கால்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கும்.
- $x, y$  அச்சுகள் எண்கோடுகளாகவும், அவை பூஜ்யத்தில் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளது.

படி 4 :

மாணவர்கள் கண்டறிந்த இவ்வண்மைகளை தத்தம் குழுவினருடன் விவாதித்தல்.

படி 5 :

ஆசிரியரின் வழிகாட்டுதலின் படி, ஒவ்வொரு குழுவினரும்  $(-x, -y)$  அமைப்புடைய புள்ளிகள் வரைபடத்தில் மூன்றாம் கால்பகுதியில் அமையும் என்ற கொள்கையை உருவாக்கிக் கொள்ளுதல்.

படி 6 :

மாணவர்கள் உருவாக்கியக் கொள்கையை நிரூபிக்க கீழ்க்கண்ட கற்றல் கருவிகளையும், செயல்களையும் ஆசிரியர் பரிந்துரைத்து உதவுதல்.

## கற்றல் கருவிகள்

1. வரைபடத் தாட்கள்.
2. வரைபடக் கரும்பலகை.

## செயல்

$(x, y)$ ,  $(-x, y)$ ,  $(-x, -y)$ ,  $(x, -y)$  என்ற அமைப்புகளில் உள்ள புள்ளிகளை மாணவர்களே தெரிவு செய்து அதனை வரைபடத்தாளில் குறித்தல்.

படி 7 :

வரைபடத்தில் குறித்த விவரங்களின் அடிப்படையில், மேலேக் குறிப்பிட்ட நான்கு வகை அமைப்புகளும் எந்தெந்த காற்பகுதிகளில் வருகின்றன என்பதைத் தத்தம் குழுவினருடன் பகிர்ந்து கொண்டு அவற்றை வெளிப்படுத்தல்.

படி 8 :

அனைத்துக் குழுவினரும் கீழ்க்கண்ட பொதுவான முடிவுகளைப் பெற்றிருப்பர். அவை,

1.  $(x, y)$  அமைப்பிலுள்ள புள்ளிகள் இடம்பெறும் கால்பகுதி I
2.  $(-x, y)$  அமைப்பிலுள்ள புள்ளிகள் இடம் பெறும் கால்பகுதி II
3.  $(-x, -y)$  அமைப்பிலுள்ள புள்ளிகள் இடம் பெறும் கால்பகுதி III
4.  $(x, -y)$  அமைப்பிலுள்ள புள்ளிகள் இடம் பெறும் கால்பகுதி IV

எனவே, தீர்வாய்வுக் கற்றல் அடிப்படையில், வரைபடத்தில்  $(-x, -y)$  அமைப்பிலுள்ள புள்ளிகள் மூன்றாம் கால்பகுதியில் அமைந்திருக்கும் என்ற முடிவினைத் தெளிவாகக் கற்றுக் கொள்கிறார்கள்.

இத்தீர்வாய்வு மூலமாக மற்ற அமைப்பில் உள்ள புள்ளிகள் எந்தெந்த காற்பகுதிகளில் இடம்பெறுகின்றன என்பதனையும் கூடுதலாகக் கற்றுத் தெளிவு பெறுகிறார்கள்.

## கற்றல் செயல்

மேலே பரிந்துரைக்கப்பட்ட கணித பாடப்பகுதிகளில் பொருத்தமான தீர்வாய்வுகளைக் கண்டறிந்து கற்றல் செயல்கள் அமைக்க.

## 6.4. மாணவர்களின் நிலையில் தீர்வாய்வுக் கற்றல்

நடைமுறைக் கல்விச் சூழலில், தேர்வுகளில் அதிக மதிப்பெண்கள் பெற்று முன்னிலையில் இருக்கும் அனைத்து மாணவர்களும் தீர்வாய்வு மையக் கற்றலிலும் முன்னிலையில் இருப்பர் என உறுதியாக கூற முடியாது.

ஆசிரியர் கூறும் தகவல்களையெல்லாம் அங்ஙனமே மனப்பாடம் செய்து, அவர் வெளிப்படையாகக் கூறும் செயல்களையெல்லாம் நூற்றுக்கு நூறு சரியாகச் செய்கின்ற மாணவருக்குக் கணித ரீதியில் சிந்திக்க வாய்ப்பளிக்கப்பட்டுள்ளதா என்று ஒரு கணம் நாம் சிந்திக்க கடமைப்பட்டுள்ளோம்.

தொடக்க நிலை வகுப்புகளில் கணித அடிப்படைச் செயல்களோடு தொடர்புடைய வாய்ப்பாடுகளை மனப்பாடமாக அறிந்த மாணவர்கள் பாடப் பொருளில் ஆசிரியர் வினவும் கேள்விகளுக்கு உடனடியாகப் பதிலளிக்கிறார்கள். ஆனால் அவை எங்ஙனம் கிடைக்கப்பெற்றது என்று கேட்டால் சிலர் சொல்லத் தெரியாதவர்களாக இருக்கின்றனர். வாய்ப்பாடுகளை மாணவர்கள் மனப்பாடம் செய்வது குறித்து கணித வல்லுநர்களிடையே எதிர்மறையான கருத்துகள் நிலவி வருவதை நாம் அறிகிறோம்.

இரு ஓரினப் பின்னங்களைக் கூட்ட, பொதுவானப் பகுதியை விடையின் பகுதியாகவும், தொகுதிகளைக் கூட்டி விடையின் தொகுதியாகவும் எழுத வேண்டுமென்று ஆசிரியர் கூறும் விதியின் விளக்கம் எத்தனை மாணவர்களுக்குத் தெரிந்திருக்கின்றது. தெரியாதவர்களில் எத்தனை பேர் ஆசிரியரிடம் கேட்டுத் தங்கள் ஐயங்களை நிவர்த்தி செய்து கொள்கிறார்கள்.

தரப்பட்டுள்ள இரு பின்னங்களைக் கூட்ட, தொகுதிகளின் கூடுதலை விடையின் தொகுதியாகவும், பகுதிகளின் கூடுதலை விடையின் பகுதியாகவும் எழுதுகின்ற சில மாணவர்களைப் பள்ளிகளில் நாம் காண்கிறோம். அதனை நிவர்த்தி செய்யும் முயற்சியில், ஆசிரியர் மீண்டும் சரியான விதிகளைக் கூறி மாணவர்களை மனப்பாடம் செய்ய வைத்து, ஒரு காலகட்டத்திற்குப் பின் அவற்றை மறந்து மீண்டும் அதே தவறுகளைச் செய்கின்ற மாணவர்களையும் பள்ளிகளில் நாம் காண்கிறோம்.

அவ்வகுப்பறையில் பெரும்பான்மையான மாணவர்களுடைய இப்பிரச்சினையைத் தீர்வாய்வு அணுகுமுறையில் தீர்க்க ஆசிரியர் ஏன் முயலுதல் கூடாது. இம்முறையைப் பின்பற்றும் போது, பின்னங்களின் வகைகளையும் மாணவர்களே ஐயம் நீங்க கற்றுக் கொள்கிறார்கள். அவர்களது வெற்றியானது ஒரு குறிப்பிட்ட கேள்விக்கான விடையில் மட்டுமல்லாது, அக்கேள்வி சார்ந்திருக்கும் பொருளோடு தொடர்புடைய அத்தனைக் கருத்துக்களிலும் தெளிவு பெறும் வகையில் உள்ளது.

தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் சூழலில் மாணவர்,

- தீர்வுகளை வெளிக் கொணரவும்
- புதிய உத்திகளையும், முறைகளையும், கண்டறியவும்



- அவற்றைத் தீர்வுக்கு ஏற்ப மாற்றிக் கையாளவும்
- வேறொரு பொருத்தமான நிலையில் அவற்றைப் பயன்படுத்தவும் திறனடைகிறார்கள்.

மேலும் அவர்கள்,

1. கணித ரீதியில் தொடர்பு கொள்ளவும் (communication)
2. பங்கேற்கவும் (representation)
3. மாதிரியாய்ச் செயல்படவும் (modelling)
4. காரண காரியமறியவும் (reasoning)

கற்றுக் கொள்கிறார்கள்.

இம்முறை குழுக் கற்றலை ஊக்குவிப்பதால், மாணவருக்கு

- கற்றலில் ஆர்வமும்
- அச்சமின்றி சக மாணவர்களிடம் கலந்து தெளிவு பெறுகின்ற வாய்ப்பும்
- அவர்களோடு வாதாடி முழுமை பெறுகின்ற திறனும்
- தன்னம்பிக்கையும் வளர்கிறது.

ஆக, மாணவர் தான் எதிர்கொள்ளும் சமூகப் பிரச்சினைகளுக்குத் தானே தீர்வு காணவும், சூழல்களுக்கு ஏற்ப தன் நிலைகளை மாற்றிக் கொள்ளவும் கற்றுக் கொள்வதுடன், அவரது ஆளுமைத் திறன் முழு அளவில் வெளிப்படுவதற்கு வழி செய்கிறது. உலகமயமாக்கப்பட்டு அனைத்துத் தொழில்நுட்பங்களிலும் வேகமாக வளர்ந்து வரும் இன்றைய போட்டி நிறைந்த உலகில், வகுப்பறைக்கு வெளியே இருக்கும் பொருத்தமான வளங்களைக் குறித்தும் கற்று தெளிந்து பரிணமிக்கிறார்கள்.

## 6.5. ஆசிரியர்கள் நிலையில் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல்

தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் சூழலில் ஆசிரியரின் பங்கு அளப்பரியது. அவர் எச்செயலைச் செய்தல் வேண்டும், எதனைச் செய்யாதுத் தவிர்த்தல் வேண்டும் என்பதில் மிகவும் கவனம் உடையவராக இருத்தல் வேண்டும். ஆசிரியர் தவிர்க்க வேண்டியச் செயல்களைச் செய்யும் பட்சத்தில் அது அச்சூழலுக்கு எதிர்மறையான விளைகளை அவை விளைவிக்கும் என்பது உண்மையாகும்.

முதற்படியாகத் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் சூழலில் ஆசிரியரின் பங்களிப்பு பற்றி இவண் காண்போம். அவர்,

1. மாணவர்களின் வழிகாட்டி
2. கற்றல் நிகழ்வுக்குத் தேவையான கருப்பொருட்களுக்குப் பொறுப்பாளர்
3. பாடப்பொருள் அறிவை அளிப்பவர்
4. அவற்றோடு தொடர்புடைய திறன்கள் அனைத்தையும் அறிந்தவர்.
5. அத்திறன்களின் பயன்பாட்டினையும் (application), தீர்வுகளையும் ஆழமாக அறிந்திருப்பவர்.
6. எல்லோரையும் சமநோக்குடன் நடத்துபவர்
7. மாணவர்களை உற்சாகத்துடன் செயல்படத் தூண்டுவவர்
8. அனைத்து நிலைகளிலும் தேவை அடிப்படையில் உதவுபவர்
9. கற்றலின் படி நிலைகளின் இடையில் போதிய கால அவகாசம் அளிப்பவர்
10. மாணவர்களின் கருத்துகளுக்கு போதிய சுதந்திரம் அளிப்பவர்
11. அவர்களின் சுயகற்றல் பொறுப்புகளை உணர்த்துபவர்
12. புதியனவற்றைத் தேடும் மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுபவர்
13. படைப்பாற்றலை வளர்க்கும் சூழலை உருவாக்குபவர்
14. தகவல் வளங்களைப் பெறத் துணைபுரிவதுடன், தொழில் நுட்ப அடிப்படைக் கற்றலையும் மேம்படுத்துபவர்
15. ஆசிரியர், மாணவருக்கிடையே தொன்று தொட்டே இருந்து வரும் பரிமாற்றத் தடைகளை (Communication barriers) உடைத்தெறிபவர்
16. மாணவர்களுடன் சேர்ந்து தானும் ஒரு கற்போராகக் (Co-learner) கருதுபவர்
17. தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் வகுப்புகளைச் சிறப்பாக மேலாண்மை செய்யும் திறன் பெற்றவர்
18. மாணவர்களைக் கூட்டுறவுக் கற்றல் (Co-operative learning) அடிப்படையில் பயனுறுக் குழுக்களாகப் பிரிக்கும் தேர்ச்சி பெற்றவர்
19. நடைமுறையில் உள்ள ஒவ்வொரு நேர்முகக்கற்பித்தல் (direct instruction) சூழலையும், தீர்வாய்வு மையக் கற்றலுக்கு உகந்ததாக மாற்றுபவர்
20. மாணவர், ஆசிரியர் மற்றும் சமுதாயத்திற்கிடையே இருக்க வேண்டிய உன்னதமான உறவை வலுப்படுத்துபவர்

அடுத்தபடியாக, தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் சூழலில் ஆசிரியர் எவற்றையெல்லாம் தவிர்த்திடுதல் வேண்டும் என்பதைக் காண்போம். அவை,

1. முழு நேர நேரடி கற்பித்தல்
2. கற்றலைத் தேவையின்றித் துரிதப்படுத்துதல்
3. மாணவரின் கருத்துகளுக்கு எதிர்மறையான கருத்துகளைக் கூறுதல்
4. நேரடியாகவும், வெளிப்படையாகவும் உதவுதல்
5. மிரட்டிக் கண்காணித்தல்
6. உத்தரவிட்டுக் கட்டுப்படுத்துதல்
7. தீர்வாய்வுக்குரிய காரணங்கள் குறித்து விளக்கம் அளித்தல்
8. உத்தேசச் தீர்வு குறித்து குறிப்புரை நல்குதல்

தீர்வாய்வுகளை ஆசிரியர் தேர்வு செய்யும் பொழுது. அவை,

- மாணவர்களின் அத்தியாவசியத் தேவையின் அடிப்படையிலும்
- அவர்களோடுத் தொடர்புடையதாகவும்
- ஆசிரியரின் விருப்பு, வெறுப்புக்கு அப்பாற்பட்டதாகவும்
- திறந்த எல்லைகளை (open ended) உடையதாகவும்
- மாணவர்களின் மேதாவிய அறிவுசார் வளர்ச்சியை (Meta-Cognitive development) ஊக்குவிக்கும் வகையிலும் அமைதல் வேண்டும்.

எனவே, ஆசிரியர் எவற்றைக் கவனத்தில் கொள்ளுதல் வேண்டும், எவற்றைத் தவிர்த்தல் வேண்டும், எவ்வாறானத் தீர்வாய்வுகளைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும் என்பதைக் கருத்தில் கொண்டு செயல்பட்டால், மாணவர்களிடையே நாம் எதிர்பார்க்கும் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் இலக்குகளை அடைதல் மிகவும் சாத்தியமே.

## 6.6. சிறந்த தீர்வாய்வுகளின் பண்புகள்

ஒரு தீர்வாய்வினைத் தேர்வு செய்வதில் ஆசிரியரின் பங்கு அளப்பரியது. பாடப்பொருளோடுத் தொடர்புடைய தீர்வாய்வுகள் பல இருப்பினும், அவற்றில் நம் மாணவர்களின் நிலைக்கு உகந்தது எது, எதனைத் தேர்ந்தெடுத்தால் கற்றல் நிகழ்வுகள் சிறப்பாக இருக்கும் என்பதைப் பகுத்தாய்ந்துத் தேர்வு செய்தல் வேண்டும். சிறந்தத் தீர்வாய்வுகளின் பண்புகள் சிலவற்றை இங்குக் காண்போம்.

1. மாணவர்களின் கற்றல் ஆர்வத்தைத் தூண்டுவதாக இருத்தல்.
2. கருத்தாழமிக்கச் சிந்தனைக்கு வழி செய்யும் வகையில் மாணவர்களை ஆயத்தப்படுத்துதல்.
3. பாடப்பொருளையும், வாழ்க்கையையும் தொடர்புபடுத்தும் வகையில் அமைந்திருத்தல்.
4. உண்மைகள்(facts), தகவல்கள் (information), தருக்கம் (logic),மற்றும் பகுத்தறிவாதம் (rationalisation)ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் முடிவெடுக்கும் வகையில் இருத்தல்.
5. கருதுகோள்களை (assumptions) அமைக்க உகந்ததாய் இருத்தல்.
6. தீர்வினைக் கண்டறிவதற்கு ஏற்ற கட்டமைப்பைக் கொண்டிருத்தல்.
7. தீர்வாய்வை உட்பிரிவுகளாகப் பிரித்து பல குழுக்களிடம் ஒப்படைத்து அவற்றின் முடிவுகளைத் தொகுத்து இறுதித் தீர்வாக அளிக்கும் வகையில் இல்லாதிருத்தல்.
8. குழுச்செயல்பாட்டுக்கு ஏற்ற வகையில் இருத்தல்.
9. அனைத்து மாணவர்களும் ஈடுபாட்டுடன் பங்கேற்கும் வகையில் திறந்த எல்லைகளை (open ended) உடையதாக இருத்தல்.
10. பாடப்பொருளின் நோக்கங்களை நிறைவு செய்யும் வகையில் இருத்தல்.

## கற்றல் செயல்

பரிந்துரைக்கப்பட்ட பகுதிகளில் புதிய தீர்வாய்வுகளைக் கண்டறிந்து கற்றல் செயல்களைத் திட்டமிடுக.

## கற்றவை

- \* தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் – அறிமுகம்
- \* தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் – வரையறை
- \* தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் – பொருள்
- \* தீர்வாய்வு மையக் கற்றல் – படிகள்
- \* பரிந்துரைகள்
- \* எடுத்துக்காட்டுகள்
  - ✓ இயற்கணிதம்
  - ✓ எண்ணியல்
  - ✓ அளவியல்
  - ✓ வடிவியல்
  - ✓ வரைபடம்
- \* மாணவர்களின் நிலையில் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல்
- \* ஆசிரியர்களின் நிலையில் தீர்வாய்வு மையக் கற்றல்
- \* சிறந்த தீர்வாய்வின் பண்புகள்
- \* கற்றல் செயல்கள்

## அலகு-7

# வாக்கியக்கணக்குகள்

(Word Problems)

### அறிமுகம்

வாழ்க்கைக்கணக்குகளை வாக்கியக்கணக்குகள் என நாம் இங்கு குறிப்பிடுகிறோம். பள்ளியில் மாணவன் கற்றுக்கொள்ளும்  $7+5$ ,  $7-5$ ,  $7 \times 5$  போன்ற கணக்குகளை மாணவன் வாழ்க்கையில் நேரடியாக அடிப்படைச் செயல்களை பயன்படுத்துவதில்லை. ஆனால்,

- ① ஒரு பேனா ரூ7க்கும் ஒரு கலர் பென்சில் ரூ5 க்கும் வாங்கினால் மொத்தம் எவ்வளவு கொடுக்க வேண்டும்?
- ① என்னிடம் 7 ரூபாய் இருக்கிறது. அதில் 5 ரூபாய்க்கு நான் காய்கறி வாங்கினால் மீதி எவ்வளவு இருக்கும்?
- ① ஒரு மை பேனா விலை ரூ5 எனில் 7 பேனாக்கள் வாங்க நான் எவ்வளவு கொடுக்க வேண்டும்?

போன்ற கணக்குகளையே வாழ்க்கையில் பெரிதும் சந்திக்க நேரிடுகிறது. இத்தகைய வாக்கிய கணக்குகளை வாழ்வியல் சூழலில் உபயோகிப்பதால் இவற்றை வாழ்க்கை கணக்குகள் என்கிறோம். இக்கணக்குகளைத் தீர்ப்பதற்குரிய வழிமுறைகளையும், உத்திகளையும் இப்பகுதியில் காண்போம்.

### 7.1. வாக்கியக்கணக்குகள் (Word problems)

எண்ணும் எழுத்தும் இணைந்த சொற்றொடர்களை வாக்கிய கணக்குகளில் பயன்படுத்துகிறோம். மொழித்திறன், சொல்லாட்சித் திறன், பொருளறி திறன் முதலியன வாக்கிய கணக்குகளை புரிந்துகொள்வதற்குரிய கூட்டுத் திறன்களாக கருதப்படுகிறது. (எ-டு) மூன்று வாழைப்பழங்களை அண்ணன், தம்பி இருவர் சமமாக பங்கிட்டுக் கொண்டால் ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு கிடைக்கும்?

இக்கணக்கில் கணக்கிடும் திறனை விட மொழித்திறன் பயன்பாடு அதிகமாக உள்ளதல்லவா? எனவே வாக்கிய கணக்குகளை புரிந்து கொள்வதற்கு மொழித்திறன் மிகவும் அவசியமாகும்.

வாக்கிய கணக்குகளில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் தகவல்களை இருபெரும் பிரிவாக பிரிக்கலாம்.

- ① கொடுக்கப்பட்ட செய்திகள் என்ன ?
- ② காணப்பட வேண்டியவை என்ன ?

மொழித்திறனில் தேக்கநிலை இருக்கும் பட்சத்தில் இவற்றை பிரித்தறிதல் இயலாது. மேலும் பிரித்தறிதல் திறன் இருப்பினும் கணித வார்த்தைகளின் இடம் சார்ந்த பொருள் தெரிந்திருத்தல் மிகவும் அவசியம். உதாரணமாக 'degree' என்பதன் தமிழாக்கம் அடுக்கு, படி, பாகை (கோணம்) என வெவ்வேறு பொருள்பட கணக்குகளில் பயன்படுகிறது. அவை இடம் சார்ந்து செயல்படும். எனவே, பாடத்திறன் மற்றும் மொழித்திறன் இருந்தால் மட்டுமே வாக்கிய கணக்குகளைத் தெளிவாக தீர்க்க இயலும்.

### கற்றல் செயல்

நூறு பேர் கொண்ட வகுப்பில் ஆண்கள் பெண்களை விட 20 பேர் அதிகம் எனில், ஆண்கள் எத்தனை பேர் ? பெண்கள் எத்தனை பேர் ? – இக்கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை பட்டியலிடுக. கண்டுபிடிக்க வேண்டியவை என்ன ?

## 7.2. STAR உத்தி (STAR Strategy)

மெக்கனி, ஹூயிஸ் & ரூல் (Maccini, Hughes & Ruhl) என்போர் கணிதப் பிரச்சனைகளை எளிமையான வழியில் தீர்வு காண ஸ்டார் உத்தியை கையாண்டனர்.

STAR என்பது இங்கு நான்கு சொற்களின் முதல் எழுத்துக்கள் சேர்ந்த ஒரு சுருங்கிய சொல்லாகும். இதன் விரிவாக்கம் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

1. **S**earch the word problem (வாக்கிய கணக்கினை ஆராய்தல்)
2. **T**ranslate the problem (வாக்கிய கணக்கினை கணிதக் குறியீடாகவோ(அ) படமாகவோ மாற்றுதல்)
3. **A**nswer the problem (கணக்கிற்கு தீர்வு காணுதல்)
4. **R**eview the solution (தீர்வினை மீளாய்வு செய்தல்)

STAR என்பது இந்த நான்கு செயல்பாடுகளையும் உள்ளடக்கியது.

### 7.2.1. STAR உத்தியின் படிநிலைகள்

1. உத்தியை பயன்படுத்துவதற்கான கருத்து சேகரிப்பு வழிமுறைகளை கண்டறிதல்,
2. பொருத்தமான கருத்துகளை பயன்படுத்தி தீர்வு காண்பதற்கேற்ப பொருளாக்கம் செய்தல்
3. வழிகாட்டுதலுடன் பயிற்சி அளித்தல்.
4. தனித்தனியாக பயிற்சி பெறுதல்

5. மீள்பார்வை மற்றும் திருத்தம் செய்தல்
6. பொது விதிகளை அறிதல்
7. தொடர்பணி மேற்கொள்ளுதல்

### 7.2.2. கற்பித்தல் படிநிலைகளை வகுப்பறையில் பயன்படுத்துதல்

**படி (1) உத்தியை பயன்படுத்துவதற்கான கருத்து சேகரிப்பு வழிமுறைகளை கண்டறிதல்,**

- \* அனுபவ அறிவை புதிய பாடத்தோடு தொடர்புபடுத்துதல்.
- \* புதிய செய்திகளின் அடிப்படையிலான திறன்களை செயல்படுத்துதல்.
- \* புதிய தகவல்கள் கற்பதற்கான காரணம் அளித்தல்.

போன்ற அடிப்படை திறன்கள் மூலம் கற்பித்தல் படிநிலைகளை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்கும் போது சமுதாய சூழல் சார்ந்த தகவல்கள் இணைப்பு பெறுகின்றன.

**படி (2) பொருத்தமான கருத்துகளை பயன்படுத்தி தீர்வு காண்பதற்கேற்ப பொருளாக்கம் செய்தல்**

- \* கணிதப் பிரச்சினையை உரக்க வாசித்தல்.
- \* STAR உத்திகளின்படி, நான்கு செயல்பாடுகளையும் அமைத்தல்.

**படி (2.1) ஆசிரியர் கணக்கு வாசித்தல்**

மீநகரில் டிசம்பர் மாதத்தில் ஒரு நாள் விடியற்காலையில் வெப்பநிலையின் அளவு  $-7^{\circ}\text{C}$  ஆக இருந்தது. அன்று நண்பகலில் விடியற்காலையில் வெப்ப அளவை விட  $+15^{\circ}\text{C}$  கூடுதலாக இருந்தது எனில் அந்நாளில் நண்பகலில் நிலவிய வெப்ப நிலையைக் காண்க.

**படி (2.2) STAR உத்தி**

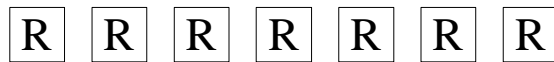
**படி (2.2.1) வாக்கியக் கணக்கினை ஆராய்தல் (S)**

கணக்கில் உள்ள விவரங்களை படித்த பின் என்ன கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்பதையும், எதை கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்பதையும் குறித்து கொள்ளுதல் வேண்டும். இக்கணக்கில் இரண்டு வேறுபட்ட வெப்ப நிலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை அறிந்து கொள்கிறோம். மேலும் நண்பகலில் நிலவிய வெப்ப நிலையை கண்டறிய வேண்டும் என்பதையும் தீர்மானித்துக் கொள்கிறோம்.

**படி (2.2.2) கணித குறியீடாகவோ (அ) படமாகவோ மாற்றுதல் (T)**

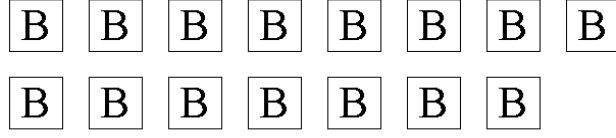
கொடுக்கப்பட்ட கணக்கினைப் படமாக மாற்றுதல்.

$-7^{\circ}\text{C}$  என்பதை குறிக்க சதுர வடிவ (1 செமீ X 1 செமீ) அளவுள்ள 7 சிவப்பு அட்டைகளையும்,



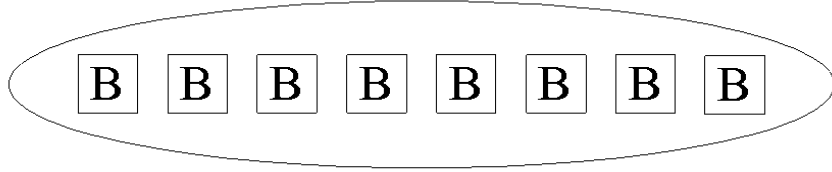
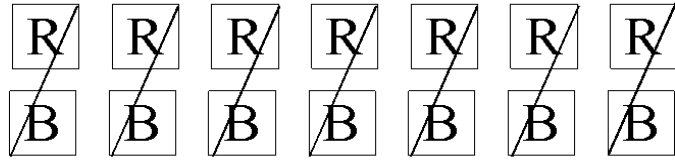


+15°C என்பதை குறிக்க சதுர வடிவ (1 செமீ X 1 செமீ) அளவுள்ள 15 கறுப்பு நிற அட்டைகளையும் எடுத்துக் கொள்ளுதல்.



படி (2.2.3) கணக்கிற்கு தீர்வு காணுதல் (A)

கணக்கின் தீர்வினைக் காண ஒரு சிவப்பு மற்றும் கறுப்பு அட்டையை இணையாக்கி நீக்குதல் பிறகு மீதமுள்ள கறுப்பு நிற அட்டைகளை எண்ணினால் கிடைப்பது கணக்கின் விடையாகும். நண்பகலில் வெப்பம் -7°C ஐ விட 15°C அதிகம் நிலவியது. எனவே நண்பகலில் (-7°C) + (15°C) அளவு வெப்பம் நிலவியது எனலாம்.



$(-7^{\circ}\text{C}) + (+15^{\circ}\text{C}) = +8^{\circ}\text{C}$  மீதமுள்ள அட்டைகள் = 8 கறுப்பு அட்டைகள் =  $+8^{\circ}\text{C}$

எனவே, மூநகரில் டிசம்பர் மாதத்தில் ஒரு நாளில் நண்பகலில் நிலவிய வெப்பநிலை  $+8^{\circ}\text{C}$  ஆகும்.

படி (2.2.4) தீர்வினை மீளாய்வுச் செய்தல் (R)

$$8^{\circ}\text{C} + 7^{\circ}\text{C} = 15^{\circ}\text{C}$$

காலை, நண்பகல் இவற்றின் வெப்பநிலைக் குறித்து பேசுதல் வேண்டும். இத்துடன் இன்றைய வெப்பநிலையையும் ஒப்பிட்டு பார்க்கும் போது, கணக்கில் கூறப்பட்ட கருத்துகள் பற்றிய தன்மை உணரப்படுகிறது அல்லவா?

மீண்டும் கணிதப் பிரச்சனையை படித்து கிடைத்த விடை சரியா? என்பதை உறுதி செய்தல் வேண்டும். இங்கு விடை  $+8^{\circ}\text{C}$  என்பது சரியானது என்பதை உறுதி செய்யப்பட்டது.

படி (3) வழிகாட்டுதலுடன் பயிற்சி அளித்தல்

கணக்கில் பின்பற்றிய வழிமுறைகளை வரிசையாக மனதில் நிறுத்தி பின்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ள பயிற்சி கணக்குகளை செய்வதற்கு வழிகாட்டுதல் செய்வதை இங்கு பயிற்சி அளித்தல் என்கிறோம்.

#### படி (4) தனித்தனியாக பயிற்சி பெறுதல்

ஆசிரியர் உதவி இல்லாமலேயே இரண்டு முழுக்களை கூட்டுவதற்கு மாணவர்களுக்கு பயிற்சியை அளித்து மாணவர்களுடைய செயல்பாட்டை ஆசிரியர் மேற்பார்வை செய்ய வேண்டும். நமக்குத் தெரிந்த சூழ்நிலை விவரங்களைப் பயன்படுத்தி வாக்கியக் கணக்குகள் உருவாக்கி விடை காண மாணவர்களுக்கு பயிற்சி அளித்தல் வேண்டும்.

#### படி (5) மீள்பார்வை மற்றும் திருத்தம் செய்தல்

பின்னூட்டம் இல்லா செயல்பாடு வலுவூட்டம் பெறாது. எனவே வழிகாட்டுதல் செய்து ஊக்குவிக்க வேண்டியது மிகவும் அவசியமாகும். இதனை பின்வருமாறு மேற்கொள்ளலாம்.

- \* மாணவர்களின் செயல்பாட்டினை உறுதிசெய்யும் கணித ஏட்டைப் பார்வையிடுதல்.
- \* தவறு ஏற்படும் இடங்களை சரிபார்த்தல்.
- \* தேவைப்பட்டால் மீண்டும் கற்பிக்கவும், கூடுதலான கணித பிரச்சனைகளை அளித்து தவறுகளை திருத்திக் கொள்ளவும் உதவுதல்.
- \* இந்த அமர்வில் மாணவர்களுக்கு தன்னம்பிக்கை ஏற்படும் வகையிலான வழிகாட்டுதல் செய்தல்.

#### படி (6) பொது விதிகளை அறிதல்

வெவ்வேறுவிதமான கணித பிரச்சனைக்கு தீர்வு காண மாணவர்களுக்கு பல்வேறு விதமான வாய்ப்புகளை ஆசிரியர் வழங்கி மொத்த மீளாய்வை முடித்துக் கொள்ள வேண்டும். எ-டு 1 : குறை மற்றும் மிகை எண்களை கூட்டும் போது வித்தியாசம் கண்டுபிடித்து பெரிய எண்ணின் குறியிட வேண்டும்.

எ-டு 2 : ஒரே அளவு கொண்ட குறை, மிகை எண்களின் கூடுதல் 0. இதற்கு குறி தேவையில்லை.  $(-5+5=0)$

#### படி (7) தொடர் பணி மேற்கொள்ளுதல்

மாணவர்கள் தங்கள் பெற்றோருடன் கடைக்குச் சென்று பொருட்களை வாங்கி, பணத்தைக் கொடுத்து மீதிப்பணத்தைப் பெறும்போது எங்கெங்கு, என்னென்ன கணிதச் செயல்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை பட்டியலிடுதல்.

#### கற்றல் செயல்

ஒரு மரத்தில் ஏறிய ஓணான் 20 செ.மீ. – லிருந்து 4 செ.மீ. சறுக்கியது. மீண்டும் 2 செ.மீ. ஏறியது. இப்பொழுது 7 செ.மீ. சறுக்கிவிட்டது. எனில் ஓணான் இருக்கும் உயரம் என்ன ?

### 7.2.3.கணிதம் கற்பித்தலில் உத்திகளைக் கையாளும்போது கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியவை

கணித வகுப்பில் கற்பித்தல் உத்திகளைப் பயன்படுத்தும் போது, ஆசிரியர் மனதில் கொள்ள வேண்டிய சில பரிந்துரைகள்.

#### 1. மாணவர்களுடைய நடத்தைகளை (அறிவுசார், நடத்தைசார்) உள்வாங்கி முன்னுரிமை அளித்தல்.

கற்பித்தல் உத்திகளைப் பயன்படுத்தும்போது ஆசிரியர் மாணவர்களுடைய நடத்தையையும், முன்னுரிமையையும் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். உதாரணத்திற்கு சில மாணவர்கள் கணிதப் பிரச்சனைகளின் முக்கியமான வார்த்தைகளை உரக்கப் படிப்பவர்களாகவும், சில மாணவர்கள் மனதிற்குள்ளேயே படித்து அடிக்கோடிடுவதற்கும் முன்னுரிமை அளிப்பார்கள். இதில் குறிப்பிட்ட இரு வேறுபட்ட நடத்தை மாற்றமுடைய மாணவர்களுக்கும் சரிசமமான முக்கியத்துவத்தை அளிக்க வேண்டும். மாணவர்களுக்கு ஆர்வத்தையும், சுயசிந்தனையையும் ஊக்குவிக்க வேண்டும். மாணவர்களின் ஆர்வம் குறைவாக இருந்தால் அவர்களுக்கு தனிக்கவனம் செலுத்தி செயல்பாடு மிக்க மாணவர்களாக மாற்ற வேண்டும். குழுக் கற்றல் மூலம் இந்த உத்தியை நன்றாக செய்யக்கூடிய மாணவர்களைப் பயன்படுத்தி தனிப்பட்ட ஒவ்வொரு மாணவரையும் செயல்பாடு மிக்கவராகவும், படைப்பாற்றல் மிக்கவராகவும் மாற்ற இயலும்.

#### 2. கற்பித்தல் உத்தியைத் தனித்தனியாக அனைவரும் பயன்படுத்த ஊக்குவித்தல்.

வகுப்பறையில் மாணவர்கள் தனியாக ஒவ்வொருவரும் கற்பித்தல் உத்தியை பயன்படுத்த ஊக்கப்படுத்த வேண்டும். உதாரணத்திற்கு ஸ்டார் (STAR) உத்தியை பயன்படுத்துவதன் மூலமாக தானாகவே கணிதப் பிரச்சினையை கவனமாக படித்து புரிந்து கொள்வதும், அவற்றை கணித செயல்பாடாகவோ (அ) பட வடிவத்திற்கோ மாற்றிக் கொள்ளவும், தீர்வு காணவும் உதவுகிறது.

#### 3. பொதுமைப்படுத்துதல்

ஆசிரியர் ஒரே விதமான கணித பிரச்சனைகளுக்கு பல்வேறு உதாரணங்களை அளித்து மாணவர்களிடையே கருத்துக்களை நிலை நிறுத்துவதற்கும், மேற்கண்ட உத்திகளை பயன்படுத்த வேண்டும். உதாரணத்திற்கு முழுக்களில் மிகை எண், குறை எண் கூடுதலைப் போல உயரங்களிடையே உள்ள வித்தியாசம், வயதில் உள்ள வித்தியாசம், நேர அளவில் உள்ள வித்தியாசம்.

(எ-டு) இந்தியாவில்  $82\frac{1}{2}^{\circ}$  கிழக்கில் காலை 11.30 எனில் இங்கிலாந்து தலைநகர் லண்டனில் நேரம் என்ன என காணசெய்யலாம்.

இது போன்று பல்வேறுபட்ட கணித தலைப்புகளுக்கும் ஸ்டார் (STAR)உத்தியைப் பயன்படுத்தலாம்.

(எ-டு) 8 மீ x 5 மீ அளவுள்ள ஒரு அறையின் தரைக்கு சிமெண்ட் பூச ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ரூ.7.50 வீதம் என்ன செலவாகும் ?

இக்கணக்கின் தீர்வினை STAR உத்தி மூலம் பின்வருமாறு கற்கலாம்

**வாக்கியக் கணக்கினை ஆராய்தல் (S)**

- \* கொடுக்கப்பட்ட கணக்கினை பலமுறை வாசித்து புரிந்து கொள்ளுதல்.
- \* புரிந்து கொண்டதிலிருந்து என்ன கண்டுபிடிக்க வேண்டுமென்பதனையும் என்ன கொடுக்கப்பட்டுள்ளன என்பதையும் கண்டறிதல்.

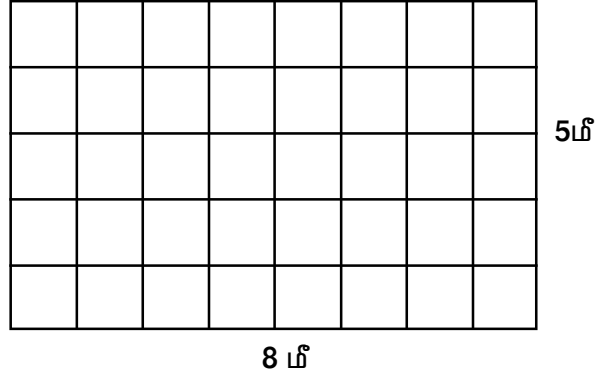
**(S<sub>1</sub>) கொடுக்கப்பட்டவை**

- \* அறையின் நீள, அகலங்கள் முறையே 8 மீ, 5 மீ
- \* அறையின் தரைக்கு சிமெண்ட் பூச 1 சதுர மீட்டருக்கு ரூ.7.50 செலவாகிறது.

**(S<sub>2</sub>) கண்டுபிடிக்க வேண்டியவை**

அந்த அறையின் தரைக்கு சிமெண்ட் பூச மொத்தம் எவ்வளவு செலவாகும் ?

**வாக்கியக் கணக்கினை குறியீடாகவோ (அ) படமாகவோ மாற்றுதல் (T)**



செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம்  $\times$  அகலம்

**கணக்கிற்கு விடை காணுதல் (A)**

தரையின் பரப்பளவு = நீளம்  $\times$  அகலம்  
= 8 மீ  $\times$  5 மீ  
= 40 ச. மீட்டர்.

1 சதுர மீட்டர் அளவுள்ள தரைக்கு சிமெண்ட் பூச ஆகும் செலவு = ரூ. 7.50

40 சதுர மீட்டருக்கு சிமெண்ட் பூச ஆகும் செலவு = ரூ. 40  $\times$  7.50  
= ரூ. 300

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அறையின் தரைக்கு சிமெண்ட் பூச ரூபாய் 300 செலவாகும்

## தீர்வினை மீளாய்வு செய்தல் (R)

திரும்பவும் கணக்கினை வாசித்து படி நிலைகள் சரிதானா என்பதனை மீளாய்வு செய்தல்.

இங்கு அறையின் நீள அகலங்களை கொண்டு பரப்பு கண்ட பின்னர் 1 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு ரூ.7.50 ஐ கொண்டு 40 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. இதுவே அந்த அறையின் தரைக்கு சிமெண்ட் பூச ஆகும் செலவு என்பது இதன் மூலம் உறுதி செய்யப்பட்டுள்ளது.

### 7.2.4 கணிதம் கற்றலில் சிரமப்படுவோர்களுக்கான கற்பித்தல் உத்திகள் (Strategy Instructions (SI) for learning difficulties)

கலைத்திட்டத்தின் இலக்குகளை கற்றலில் சிரமப்படுவோரும் அடையச் செய்யவேண்டும் என்பது ஆசிரியர்களுக்கு மிகப் பெரிய சவாலாகும். இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம் 45-A-ன் படி அனைவருக்கும் கட்டாயக் கல்வி அளிக்க வேண்டிய நிலையில் நாம் உள்ளோம். அத்தகைய சூழலில் மேற்குறிப்பிட்ட மாணவர்களும் கல்வி அடைவு பெற வழிவகை செய்ய வேண்டியது நம் ஒவ்வொருவருடைய கடமையாகும்.

இம் மாணவர்களுக்கான கற்றல் கற்பித்தல் நிகழ்வுகளில் சிறந்த கற்பித்தல் உத்திகள் அவசியமாகின்றன. கற்பித்தல் உத்தி என்பது சிறந்த உத்திகளின் சிறப்பம்சங்களையும் அவற்றைப் பயன்படுத்தத் தேவையான தகவல்களையும் அடையாளங் காணுவதாகும். கூடுதலாக, கணிதம் கற்பித்தல் உத்திகளுக்குச் செய்முறைக் கணக்குகளை எடுத்துக்காட்டாகத் தருவதுடன் கருதுகோள்களையும் பயன்படுத்த கணித வகுப்பில் வாய்ப்பு அளிக்க வேண்டும்.

### கற்பித்தல் உத்திகளும் (SI), அதன் சிறப்பம்சமும்

உத்தி என்பது வரிசைக்கிரமமாக செயல்களை திட்டமிடுவதுடன் இல்லாமல், சிறந்த திறனாய்வு வழிகாட்டுதலுடனும், சரியான முடிவுகளை பெறுவதற்கு விதிகளை உள்ளடக்கியதாகவும் இருக்க வேண்டும்.

கற்றலில் சிரமப்படுவோருக்கு சிறந்த உத்திகளை அளிப்பதற்கான சில அம்சங்கள்:

1. மாணவர்கள் கற்பித்தல் உத்திகளை ரூபகத்தில் வைத்துக்கொள்ள வார்த்தைகளின் முதல் எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்துதல். (Mnemonic)

(எ-டு) BODMAS (**B**racket of **D**ivision, **M**ultiplication, **A**ddition and **S**ubtraction)

2. கணக்குகளை கூர்ந்து படிக்கச் செய்து அதில் வரும் முக்கியமான சொற்களையும், செயல்பாட்டுச் சொற்களையும் மாணவர்கள் ஆர்வத்துடன் கண்டறிய ஆசிரியர்கள் உதவியாக இருக்க வேண்டும்.

3. கற்பித்தல் அணுகுமுறையில் பொருத்தமான வரிசை முறையில் கொடுக்கப்பட்ட கணிதப்பிரச்சனையை கவனமாக படித்து விரும்பத்தகுந்த முடிவுகளை காணும் வகையில் செயல்படுத்த வேண்டும்.
4. அறிவுசார் வளர்ச்சியை பெறும் விதமாக திறனாய்வு செய்த சரியான படிநிலைகளைக் கொண்டு கணிதப் பிரச்சனையை தீர்க்க வேண்டும்.
5. கண்டறிந்த விடை சரியா என்பதை அறிவுசார் நிலைகளைக் கொண்டு கண்டறிய வேண்டும்.

### எடுத்துக்காட்டு 1

ஒரு கணினி (Computer) மற்றும் ஒரு கணிப்பான் (calculator) இவற்றின் மொத்தவிலை ரூபாய் 31000. ஒரு கணினியின் விலை ஒரு கணிப்பானின் விலையை விட ரூ.29000 அதிகம் எனில் ஒரு கணினியின் விலை மற்றும் ஒரு கணிப்பானின் விலையை கண்டறிந்து விடையினை சரிபார்க்க.

### வாக்கிய கணக்கினை ஆராய்தல் (Search) - S

#### கொடுக்கப்பட்டவை

- \* ஒரு கணினி மற்றும் ஒரு கணிப்பானின் மொத்த விலை ரூ.31000.
  - \* ஒரு கணினியின் விலை ஒரு கணிப்பானின் விலையை விட ரூ.29000 அதிகம்.
- ⇒

#### கண்டுபிடிக்க வேண்டியது

- \* ஒரு கணினி மற்றும் கணிப்பானின் விலையை மதிப்பிட வேண்டும்

### வாக்கிய கணக்கினை குறியீடாகவோ அல்லது படமாகவோ மாற்றுதல் (Translate) - T

- \* ஒரு கணினியின் விலையை  $x$  எனவும்
- \* ஒரு கணிப்பானின் விலையை  $y$  எனவும் கருதுக.

ஒரு கணினி ( $x$ ) மற்றும் ஒரு கணிப்பான் ( $y$ ) மொத்த விலை ரூ.31,000

$$\text{எனவே, } x+y = 31000 \dots\dots\dots(1)$$

மேலும், ஒரு கணினியின் விலை ( $x$ ) ஒரு கணிப்பானின் விலையை ( $y$ ) விட 29000 அதிகம்.

$$\text{எனவே, } x = y + 29000 \dots\dots\dots(2)$$

### கணக்கிற்கு விடை காணுதல் (Answer) - A

சமன்பாடு (2) ன் மதிப்பை சமன்பாடு (1) ல் பிரதியிட,

$$x + y = 31000 \Rightarrow y + 2900 + y = 31000$$

$$2y + 29000 = 31000$$

$$\Rightarrow 2y = 31000 - 29000 = 2000$$

$$\Rightarrow y = \frac{2000}{2} = 1000 \dots \dots \dots (3)$$

∴ ஒரு கணிப்பானின் விலை ரூ.1000 ஆகும்.

$y = 1000$  என சமன்பாடு (2) ல் பிரதியிட,

$$x = y + 29000 \Rightarrow x = 1000 + 29000$$

$$\Rightarrow x = 30000$$

∴ ஒரு கணினியின் விலை ரூ.30000 ஆகும்.

### தீர்வினை மேலாய்வு செய்தல் (Review) - R

$x, y$  ன் மதிப்புகளை சமன்பாடு (1) ல் பிரதியிட,

$$x + y = 31000$$

$$3000 + 1000 = 31000$$

$$31000 = 31000$$

எனக் கண்டறிந்த விலை சரியானதுதான் என்பது உறுதி செய்யப்பட்டது.

### எடுத்துக்காட்டு 2

இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 60, அந்த எண்கள் 5:7 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன எனில் அந்த எண்களை கண்டறிந்து விடையை சரிபார்க்க.

### வாக்கிய கணக்கினை ஆராய்தல் (Search) - S

#### கொடுக்கப்பட்டவை

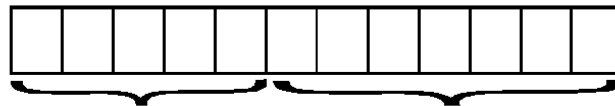
- \* இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 60
- \* எண்கள் 5:7 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன.

#### கண்டுபிடிக்க வேண்டியது

- \* இரண்டு எண்களையும் காண்க.

### வாக்கிய கணக்கினை குறியீடாகவோ அல்லது படமாகவோ மாற்றுதல் (Translate) - T

கணக்கு விகிதத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதால் பங்கின் மதிப்பை  $x$  என கருதுக.



ஒரு எண்  $5x$                       மற்றொரு எண்  $7x$

விகிதம் 5:7

எனவே, எண்களின் விகிதம்  $5x : 7x$  ஆகும்.

### கணக்கிற்கு விடை காணுதல் (Answer) - A

மேலும் இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 60 எனவே,

$$5x + 7x = 60$$

$$12x = 60$$

$$x = \frac{60}{12}$$

$$x = 5$$

ஒரு பங்கின் மதிப்பு  $x=5$  ஆதலால் ஒரு எண்  $=5x$  மற்றொரு எண்  $=7x$

$$=5(5)$$

$$=7(5)$$

ஒரு எண்  $= 25$  மற்றொரு எண்  $= 35$

∴ தேவையான எண்கள் 25, 35

### தீர்வினை மேலாய்வு செய்தல் (Review) - R

\* எண் விகிதம்  $= 25:35 = 5:7$

\* இரண்டு எண்களின் கூடுதல்  $= 60$

$$25 + 35 = 60$$

$$60 = 60$$

எனவே, தீர்வு சரியானது என்பது உறுதி செய்யப்பட்டது.

### எடுத்துக்காட்டு 3

ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டாவது கோண அளவு முதல் கோண அளவை விட  $5^\circ$  அதிகம். மூன்றாவது கோண அளவு முதல் கோணத்தைப் போல மூன்று மடங்கு ஆகும். மூன்று கோணங்களையும் கண்டு விடையினை சரிபார்க்க.

### வாக்கிய கணக்கினை ஆராய்தல் (Search) - S

#### கொடுக்கப்பட்டவை

\* ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டாவது கோண அளவு முதல் கோண அளவை விட  $5^\circ$  அதிகம்.

\* மூன்றாவது கோண அளவு முதல் கோணத்தைப்போல மூன்று மடங்கு.

#### கண்டுபிடிக்க வேண்டியவை

\* மூன்று கோண அளவுகள் கண்டறிய வேண்டும்.

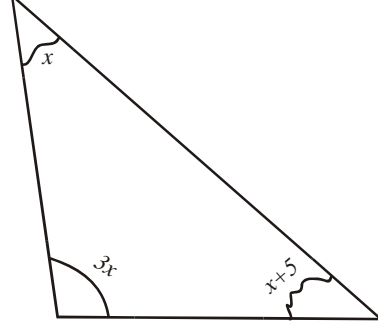
### வாக்கிய கணக்கினை குறியீடாகவோ அல்லது படமாகவோ மாற்றுதல் (Translate) - T

\* ஒரு முக்கோணத்தில் முதல் கோண அளவை  $x$  என கருதுக.

\* இரண்டாவது கோண அளவு  $= x+5$



- \* மேலும், மூன்றாவது கோண அளவு முதல் கோணத்தைப்போல மூன்று மடங்கு எனவே, மூன்றாவது கோண அளவு =  $3(x) = 3x$



### கணக்கிற்கு விடை காணுதல் (Answer) - A

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்  $180^\circ$  என்பது படத்திலிருந்து தெளிவாகிறது.

எனவே,

$$\text{முதல்கோணம்} + \text{இரண்டாவது கோணம்} + \text{மூன்றாவது கோணம்} = 180$$

$$x + (x+5) + 3x = 180 \Rightarrow x + x+5 + 3x = 180$$

$$5x + 5 = 180-5 \Rightarrow 5x = 175$$

$$\therefore x = \frac{175}{5} \Rightarrow x = 35$$

எனவே, முதல் கோண அளவு =  $x = 35^\circ$

இரண்டாவது கோண அளவு =  $x+5 = 35+5 = 40^\circ$

மூன்றாவது கோண அளவு =  $3x = 3(35) = 105^\circ$

### தீர்வினை மேலாய்வு செய்தல் (Review) - R

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் =  $180^\circ$

முதல் கோண அளவு + இரண்டாவது கோண அளவு + மூன்றாவது கோண அளவு =  $180^\circ$

$$35^\circ + 40^\circ + 105^\circ = 180^\circ$$

$180^\circ = 180^\circ$  எனவே, தீர்வானது சரிதான் என்பது உறுதி செய்யப்பட்டது.

### 7.3. கணிதம் கற்பதில் கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள் (At-Risk Students)

தொடக்கப்பள்ளிகளில் கணிதம் கற்பதில் கவன ஈர்ப்புக்கு உள்ளாகும் மாணவர்களை இரண்டு குழுக்களாக பிரிக்கலாம்.

1. பள்ளியை விட்டு இடை நிற்கக்கூடிய வாய்ப்பு மிக்கவர்கள் (Potential Dropouts)
2. கணிதப்பாடத்தில் ஓரளவு பின்தங்கிய மாணவர்கள் (Nominal Students)

இவர்கள் கணிதம் கற்கும்போது கவனஈர்ப்புக்கு உள்ளாகிறார்கள் மற்றும் இவர்கள் கற்கும் போது சரியான விடையை தேர்ந்தெடுப்பதிலும் அவற்றினை நடைமுறைப்படுத்துவதிலும் பின் தங்கியுள்ளனர் என ஆய்வுகளின் மூலம் புலனாகிறது. கணிதப்பாடம் கற்கும் திறனும், பயன்படுத்தும் திறனும் முழுமையாக மாணவர்களிடமிருந்து வெளிக்கொணரப்படுவதில்லை என புள்ளி விவரம் கூறுகிறது.

முதல் குழுவில் இருக்கக் கூடிய மாணவர்கள் பெரும்பாலும் பள்ளியை விட்டு இடைநிற்கக்கூடிய வாய்ப்பு மிக்கவர்களாக இருக்கின்றனர். மற்றும் இரண்டாவது குழுவில் இருப்பவர்கள் ஓரளவு கணிதப்பாடத்தில் ஈடுபாடு கொண்டவர்கள். இவர்கள் உயர்நிலை, மேல்நிலை மற்றும் கல்லூரி கல்விக்குச் செல்ல வாய்ப்புகள் பெற்றிருந்தாலும் அது அவர்கள் வாழ்க்கையை மேம்படுத்துவதற்கும், கணக்கியல் அறிவை பெறுவதற்கு போதுமானதாக இல்லை என ஆய்வுகள் தெரிவிக்கின்றன.

மேற்கண்ட பிரச்சனைகளைக் கருத்தில் கொண்டு, ஒரு தொடக்கப்பள்ளி ஆசிரியர் தன் பள்ளியில் ஏற்படும் பிரச்சனைகளைத் தீர்க்க எவ்வழிகளை மேற்கொள்ள வேண்டும் எனவும் மாணவர்களின் பிரச்சனைகளை கருத்தில் கொண்டு அதனை தீர்க்கும் வழிமுறைகளையும் தெரிந்து கொள்ள வேண்டும். இது தொடர்பாகப் பரிந்துரைக்கப்பட்ட நடவடிக்கைகள் தொடக்கப்பள்ளி மாணவர்களுக்கு மட்டுமின்றி அனைவருக்கும் பொருந்தும் வகையில் உள்ளன.

### 7.3.1 பள்ளியை விட்டு இடைநிற்கக்கூடிய வாய்ப்பு மிக்கவர்கள் (Potential Dropouts)

பள்ளியை விட்டு இடைநிற்கக்கூடிய வாய்ப்பு மிக்கவர்களின் தன்மைகளை பகுப்பாய்வு செய்யும் போது மூன்றில் இரண்டு பங்கு தொடக்கப்பள்ளி பயிலும் மாணவர்கள் வறுமைக் கோட்டிற்கு கீழே உள்ள குடும்பங்களிலிருந்து வருகை புரிகின்றனர். பொதுவாகவே இவர்களிடம்

- ★ தன்னம்பிக்கை
- ★ பேசும் ஆற்றல்
- ★ படிப்பில் சாதனை
- ★ வெளியுலகத் தொடர்பு
- ★ கலை ஆர்வம்
- ★ பிறரோடு தொடர்புகொள்ளும் திறன்

ஆகியன குறைவாக காணப்படுகின்றன. மேலும், தொடக்கக் கல்வி பயிலும் பிற குழந்தைகளிடமிருந்து இவர்கள் கணிதத்திறனில் குறைந்தே காணப்படுகிறார்கள். பொதுவாகவே இந்தக் குழந்தைகள் கணிதப்பாடத்தில் கவனம் செலுத்துவதை விட மற்ற செயல்களில் ஆர்வம் உடையவராக காணப்படுகின்றனர். பிற்காலத்தில் அவர்கள் தங்களுக்குரிய தகுதிகளை மேம்படுத்திக் கொள்வதில் சிரமம் ஏற்படுகிறது. இதனால் சமூகத்திற்கும், அரசுக்கும் பெருஞ்சுமையாகக் கருதப்படுகிறார்கள்.

### 7.3.2 கணிதப்பாடத்தில் ஓரளவு பின்தங்கியுள்ள மாணவர்கள் (Nominal Mathematics)

தொடக்கப்பள்ளி ஆசிரியர்கள் ஓரளவு பின் தங்கியுள்ள மாணவர்களுக்கு கணிதப்பாடத்தை போதிப்பது என்பது மிகவும் சிரமமாக உள்ளது. ஏனென்றால் அவர்களுக்கு போதுமான புரிந்து கொள்ளும் திறன் இல்லாமையும், கணிதப்பாடத்தின் மீது போதிய ஆர்வமின்மையும் காரணம் எனத் தெரிகிறது. இவ்வகை மாணவர்கள் கணிதப்பாடத்தை உயர்வகுப்புகளில் விருப்பப்படாமாக தேர்ந்தெடுக்க விரும்புவதில்லை. பெரும்பாலான மாணவர்கள் தங்களது அன்றாட வாழ்க்கையில் கூட கணிதத்தை பயன்படுத்துவதில் தயக்கம் காட்டுகின்றனர். அடிப்படை எண்ணறிவு பயன்படுத்தி கணக்கிடுதலில் தேக்கநிலை காணப்படுவதால் கணிதத்தில் ஆர்வமின்மை காணப்படுகிறது.

### 7.3.3 கணிதம் கற்பதில் கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள் (At-Risk Students) சிரமப்படுவதற்கான காரணங்கள்

1. தொடக்கப்பள்ளி பயிலும் கவனஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள் கணிதப்பாடத்தில் மிகவும் சிரமப்படுவதற்கு பல்வேறு தரப்பட்ட காரணங்கள் உள்ளன. பின்தங்கிய மாணவர்கள் தம் பள்ளிகளில் வெற்றி பெற குறிப்பாக கணிதப்பாடத்தில் மேம்பாடு அடைவதற்கு தடையாக உள்ள பிரச்சனைகளை மாற்றவோ, குறைக்கவோ அல்லது தவிர்க்கவோ முடியும். சில மாணவர்கள் குறிப்பாக சிறுபான்மை சமூகத்திலிருந்து வரக்கூடிய மாணவர்கள் அனைவருக்கும் சமவாய்ப்பு போன்ற போதுமான பின்புலம் கலைத்திட்டத்தில் இணைத்திருந்தாலும், அவர்களில் பெரும்பாலோர் முதல் தலைமுறை கற்பவர்களாக இருப்பது ஒரு காரணமாக அமைகிறது.
2. ஆசிரியருடைய சூழ்நிலை, அவரின் எதிர்பார்ப்பு, அவரின் நடத்தை மற்றும் அவர் கையாளக்கூடிய கற்றல் கற்பித்தல் கருவிகள் சரியாக பயன்படுத்தாததும் மாணவர்கள் கணிதத்தில் சிரமப்படுவதற்கான காரணங்களாக உள்ளன.
3. மாணவருடைய குடும்பச் சூழ்நிலை, மாணவரின் நடத்தை, மாணவரின் எதிர்பார்ப்பு, மாணவரின் தன்னம்பிக்கையின்மை போன்றவைகள்.
4. மாணவர்கள் கணிதத்தை படிப்பதற்கும், கற்பதற்கும் மற்றும் பயன்படுத்துவதற்கும் ஆர்வம் குறைந்து காணப்படுவதால் அவர்கள் கணிதத்தில் பின்தங்கி இருப்பதுடன் உயர்வகுப்புகளில் கணிதப்பிரிவை தெரிவு செய்வதையும், கற்பதையும் தவிர்க்கின்றனர்.
5. சில மாணவர்கள் வகுப்பறைகளில் திறன்படக் கற்றுக்கொள்ளாததற்கு அவர்களுடைய கற்றல், கவனச் சிதைவு, சிந்தனை சிதறல் போன்ற நடத்தைகள், புலன் உணர்வு குறைபாடுகள் மற்றும் உடல், உள்ள குறைபாடுகளே காரணம் ஆகும். சில நேரங்களில் இப்படிப்பட்டவர்கள் கணிதம் சார்ந்த கருத்துக்களைக் கற்பதால் வேலைவாய்ப்பு கிடைக்கப்பெறுகிறார்கள்.
6. பள்ளி மாணவர்களிடையே கணிதம் கற்பதில் ஆர்வமின்மையால் உயர்கல்வி பெறுவதற்கான திறன்கள் பெறுவதிலும், வேலை வாய்ப்பு பெறுவதிலும் போதிய முன்னேற்ற இல்லை. ஏனெனில் வேகமாக மாறிவரும் கால சூழ்நிலைக்கேற்ப

கலைத்திட்டம் இல்லை. மேலும் மாணவர்கள் விரும்பக்கூடிய மனப்பான்மை, எதிர்பார்ப்பு, கணிதத் திறன் சார்ந்த புரிந்துக் கொள்ளுதல் ஆகியவை வாழ்க்கைக்கு பொருந்தக்கூடிய வகையில் அமையவில்லை.

### **கணிதம் கற்பித்தலை பாதிக்கக்கூடிய ஐந்து காரணிகள்**

கணிதம் கற்பித்தலானது கீழ்க்கண்ட ஐந்து பிரச்சனைகளால் அடிக்கடி பாதிக்கப்படுகிறது:

1. புதிய கருத்துக்களை உருவாக்க தற்போதுள்ள வகுப்பறை நடைமுறைகள் சிறப்பானதாக இல்லை.
2. பெரும்பாலான மாணவர்களுக்கு கற்கும் வேகம் குறைவாக உள்ளது.
3. பன்முறைப் பயிற்சி சிறப்பானதாக இல்லை.
4. மேலோட்டமாகத் தெரியக்கூடிய தவறுகள் மட்டுமே களையப்படுகிறது.
5. கற்றல் அனுபவங்களை வளர்க்கக்கூடிய வகையில் கற்பித்தல் முறை அமையவில்லை.

### **7.3.4. கணிதம் கற்பத்தில் கவனஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறைப்பதில் ஆசிரியரின் பங்கு**

முந்தைய கணிதவியல் சாதனைகளுக்கும், தற்போதைய கணிதவியல் சாதனைகளுக்கும் மிக வலுவான தொடர்பு இருப்பதாக ஆய்வு முடிவுகள் தெரிவிக்கின்றன. கணிதப்பாடங்கள் சற்று கடினமாக இருந்தாலும் அவற்றினைக் கற்றுக் கொள்ளமுடியும். கணிதப்பாடத்திட்டங்கள் திட்டமிடுவதிலும் அதனைச் செயல்படுத்துவதின் மூலமாகவும் ஓரளவு கணிதப்பாட அறிவு பெற்றவர்களையும் வெற்றியாளராக மாற்ற முடியும். குறை காண்பதற்கு முன்னரே அதனை தடுக்க வழிமுறை காணுவது மிகச்சிறப்பானதாகும். உடனடியாகக் குறைகளைக் களைவது அதிகப்படியான வெற்றியைத் தரும்.

சிறந்த மாற்றிகள் அமைக்க நிறைய ஆய்வுகள் தேவைப்படுகின்றன. கீழ்க்கண்ட மாற்றிகள் பள்ளிகளில் கணிதத்தில் குறைந்த சதவீத அளவு விலகலையும், ஓரளவு கணித அறிவைப் பெற்றவரின் எண்ணிக்கையைக் குறைத்து, மிகுந்த கணித அறிவு பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கையை உருவாக்குவதற்கு மேற்குறிப்பிட்டவை காரணங்களாக அமைகின்றன.

### **தொடக்கக்கல்வியில் கணிதப்பாடத்திட்டம் என்பது கீழ்க்கண்டவற்றைச் சார்ந்தவையாக உள்ளது.**

1. இலட்சியத்திற்கும், குறிக்கோளுக்கும் முக்கியத்துவம் அளித்தல்.
2. வடிவமைக்கப்பட்ட கலைத்திட்டத்தில் அறிவைப் பெருக்குவதற்கும், திறன்களை மேம்படுத்திப் பயன்படுத்தவும் உதவுதல்.
3. கணிதம் கற்பித்தல் மழலையர் கல்வியிலிருந்து தொடங்குதல்.
4. அன்றாடம் கணிதம் கற்றலுக்கு நேரம் ஒதுக்குதல்.
5. அன்றாட வாழ்வில் கணிதப்பயன்பாட்டை உறுதி செய்தல்.
6. செயல்வழி கற்றல் பயன்படுத்துதல்.

7. மாணவர்களின் தேவைகள், அவர்களுடைய விருப்பங்களுக்கேற்ப கற்பித்தல் உத்திகள் மற்றும் அணுகுமுறைகள் பயன்படுத்துதல்.
8. அனைத்து வகுப்புகளுக்கும் பாடப் பொருளின் முழு அறிவை பெருக்கக் கூடிய வகையில் வகுப்பறை வளங்கள் அளிக்கப்படுதல்.
9. ஒப்பார் குழுக்கற்றல்
10. தொடர் செயல் மதிப்பீடு மற்றும் கூட்டுறவு மனப்பான்மையில் கற்றலுக்கும் முக்கியத்துவம் அளித்தல்.
11. வீட்டுப்பாடத்தின் பயன்பாடு மற்றும் அதன் முக்கியத்துவத்தையும் உணரச் செய்தல்.
12. பெற்றோர்களின் பங்களிப்பை அதிகப்படுத்தும் வகையில் அமைத்தல்.
13. வகுப்பின் எதிர்பார்ப்புகளை பூர்த்தி செய்யும் வகையில் மாணவர்களின் குறைபாடுகளைக் கண்டறிந்து, அவற்றை நிவர்த்தி செய்வதற்கான உத்திகளை கண்டறிதல்.
14. கணிதப்பாடம் கற்பதில் பிரச்சனை உள்ள மாணவர்களை முன்னரே அடையாளம் கண்டு அதற்கேற்பத் திட்டமிடுதல்.
15. பிரச்சனையுடைய மாணவர்களை காண்பதோடு மட்டுமின்றி அடிக்கடி கண்காணித்து பிரச்சனைகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.
16. மாணவர்களின் முன்னேற்றப் பதிவேடுகளை கவனமாக பராமரித்தல்.
17. கணிதம் கற்றலில் பிரச்சனையுள்ள மாணவர்களைக் கண்டறிந்து வகுப்பிலோ (அ) வெளியிலோ தனிக்கவனம் செலுத்துதல்.
18. தீவிர தனிக்கவனம் செலுத்தி குறிப்பிட்ட காலத்திற்குள் பிரச்சனை தீர்க்கப்படல் ஆகியன.

## கற்றவை

- ★ வாக்கிய கணக்குகள் (World problems)
- ★ STAR (ஸ்டார்) உத்தி
- ★ STAR உத்தியின் படிநிலைகள்
- ★ கற்பித்தல் படிநிலைகளை வகுப்பறையில் பயன்படுத்துதல்
- ★ உத்திகளை கையாளும்போது கவனத்தில் கொள்ளவேண்டியவை
- ★ கற்றலில் சிரமப்படுவோருக்கான கணிதம் கற்பித்தல் உத்திகள் (Strategy Instructions for learning difficulties)
- ★ கணிதம் கற்பதில் கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள் (At-Risk Students)
- ★ பள்ளியை விட்டு இடைநிற்கக்கூடிய வாய்ப்பு மிக்கவர்கள் (Potential Dropouts)
- ★ கணிதப் பாடத்தில் ஓரளவிற்கு பின்தங்கியுள்ள மாணவர்கள் (Nominal Mathematics Students)
- ★ கணிதம் கற்பதில் கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள் சிரமப்படுவதற்கான காரணங்கள்
- ★ கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறைப்பதில் ஆசிரியரின் பங்கு

## கற்றல் செயல்

- ★ உன் பாடப்பகுதியில் உள்ள வாக்கிய கணக்குகளை STAR உத்தியை பயன்படுத்தி தீர்வு காண்க.
- ★ கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்களின் இடர்பாடுகளுக்கான காரணங்கள் சிலவற்றை தொகுத்துக்கூறுக.

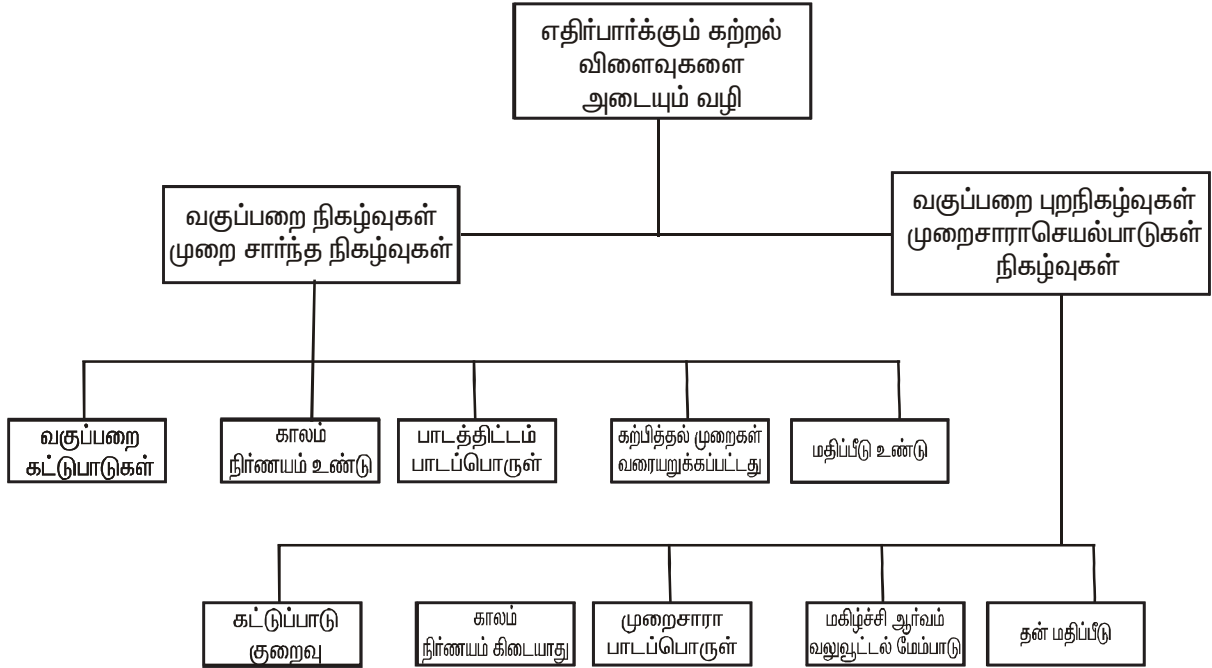
## கற்றல் மேம்பாடடைய கலைத்திட்ட புறச்செயல்கள்

(Preparation of Further Activities for Learning Mathematics)

### 8.1 அறிமுகம்

கற்றல் கருவறையில் தொடங்கி கல்லறையில் முடியும் என்ற கூற்று கற்றலை ஒரு தொடர்நிகழ்வாக சித்தரிக்கிறது. வகுப்பறைச் செயல்பாடுகளில் மட்டுமே, கற்றல் முழுமையடையும் என்பதை ஏற்றுக்கொள்ள முடியாது. கற்றல் முழுமையடைய அதிகப்படியான கல்விச் செயல்பாடுகளை உருவாக்குதல் வேண்டும். கற்ற கருத்துக்களை வாழ்க்கையில் சரியான முறைப்படி, பயன்படுத்த உதவிடும் வகையில் அமைய வேண்டும். கற்றல் செயல்பாடுகளை இரண்டு வகைகளாக பிரிக்கலாம்.

1. வகுப்பறைச் செயல்பாடுகள்.
2. புறச் செயல்பாடுகள்.



நிலையிருத்தும் வளர்ச்சிக்கான (Sustainable Development) மனித உரிமைகள் வறுமையை எதிர்த்து போராடுதல், தட்பவெப்ப நிலைமாற்றம், பாலின சமநிலை, சுய கலாச்சார பாதுகாப்பு போன்ற கலைத்திட்ட புறச்செயல்பாடுகளை, கற்றல் மேம்பாடு அடைவதற்கு பயிற்றுவிக்க வேண்டும். எதிர்காலத்தில் செழுமைக்கு கல்வியே அடிப்படை என்பதால் நிலைப்படுத்தும் வளர்ச்சிக்கான கல்வி முறையுடன் கலைத்திட்ட புறச்செயல்பாடுகள் முழு வீச்சுடன் செயல்படுத்துதல் மிகவும் அவசியம் ஆகும்.

முறைசார் கல்விச் செயல்பாடுகள் நடைமுறையில் மேற்கொள்வதற்கு ஏற்ப நன்கு வரையறுக்கப்பட்டு கலைத்திட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் இதனைச் செயல்படுத்த நல்ல செயல்திட்டமும் உருவாக்கப்பட்டிருக்கிறது.

முறைசாரா கல்வி செயல்பாடுகளைக் கண்டறிந்து, அதனைத் திட்டமிட்டு கற்பிக்கும் கருத்துக்களின் குறிக்கோள்களை அடையும் வண்ணம் நடைமுறைப்படுத்த வேண்டும். காலம், கால அளவு, கற்கும் முறைகள், கற்பிக்கும் முறைகள், அடைவு இவற்றை ஒரு வரையறைக்குள் கொண்டுவர இயலாது. இருப்பினும் இதற்கான வழிகாட்டுதலுக்கு வரையறை உண்டு.

## 8.2. கல்வி இணைச் செயல்பாடுள்

- ✓ கற்றலில் எதிர்பார்க்கும் கற்றல் விளைவுகள், முழுமையான அடைவு நிலையினை பெற வேண்டும்.
- ✓ கற்ற கருத்துக்களைப் பயன்படுத்துகின்ற வகையில் வலுப் பெற்றிருக்க வேண்டும். கருத்து மேம்பாட்டைய வழி வகை செய்ய வேண்டும்.

### இணைச் செயல்பாடுகளில் முக்கியமான சிலவற்றைக் காண்போம்

1. கணித மன்றங்கள்.
2. கணித ஆய்வுக் கூடம்.
3. கணித நூலகம்.
4. களப்பயணம்.
5. கூடுதல் பாடப்பொருள்
6. ஒப்பார் குழு கற்றல்
7. ஊடு பணி

### 8.2.1 கணித மன்றம்

குழந்தைகள் பெரும்பாலும் கட்டுப்பாட்டை விரும்புவதில்லை. வகுப்பறை என்பதை கட்டுப்பாடுகள் நிறைந்த இடமாகவே குழந்தைகள் எண்ணுகிறார்கள். கணித மன்றம் என்பதை கட்டுப்பாடுகள் அதிகமில்லாமல் கற்றல் சூழ்நிலையை உருவாக்கிக் கொடுக்கும் ஓர் அமைப்பு என்று கூறலாம்.

மாணவர்கள் தங்கள் கருத்துக்களை திறந்த மனதுடன் விவாதிக்கவும் விமர்சிக்கவும், இந்த மன்றம் வாய்ப்பளிக்கிறது. தங்களின் திறமைகளை வெளிப்படுத்தும் வடிகால்களாகவும் அமைந்து விடுகின்றது. கணித மன்றங்களில் பல்வேறு துறையைச் சார்ந்த வல்லுனர்களை கொண்டு உரை நிகழ்த்த செய்யலாம். இதன்மூலம் மாணவர்கள் தங்களின் ஐயங்களை இயல்பான முறையில் நிவர்த்தி செய்ய முடியும். இது போன்ற செயல்பாடுகளின் வழியாக ஆசிரியர்களும் தங்களின் ஐயங்களை நிவர்த்தி செய்து கொள்ள முடியும்.

கணித மன்றங்கள் கணிதச் செயல்பாடுகளை எளிதாக்குவதுடன் மகிழ்வூட்டுவதாகவும் செய்கிறது. கணிதப் புதிர்கள், கணித செயல்பாடுகளை எளிதாக்குகிறது. சிந்திக்க தூண்டுகிறது. மகிழ்வுடன் கணித செயல்களை ரசிக்கவும் ஆர்வமூட்டுகிறது. கணித மன்றங்கள், கணித செயல்பாடுகளில் திட்டபத்தையும், தனித்திறமைகளை வெளிப்படுத்தவும் வாய்ப்பளிக்கிறது.

கணித மன்றத்தின் தலைவராக, பள்ளித்தலைமை ஆசிரியர் செயல்படுவார். கணித ஆசிரியர் கணித மன்றத்தின் பொறுப்பாளராகவும், மாணவர் தலைவர், செயலாளராகவும் செயல்படுவார். வாரம் ஒரு முறை அல்லது இரண்டு வாரங்களுக்கு ஒரு முறை இக்கூட்டங்கள்



கூட்டப்பெறும். மன்றச் செயலாளர் ஒரு பதிவேட்டில், கூட்டத்தின் நிகழ்ச்சிகளை தொகுத்து எழுத வேண்டும். இப்பதிவுகளை அடுத்த கூட்டத்தில் வாசித்து அவைத் தலைவரிடம் ஒப்புதல் பெற வேண்டும். அடுத்த கூட்டத்திற்கான நிகழ்ச்சி வரைவுகளையும் குறித்து வைக்க வேண்டும். கணித மன்றம் வகுப்பறையிலேயே செயல்படலாம். அதற்கென தனி அறை இருப்பின் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். கூட்டத்திற்கு வருகை புரிந்த கருத்தாளர்களின் பெயர், முகவரி, ஆகியவற்றைக் குறித்து வைக்க வேண்டும். மன்றச் செயலரை மூன்று மாதத்திற்கு ஒரு முறை மாற்றி மற்றவர்களுக்கும் வாய்ப்பளிக்கலாம். ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சியின் நிறைவுக்குப்பின், தலைமையாசிரியர் கையொப்பமிட வேண்டும். கூட்ட நேரம் அதிகபட்சம் 2 மணி நேரம் நடைபெறலாம். அதற்கேற்ப திட்டமிட வேண்டும்.

### கணித மன்றத்தின் நோக்கங்கள்

- ★ கணிதத்தில் ஈடுபாடுள்ள மாணவர்களுக்கு ஒருநல்லமேடையாக அமைதல்.
- ★ கணிதச் செயல்பாடுகளில் அதிக ஆர்வம் உண்டாகும் வகையில் செயல்பாடுகள் அமைக்கப்படுதல்.
- ★ மகிழ்வூட்டும் கணிதப்பகுதிகளை தெரிவு செய்து அதனை மன்றசெயல்பாடுகளாக மாற்றியமைத்து கணிதத்தில் ஆர்வமூட்டுதல்.
- ★ கணித விளையாட்டுகளை உருவாக்கி அதன் மூலம் கணிதத்தில் உள்ள ஈடுபாட்டை வளர்த்திட உதவுதல்.
- ★ மாணவர்களின் புதுமைப் படைப்புகளை அரங்கேற்றிட வாய்ப்பளிக்கும் இடமாக அமைதல்.
- ★ கணிதத்தில் போட்டி மனப்பான்மையை வளர்க்க உதவுதல்.
- ★ கணித வல்லுனர்கள், பிற பள்ளி ஆசிரியர்களின் கணித சொற்பொழிவை கேட்டறிய உதவிடுதல்.
- ★ பள்ளியில் கணித இதழை (Magazine) வெளியிடுதல்.
- ★ கணித இதழில் மாணவர்களின் கட்டுரைகளை வெளியிடுவதன் மூலம் அவர்களின் கணித ஈடுபாட்டை வளர்க்க உதவிடுதல்.
- ★ வினாடி வினா நடத்தி பரிசளித்து ஊக்குவித்தல்.
- ★ கணித மேதைகளைப் பற்றி சொற்பொழிவு ஏற்பாடு செய்தல்.
- ★ கணிதத்தை கற்றிட எவ்வாறு உதவிடலாம் என்பதைப் பற்றி எடுத்துக் கூறுதல்.
- ★ பத்திரிகைகளில் வரும் கணிதச் செயல்களையும் தொகுத்து அடுத்து வரும் மன்ற கூட்டங்களில் விவாதித்தல்.
- ★ மாயக் கட்டங்கள். புதிர் கணக்குகளை எவ்வாறு உருவாக்கலாம் என்பதை விவாதித்தல்.
- ★ கணித வரலாறு பற்றி விவாதிப்பது, எடுத்துக்காட்டாக 'π' ன் வரலாறு, '0' ன் வரலாறு, வடிவ கணிதத் தோற்றம். அல்ஜீப்ரா என்னும் பெயர் காரணம், திசை எண்கள், பகா எண், விகிமுறா எண், கற்பனை எண் ஆகியவை பற்றி விளக்குதல்.
- ★ கணித பொருட்காட்சி அமைத்தல்.

## கணித மன்றத்தின் செயல்பாடுகள்

- ★ கணிதத்தில் வினாடி வினா நடத்துதல்.
- ★ கணித விளையாட்டுகளை நடத்துதல்.
- ★ கணிதப் புதிர்களை உருவாக்கி மகிழ்வூட்டுதல், கணிதப்புதிர்களை தொகுத்தல்.
- ★ கணிதப் பாடல்களை தயாரித்துப் பாடச் செய்தல், பாடல்களைத் தொகுத்தல்.
- ★ கணித மேதைகளின் உருவங்களை தொகுத்து Album தயாரிக்க செய்தல்.
- ★ மாணவர்கள் தங்களின் கணித அறிவை எவ்வாறு தினசரி வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தினர் என்பதை விவாதிக்கச் செய்தல்.
- ★ சக மாணவர்களுக்கு கணிதம் கற்றலில் உதவிடும் வகையில் செயல்படச் செய்தல்
- ★ கணித முக்கியத்துவம் உள்ள இடங்களுக்கு சுற்றுலா அழைத்துச் செல்லுதல்.
- ★ கணித கண்காட்சிக்கு ஏற்பாடு செய்தல்
- ★ பிற பள்ளி, கல்லூரிகளுக்கு சென்று பார்வையிட்டு கணித செயல்பாடுகளில் உள்ள மாற்றங்களை அறிந்து கொள்ள உதவுதல்.
- ★ கணித ஆய்வகத்திற்கு தேவையான, கணித மாதிரிகள், படங்கள், வரைபடங்கள் ஆகியவற்றை சேகரித்தல்.
- ★ வானொலியில் (தகவல் தொடர்பு சாதனங்கள்) ஒலிபரப்பப்பட்ட கணிதத் தொடர்பான செய்திகளை சேகரித்தல்.
- ★ போட்டிகள், சொற்பொழிவுகள் நடத்த ஏற்பாடுகள் செய்தல்
- ★ தொழிற்படிப்பு பற்றிய சொற்பொழிவுகளுக்கு ஏற்பாடு செய்தல்.

### 8.2.2 புதிர் கணக்குகள் – உருவாக்குதலும், தீர்வுகளைக் கண்டறிதலும்

சிந்தித்தல் என்பது கணிதத்தின் உயிர்நாடி. சிந்தனைக் கணக்குகளை உருவாக்குவதும், தீர்வு காண்பதுமே மகிழ்ச்சியைத் தரும்; கணிதத்தில் ஆர்வமூட்டும்; மேலும் மேலும் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்கிற அவாவினை உண்டாக்கும்.

வகுப்பறை பயிற்சிக் கணக்குகளிலும் 'சிந்தித்தல்' வேண்டும் என்றாலும், இப்பயிற்சி கணக்குகளுக்கு நேரடியாக கணிக்கும் முறையை பயன்படுத்தினால் தீர்வு கிடைத்துவிடும். எடுத்துக்காட்டாக,

ஒரு வகுப்பிலுள்ள 18 மாணவர்களில் மூன்றில் இரண்டு பங்கினர் கணிதத்தை முதன்மை பாடமாக பயிலுகின்றனர். அவ்வகுப்பிலுள்ள எத்தனை மாணவர்கள் கணிதத்தை முதன்மை பாடமாக எடுத்து பயிலுவதில்லை ?

இக்கணக்கிற்கு ஒரு சில குறிப்பிட்ட கற்பித்தல் முறைகள் வரையறுக்கப்பட்டிருக்கும். அம்முறைகளில் படிப்படியாகச் சென்றால் தீர்வு காணலாம்.

புதிர் கணக்கு / சிந்தனை கணக்கு என்பது, சிந்திக்கின்ற ஆற்றலை வளர்க்கும். சிந்திக்கத் தூண்டும். திட்டமிட்டு ஆய்வு செய்தாலன்றி, தீர்வு உடனே கிடைக்காது.

## எடுத்துக்காட்டு 1

காலே அரைக்கால் காசுக்கு நாலே அரைக்கால் கத்திரிக்காய், என்றால் காசுக்கு எத்தனை கத்திரிக்காய் ?

வார்த்தை ஜாலங்கள் இந்த கணக்கில் உள்ளன. இதனைச் சிந்திக்க கணக்கை ஆய்வு செய்தல் அவசியம்

காலே அரைக்கால், நாலே அரைக்கால் என்பதனை வரையறுத்துக் கொள்க.

$$\text{காலே அரைக்கால் என்பது } \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \text{ அதாவது } \frac{3}{8}$$

$$\text{நாலே அரைக்கால் என்பது } 4 + \frac{1}{8} \text{ அதாவது } \frac{33}{8}$$

$$\text{அலகு முறையைப் பயன்படுத்தி } \frac{33}{8} \div \frac{3}{8} = \frac{33}{8} \times \frac{8}{3} = 11$$

சிந்திக்க வாய்ப்புக் கொடுப்பதுதான் புதிர்கணக்கு.

## எடுத்துக்காட்டு 2

ஒரு ரூபாய் என்பதும் ஒரு பைசா என்பதும் சமமாகுமா?

இப்போது என் கேள்விக்கு விடை கூறுங்கள்.

ஒரு ரூபாய் என்பது 100 பைசா என்பது சரிதானே?

அப்படியானால்

$$\begin{aligned} 1 \text{ ரூபாய்} &= 100 \text{ பைசா} \\ &= 10 \times 10 \text{ பைசா என்று எழுதலாமா?} \end{aligned}$$

10பைசா என்பது எவ்வளவு ரூபாய் ?

$$10 \text{ பைசா} = \text{ரூ } \frac{1}{10} \text{ என்பது சரிதானே ?}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ ரூபாய்} &= 100 \text{ பைசா} \\ &= 10 \times 10 \text{ பைசா} \end{aligned}$$

$$100 \text{ பைசா} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \text{ ரூபாய் என்பது சரிதானே ?}$$

$$= \frac{1}{100} \text{ ரூபாய்}$$

$$\frac{1}{100} \text{ ரூபாய் என்பது 1 பைசாதானே ?}$$

எனவே ஒரு ரூபாய் என்பது ஒரு பைசாவுக்கு சமம். இம்முறையில் ஒரு தவறு இருக்கிறது. தவறு இருக்கிறதா ? ஆம் எனில் கண்டு பிடிக்கவும்.

## தீர்வு

$$1 \text{ ரூபாய்} = 100 \text{ பைசா சரியே}$$

$$100 \text{ பைசா} = 10 \times 10 \text{ பைசா சரியே}$$

$$10 \text{ பைசா} = 100 \text{ பைசா} = 10 \times 10 \text{ பைசா என்பதில்}$$

ஒரு பத்து பைசாவையும், மற்றொரு பத்து எண்ணிக்கையையும் குறிக்கிறது என்பதை அறிக.

$$\text{ஆகவே, } 1 \text{ ரூ} = 100 \text{பை} = 10 \times 10 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \text{ என்பது தவறு}$$

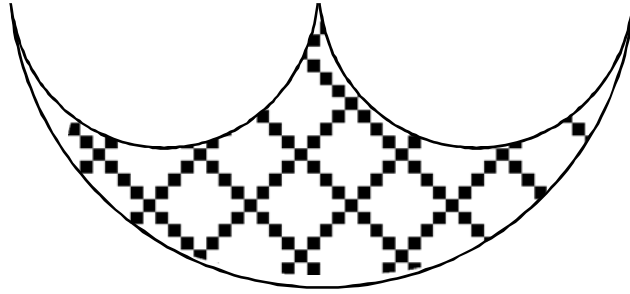
$$1 \text{ ரூ} = 100 \text{பை} = 10 \times 10 = 10 \times \frac{1}{10} \text{ ரூ என்பதுதான் சரியாகும்}$$

## எடுத்துக்காட்டு 3

படத்தில் காட்டியுள்ளது போல ஒரு அரை வட்டத்தில் இரண்டு சம அரை வட்டங்கள் வெட்டியெடுக்கப்பட்டுள்ளன. வெட்டியெடுக்கப்பட்ட பகுதியும், மீதமுள்ள பகுதியும் பரப்பளவில் என்ன விகிதத்தில் இருக்கும் என்பதைக் கண்டுபிடி.

(பெரிய அரைவட்டத்தின் விட்டத்தை 28 செ.மீ. என்று வைத்துக் கொண்டு கணக்கிட்டுப்பார்)

தீர்வு



வெட்டியெடுக்கப்பட்ட பகுதியும் நிழலிட்ட பகுதியும் சமமாக இருப்பதை காண்க. அதாவது 1 : 1 என்ற விகிதத்தில் இருக்கும்.

## எடுத்துக்காட்டு : 4

எவ்வளவு தூரம் உன்னால் காட்டுக்குள் செல்லமுடியும்.

தீர்வு

காட்டின் மையப்பகுதி வரை செல்ல முடியும்

ஏனெனில் மையப்பகுதியை தாண்டி சென்றால், காட்டின் வெளியே வருகிறார் என்றுதானே பொருள்.

### புதிர் கணக்கு / சிந்தனைக் கணக்கின் பயன்கள்

- ★ சிந்திக்கின்ற ஆற்றலை வளர்க்கும்.
- ★ பொருளுணர்வாற்றல் வளரும்.
- ★ செயலாற்றல் மற்றும் வேகமாகவும், திட்பமாகவும் செய்யும் திறன் வளரும்.
- ★ சரிபார்க்கும் திறனை வளர்க்கும்.

### புதிர் கணக்கு / சிந்தனைக் கணக்குகளுக்கு தீர்வுகாணும் படிகள்

- ★ விவரங்களைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ★ கொடுக்கப்பட்ட விவரம், கேட்கப்பட்ட விவரம் என்ன என்பதை உறுதிப்படுத்துதல்.
- ★ தீர்க்கும் முறையினைத் தேர்ந்தெடுத்தல்.
- ★ திட்டத்தைச் செயலாற்றுதல்.
- ★ தீர்வை, கணக்கின் விவரங்களை இணைத்து சரிபார்த்தல்.

### கணக்கு புதிராக மாறுவது ஏன் என்று பார்ப்போம்

ஒரு பிரச்சனைக்கு தீர்வு தவறாக பெறும்போது, பிரச்சனை புதிராக உள்ளது என்று கூறுகிறோம் அல்லவா. அதற்கான காரணங்கள்

- ★ கணக்கிற்கான சூழ்நிலையைப் புரிந்து கொள்ளாமை.
- ★ கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் தொடர்பைப் புரிந்து கொள்ளாமை.
- ★ சரியான கணக்கீட்டு முறைகளைக் கடைப்பிடிக்காமை.
- ★ தவறான வழியில் கணக்கிடுதல்.
- ★ வேகமாகத் தீர்வு கண்டறிய முற்படும்போது தவறு செய்தல்.

### புதிர் கணக்குகளைத் கையாளுகின்றபோது கவனிக்க வேண்டியவை

- ★ வகுப்புக்கு ஏற்ப, மாணவர்களின் மனமுதிர்ச்சிக்கேற்ப, சூழ்நிலைக்கேற்ப கணக்குகளைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ திறனுக்கு, சிந்தனைக்கு ஒவ்வாத கணக்குகளைச் செய்யவே மாட்டார்கள்.
- ★ சிந்தனைக்கு ஒரு 'சவால்' விடுவதைப்போல் அமைய வேண்டும்.
- ★ அதிகப்படியான கணித செயல்பாடுகள் தவிர்க்கப்பட வேண்டும்.

புதிர்கணக்குகளைச் சேகரித்து, தொகுத்து, வகுப்பு வாரியாக அட்டவணை செய்து, கணித ஆய்வகத்திலோ அல்லது கணித நூலகத்திலோ வைக்கலாம்.

### கணித விளையாட்டுகள்

விளையாட்டுகள் மூலமாக கணித கருத்துக்களை கற்றுக்கொள்ள முடியுமானால் அவ்விளையாட்டுகளை கணித விளையாட்டுகள் என்கிறோம். கற்ற கணிதக்கருத்துக்கள் வலுப்பெற வைப்பதற்காக இருந்தாலும் அவற்றை கணித விளையாட்டுகள் என்று சொல்லுவோம்.

விளையாட்டுகளின் மூலம், எண்களை பயன்படுத்துதல், வடிவங்களை அறிதல், மாயச் சதுரங்களை பூர்த்தி செய்தல் போன்றவைகளை அறிந்து கொள்ளலாம்.

### எண் விளையாட்டுகள்

1. எண் விளையாட்டுகளுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளை பார்ப்போம். விளையாட்டில் பயன்படுத்தப்பட்ட உத்திகளை பொதுமைப்படுத்தக் கூடாது. ஒன்பதின் மகிமையை காண்க.

$1 \times 9 = 9$	$1 \times 99 = 99$	$1 \times 999 = 999$
$2 \times 9 = 18$	$2 \times 99 = 198$	$2 \times 999 = 1998$
$3 \times 9 = 27$	$3 \times 99 = 297$	$3 \times 999 = 2997$
$4 \times 9 = 36$	$4 \times 99 = 396$	$4 \times 999 = 3996$
$5 \times 9 = 45$	$5 \times 99 = 495$	$5 \times 999 = 4995$
$6 \times 9 = 54$	$6 \times 99 = 594$	$6 \times 999 = 5994$
$7 \times 9 = 63$	$7 \times 99 = 693$	$7 \times 999 = 6993$
$8 \times 9 = 72$	$8 \times 99 = 792$	$8 \times 999 = 7992$
$9 \times 9 = 81$	$9 \times 99 = 891$	$9 \times 999 = 8991$

பெருக்கல் பலனில் உள்ள இலக்கங்களில் கூடுதல் ஒன்பதாகவே வருவதைக் காண்க. இதன் சிறப்பம்சங்களை மேலும் உற்று நோக்கித் தெரிந்து கொள்க.

இவற்றைப் பெருக்கி விடையைச் சரிபார்.

$$\left. \begin{array}{l} 35 \times 99 = (35 - 1). (99 - 34) = 3465 \\ 57 \times 99 = (57 - 1). (99 - 56) = 5643 \end{array} \right\} \text{இவற்றைப் பயன்படுத்தி}$$

$$\left. \begin{array}{l} 88 \times 99 = ( \quad ). ( \quad ) = \dots\dots\dots \\ 27 \times 99 = ( \quad ). ( \quad ) = \dots\dots\dots \end{array} \right\} \text{இதனைக்கண்டுபிடியுங்கள்}$$

### III. வர்க்கங்களைக் காணல்

$$\begin{aligned} 11^2 &= 11 \times 11 = (11 + 1) 1 = 121 \\ 13^2 &= 13 \times 13 = (13 + 3) 9 = 169 \\ 15^2 &= 15 \times 15 = (15 + 5+2)5 = 225 \\ 18^2 &= 18 \times 18 = (18 + 8 + 6) 4 = 324 \\ 12^2 &= 12 \times 12 = (12 + 2) 4 = 144 \\ 17^2 &= 17 \times 17 = (17 + 7 + 4) 9 = 289 \\ 19^2 &= 19 \times 19 = (19 + 9 + 8) 1 = 361 \end{aligned}$$

### IV. விடுபட்டவற்றைச் செய்து பார்க்கவும்

$$\begin{aligned} 1. 32 &= 32 \times 32 = 3(32 + 2).4 = (3 \times 34).4 \\ &= 1024 \end{aligned}$$

$$2. 35 = 35 \times 35 = 3(35 + 5).5 = 1225$$

$$3. 44 = 44 \times 44 = 4(44 + 4).6 = (192).6$$

$$= 1936$$

$$25^2 = 2(2+1)25 = 625$$

$$35^2 = 3(3+1)25 = 1225$$

$$45^2 = 4(4+1)25 = 2025$$

இதைப்போலவே தொடர்ந்து செய்து பார்க்க.

### மாயச்சதுரங்கள்

மூன்று நிரை, மூன்று நிரல்கள் உள்ள (3 x 3) சதுரம் வரைந்து கொள்வோம். இச்சதுரத்தில் 9 சிறுகட்டங்கள் இருக்குமல்லவா? இக்கட்டங்களில் இயல்எண்களை ஒரு முறைப்படி அமைக்கும்போது எண்களை இடமிருந்து வலமாகவோ, அல்லது வலமிருந்து இடமாகவோ அல்லது மேலிருந்து கீழாகவோ அல்லது கீழிருந்து மேலாகவோ, அல்லது மூலை விட்டங்கள் வழியாகவோ கூட்டும்போது கிடைக்கும் கூட்டுத்தொகை சமமாயிருக்க வேண்டும். இச்சதுரங்கள் மாயச் சதுரங்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக

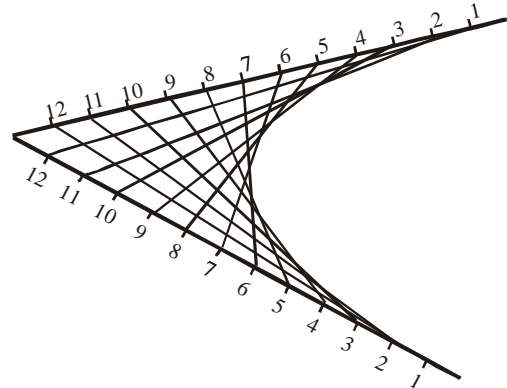
8	1	6
3	5	7
4	9	2

51	58	43	48
45	46	53	56
57	52	49	42
47	44	55	54

இதுபோல கட்டங்களில் கூட்டுத்தொகை சமமாக வரும்படி மாயச் சதுரங்கள் அமைத்து ஆசிரியர்களின் உதவியுடன் பூர்த்தி செய்க.

### வடிவியல் வரைகள் தைத்தல்

AB, AC இரு கோடுகள் படத்தில் காட்டியது போல் வரைந்து கொள்ளவும். கோடுகளின் மேல் சமசதுரத்தில் 24 புள்ளிகளை குறிக்கவும். புள்ளிகளை இணைக்கவும். இதுபோலவே எல்லாப்புள்ளிகளையும் இணைக்கவும். இப்போது ஒரு பர வளையம் கிடைக்கும்.



## இயல் கணித விளையாட்டு

ஓர் எண்ணை மனதில் நினைத்துக் கொள்க. அதனை இரண்டால் பெருக்குக. பெருக்கல் பலனுடன் இரண்டை கூட்டுக. இப்பலனை ஐந்தால் பெருக்குக. பெருக்கல் பலனுடன் ஐந்தை கூட்டுக. இப்போது என்ன விடை வருகிறது என்று கூறுக.

தீர்வு விடையில் ஒன்றிலக்க எண்ணை விட்டு விடுக. பத்திலக்க எண்ணில் ஒன்றை கழித்து வரும் எண் நீ நினைத்த எண் என்று கூறுக.

## எடுத்துக்காட்டு

நீ நினைத்த எண் 4 என்று வைத்துக் கொள்ளுவோம். நான்கை இரண்டால் பெருக்கு(8). எட்டுடன் இரண்டை கூட்டுக (10). பத்தை ஐந்தால் பெருக்கு (50). ஐம்பதுடன் ஐந்தை கூட்டுக (55). 55ல் ஒன்றிலக்க எண் விட்டு விடுக. பத்திலக்க எண். 5 ல் ஒன்றைக் கழித்து  $5-1 = 4$  என்பது நீ நினைத்த எண்ணாகும்.

தீர்வு காணும் முறை

உனது எண்  $x$  என்க.

கணக்கின்படி  $2x + 2$  முதல்படி

$5(2x + 2) + 5$  இரண்டாம் படி

$= 10x + 10 + 5 = 10(x+1) + 5$

பத்தாம் இடத்திலுள்ள  $(x+1)$  இல் இருந்து 1ஐக் கழிக்கக் கிடைப்பது  $x$ .

## 8.2.5 வினாடி வினா

வினாடி வினா நிகழ்ச்சியும் ஒரு வித கற்றல் முறை என்றும் கூறலாம். இந்நிகழ்ச்சியில், மாணவர்களுக்குச் சலிப்பு ஏற்படாது, மாறாக மகிழ்ச்சியும் ஆர்வமும் உண்டாகும். இது கற்றலை வலுவூட்டும். சிந்தனையைத் தூண்டும். பொது அறிவை வளர்க்கும். கருத்துக்களை மீட்டுக் கொணர்ந்து ஆர்வமூட்டும் நிகழ்ச்சி. மதிநுட்பம், நம்பிக்கை, காரண காரியத் தொடர்பு, விரைவில் புரிந்து கொள்ளும் திறன், குறித்த நேரத்தில் பதிலளிக்கும் திறன் ஆகியன வளர்கின்றன.

இந்நிகழ்ச்சியினை நடத்துபவர், தகுந்த முன் ஆயத்தத்துடன் வினாப்பட்டியல் தயார் செய்ய வேண்டும். பதிலுக்கான நேரம் எவ்வளவு அளிக்கலாம் என்பதற்கான திட்டம் இருக்க வேண்டும். வினாக்கள் நேரடியாகவோ அல்லது மறைமுகமாகவோ இருக்கலாம். சட்டென்று பதிலளிக்க கூடிய வினாக்கள் அல்லது சிந்திக்கின்ற, சிந்திக்க வைக்கின்ற வினாக்களாக அமைய வேண்டும். வினாடி வினா நிகழ்ச்சியானது போட்டி மனப்பான்மை, தன்னம்பிக்கை, பிரச்சனைகளை எதிர்கொள்ளும் திறன், ஊக்குவிக்கும் பண்புகளை பெற்றதாக அமைய



வேண்டும். வினாடி வினா நிகழ்ச்சி சலிப்பு ஏற்படாமல், நகைச்சுவை கலந்து இருக்க வேண்டும். நடத்துபவர் நிகழ்ச்சியின் கருத்தைப்பற்றி, மாணவர்கள் தரநிலை பற்றி நன்கு தெரிந்து வைத்திருக்க வேண்டும். நிகழ்ச்சியின் பங்கேற்பாளர்கள் உச்சகட்ட ஆர்வத்தில் இருக்கும் போது நிகழ்ச்சியினை நிறைவு செய்தால், மீண்டும் மீண்டும் இந்நிகழ்ச்சியினை நடத்த வேண்டும், பங்கேற்க வேண்டும் என்ற ஆவல் அதிகரிக்கும்.

### வினாடி வினா அமைத்தல்

- ★ எல்லா வினாக்களுக்கும் சம அளவு நேரம் மட்டுமே அளிக்கப்பட வேண்டும்.
- ★ எல்லா வினாக்களும் சம அளவு கடினத்தன்மையிலேயே அமைய வேண்டும்.
- ★ கேள்வி எந்தக் குழுவில் ஆரம்பிக்கப்பட்டதோ அந்தக் குழுவிற்கு அதிக பட்ச அந்தக் குழு சரியான பதிலளிக்காவிடில் மதிப்பெண்ணும், அதனைத் தொடர்ந்து பதிலளிக்கும் குழுவிற்கு குறைந்த மதிப்பெண்ணும் வழங்க வேண்டும்.
- ★ எத்தனை சுற்று வைக்கவேண்டும் என்பதற்கும், ஒவ்வொரு சுற்று எவ்வாறு அமைய வேண்டும் என்பது பற்றியும் திட்டம் இருக்க வேண்டும். (குறைந்தது 3 சுற்றுகளாவது இருக்க வேண்டும் )
- ★ ஒரு சுற்றில் உள்ள வினாக்களை எண்ணிக்கை, குழுக்களின் எண்ணிக்கையின் மடங்குகளில் அமைய வேண்டும். எ.டு. ஒரு வினாடி வினா நிகழ்ச்சியில் மூன்று குழுக்கள் பங்கேற்றால், ஒவ்வொரு சுற்றிலும் வினாக்களின் எண்ணிக்கை மூன்றின் மடங்காகவே அமையவேண்டும்.
- ★ நிகழ்ச்சிக்கான காலம் ஒரு வகுப்பு பிரிவு வேளையாக இருக்கலாம்.
- ★ ஒரு சுற்றில் ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் ஒரு வினா இருக்க வேண்டும்.
- ★ தவறான பதிலுக்கு மதிப்பெண் குறைக்கப்படலாம்.
- ★ தேவைப்பட்டால் விடையளிக்க வழிகாட்டிக் குறிப்புகள் (Clue) கொடுக்கப்படலாம்.

### பயன்கள்

திட்டமிட்டுச் செயல்படும்போது மாணவர்களின் கற்றல்திறன் வளரும். மகிழ்ச்சி, ஆர்வம், நாட்டம், அடைவுத்திறன் அனைத்தும் பெருகும்.

வினாடி வினா மதிப்பீட்டு அட்டை

பாடம் : கணக்கு

வகுப்பு : 5

காலம் : 45 நிமிடம்

குழு A	குழு B
1. .... 2. .... 3. .... 4. ....	1. .... 2. .... 3. .... 4. ....
குழு C	குழு D
1. .... 2. .... 3. .... 4. ....	1. .... 2. .... 3. .... 4. ....

சுற்று	குழு	வினா 1	வினா 2	வினா 3	வினா 4	மொத்தம்
வாய்வழி oral	A B C D					
பார்வை வழி Visual	B C D A					
செயல்திறன் வழி Performance	C D A B					

மூன்று சுற்றுகளிலும் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்

- A
- B
- C
- D

வெற்றிப்பெற்ற அணிகள் (தரம் வாரியாக)

## வினா அட்டை

வாய்வழி : வினா

1	
2	
3	
4	

பார்வை வழி : வினா

1	
2	
3	
4	

செயல்திறன் : வினா

1	
2	
3	
4	

### சுற்று 1

வாய்வழி வினா (Oral Questions) கேட்கப்படும் வினாக்களுக்கு உடனடியாக பதிலை சொல்ல வேண்டும். குறிப்புகள் எடுத்துக்கொண்டு செய்யக் கூடாது. குழுவில் உள்ளவர்களுடன் விவாதித்து ஒருவர் பதில் கூற வேண்டும்.

## சுற்று 2

படங்கள் காண்பித்து அவைகளில் இருந்து வினாக்கள் கேட்கப்படலாம். ஒரே படத்தை காண்பித்தும் வினாக்கள் கேட்கப்படலாம். அல்லது ஒரு குழுவுக்கு ஒரு படத்தை காண்பித்தும் கேள்விகளை கேட்கலாம். குழுவில் உள்ளவர்கள் விவாதித்து அதில் ஒருவர் பதில் கூற வேண்டும்.

## சுற்று 3

கேட்கப்படும் வினாக்களுக்குப் பதிலைக் கண்டறிய, காகிதம், எழுதுகோல் பயன்படுத்தி, தீர்வினைக் கண்டறிந்து, விவாதித்து, குழுவில் உள்ள யாரேனும் ஒருவர் பதில் கூறலாம்.

### 8.2.6 கணித ஆய்வகம்

கணித ஆய்வகத்தின் பொறுப்பு ஆசிரியர் கணிதப்பாட ஆசிரியர் ஆவார். ஆய்வகத்தில் உள்ள கருவிகளுக்கு இருப்புப்பதிவேடு ஒன்று பராமரிக்க வேண்டும். மாணவர்கள் பயன்படுத்தலுக்கு கருவியை கொடுக்கும்போது கருவி வழங்கல் பதிவேட்டில் பதிவு செய்தபின்தான் கொடுக்க வேண்டும். அக்கருவிகளை பயன்படுத்தும் விதம், எப்படி விவரங்களை சேகரிக்க வேண்டும் என்ற செய்திகளை மாணவர்களுக்கு சோதனைக்கு முன்னரே தெளிவுபடுத்த வேண்டும். மாணவர் பயன்படுத்தலுக்கான ஆயத்தப் பதிவுகளை தங்களது பதிவேட்டில் குறிக்க வேண்டும். சோதனை முடிந்தவுடன் ஆய்வக பொறுப்பாளரிடம் கையொப்பம் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும். அறிவியல் சோதனைச் சாலையில் கடைப்பிடிக்கும் விதிமுறைகளை இங்கேயும் கடைபிடிக்க வேண்டும்.

### கணித ஆய்வகத்தின் முக்கிய நோக்கங்கள்

- ★ கணிதக் கருத்துகளைத் தெளிவாக புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.
- ★ ஆசிரியர் ஒரு நீண்ட விளக்கத்தைத் தருவதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரத்தைக் குறைக்க உதவுகிறது.
- ★ சரிபார்க்கும் திறனை வளர்க்க உதவுகிறது. கணித உண்மைகளின் செயல்முறை ஏற்படைமையை சரிபார்த்தபின் உறுதிப்படுத்த உதவுகிறது.
- ★ கணித உண்மைகளையும் கொள்கைகளையும் அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்த உதவுகிறது.
- ★ கணிதப்பாடத்தின்பால் மாணவர்களுக்கு ஆர்வத்தை உருவாக்கிட உதவுகிறது.
- ★ 'செய்து கற்றல்' மூலம் கற்க உதவுகிறது.
- ★ மனவளர்ச்சி குன்றிய குழந்தைகள் கூட செயல்முறையினால் ஆதாயம் பெறுகின்றனர்.

## கணித ஆய்வகத்தில் இருக்க வேண்டிய கருவிகள்

- ★ எண் கணக்கில் உள்ள தலைப்புகளுக்குத் தேவைப்படும் பொருள்கள் மணிகள், குச்சிகள், கோலிகள், ஆணிமணிச் சட்டம், எண் அட்டைகள், விதைகள், தராசுகள், நாணயங்கள், எடை கற்கள், அளவு நாடா, கத்திரிக்கோல், குண்டுசிகள், அட்டைகள், Chart Papers, வரைபடத்தாள்கள், ஆணிகள், சுத்தியல், கயிறு போன்றவைகள் எண் கட்டைகள் அடங்கிய பெட்டி, இடமதிப்பு பெட்டி, பின்ன வட்டுகள் போன்றன.
- ★ Pictures & Photographs – கணித மேதைகளின் படங்கள், அவர்கள் கணிதத்திற்கு ஆற்றிய தொண்டுகள் பற்றி எழுதப்பட்ட அட்டைகள்.
- ★ கணித மாதிரிகள் (Models) , முக்கோணங்கள், சதுரங்கள், உருளை, கூம்பு, கோளங்கள் போன்றவை.
- ★ கரும்பலகை – கணித வரைபடக் கருவிகள், வண்ண சுண்ணக்கட்டிகள், கணித வரைபடக் கருவிகள்.Stencils for drawing figures
- ★ செய்திப் பலகை – Bulletin Board
- ★ கணிதக் கருத்துக்களை மற்ற படங்களுடன் தொடர்புபடுத்தும் கருவிகள், அழுத்தமானி, Hydrometer, ஊசல் போன்றன.
- ★ Proportioned dividers, slide rules, calculating machines
- ★ அளத்தல் கருவிகள், Surveying instruments, clinometer, ரசமட்டமானி.
- ★ படவீழ்த்திக்கருவிகள் (Projection aids), கணினி (Computer), film strip projector, epidiascope போன்றன.
- ★ கணித விவரங்களின் தொகுப்பு,
- ★ செயல் அடிப்படையிலான கற்றலுக்கான அட்டைகள்.(ABL Cards)

### 8.2.7 கணித நூலகங்கள்

கணிதம் அதிக அளவில் பயன்பாடுள்ள பாடம். ஆசிரியர் ஒரு குறிப்பிட்ட பாடநூலை மட்டுமே பயன்படுத்துதல் கூடாது. எனவே ஆசிரியர் நூலகத்தில் உள்ள புத்தகங்களை படிக்க வேண்டும். கணித நூலகம் மாணவர்களுக்கு மிகவும் பயனுள்ள ஒன்று. மாணவர்கள், தங்களின் சந்தேகங்களை தீர்த்துக்கொள்ள பயன்படுகிறது. ஒரு நல்ல நூலகம், மாணவர்களின் மனநிலை, ஆர்வம், பாராட்டுதல் போன்ற நல்ல பண்புகளை மறைமுகமாக வளர்க்க உதவுகிறது. பள்ளிகளில் இருவகை நூலகங்கள் இருத்தல் வேண்டும்.

1. பொது நூலகம்.

2. துறை நூலகம்.

1. பொது நூலகத்தில் எல்லாப் பாடத்திற்கும் தேவையான புத்தகங்கள் இருக்க வேண்டும். ஆசிரியர்களுக்கும், மாணவர்களுக்கும் தேவையான புத்தகங்கள் இடம் பெற வேண்டும். கணிதம் கற்பித்தல் முறைகள் பற்றிய நூல்கள், கணித மேதைகள் வரலாறு, கணித

இதழ்கள் போன்ற தலைப்பில் உள்ள புத்தகங்களும் இருக்க வேண்டும். மகிழ்வூட்டும் கணித நூல்கள், பாட நூல்கள், மேற்கோள் நூல்கள், கணித மேதைகளின் கண்டுபிடிப்புகள் பற்றிய நூல்கள் இருக்க வேண்டும்.

2. கணிதத்துறையில் உள்ள நூலகம் கணித ஆய்வகத்தில் கூட செயல்படலாம். பொது நூலகத்தின் நூலகரே பொறுப்பாளராக இருப்பார். கணித ஆசிரியர் இந்த நூலகத்துடன் தொடர்பு கொண்டவராக இருக்க வேண்டும். புதிய படைப்புகள், கணித இதழ்கள், பாடநூல்கள் இடம்பெற வேண்டும்.

### கணித நூலகத்தின் முக்கியத்துவம்

- ★ பல்வேறு வகையான கணிதப்புத்தகங்கள், கணிதச் சிக்கலுக்குத் தீர்வு காண உதவுகின்றன.
- ★ வகுப்பறைச் செயல்பாடுகள் சில நேரங்களில் கணிதம் கற்றலில் சிறு இடைவெளியை ஏற்படுத்திவிட வாய்ப்புள்ளது. சந்தேகங்கள் எழவும் வாய்ப்புள்ளது. அச்சமயங்களில் நூலகம் மிகவும் பயன்படுகிறது.
- ★ காலத்திற்கேற்ற புதிய பயிற்சிமுறைகளை கற்றுக் கொள்ள உதவுகிறது.

### 8.2.8 களப்பயணம்

களப்பயணம் கணிதம் கற்றலுக்கும் உதவும். நேரடியான அனுபவங்களைப் பெறவும், முதல்தர செய்திகளைப் பெறவும் உதவுகிறது. மகிழ்ச்சி, ஆர்வம், மனப்பாங்கு, தொண்டு செய்யும் மனப்பான்மை இவை அனைத்தும் தூண்டப்படுகின்றன.

அதிகம் படிப்பதும், பயணம் செய்வதும், அகன்ற அறிவு, அனுபவம் பெறுவதற்கான வழிகள் என்பார். கற்ற அறிவினை களப்பயணம் நிறைவு செய்யும்.

அறிவியல், தொழில்நுட்பம், தொழிற்சாலைகள் ஆகியவற்றுடன் கணிதம் பிணைந்துள்ளது. அணைக்கட்டு, கட்டிடம், வங்கிகள் போன்ற நிறுவனம், இவைகளிலும் கணித செயல்பாடு பின்னிப் பிணைந்துள்ளது. இது போன்ற இடங்களை நேரில் காணும்போது, நேரடி அனுபவம் கிடைக்கிறது. எல்லா பாட அறிவுகளின் கற்கும் திறன் தனித்தனியாக இருந்தாலும் வாழ்க்கையில் இணைந்தே செயல்படும்.

இவையன்றி களப்பயணத்தில், தலைமைப் பண்பு, கூட்டுறவு மனப்பான்மை, வாழ்க்கை சிக்கல்களை எதிர்கொள்ளும் பண்பு, பொறுமை, பயண வேகம், தூரம் போன்ற பண்புகளும் அனுபவமும் கிடைக்கின்றன. களப்பயணம் 3 – 6 நாட்களுக்குள் இருப்பது நலம்.

### திட்டமிடுதல்

களப்பயணத்திற்கு திட்டமிடல் மிகமிக இன்றியமையாத ஒன்று. சில இடங்களுக்குச் செல்ல முன் அனுமதி பெற வேண்டும். அங்கு நிறுவனம் செயல்படும் நேரம், தேவையான பணம் இவைகளுக்கு ஒரு திட்டம் இருக்க வேண்டும்.

செல்லும் இடங்கள் பற்றிய குறிப்புகள் முன்பே தெரிந்திருந்தால் களப்பயணம் இனிதாக அமையும்.

## களப்பயணத்திற்குத் திட்டமிடும் போது கவனிக்க வேண்டியவை

தங்குவதற்கு திட்டமிட வேண்டும்.

உணவு, காலம், பங்கேற்பாளர் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப திட்டமிடல் வேண்டும்.

- ★ மாணவர்களுக்கு தேவையான உடை, பணம் (குளிர் பிரதேசம் எனில் அதற்கு தகுந்த உடை)
- ★ மருத்துவ முதல் உதவிப் பெட்டி
- ★ மாணவர்களுக்குக் குறிப்பேடு
- ★ விவாதித்தலுக்கான வசதி, திட்டம்.

### 8.2.9 பணி அனுபவம்

கணிதக் கருத்துக்களை கருத்துக்களாகவே கற்பதோடு மட்டுமில்லாமல் வாழ்க்கையில் அதன் பயன்பாட்டையும் புரிந்து கொள்ள வேண்டும். வாழ்க்கை அனுபவங்களையும், சூழ்நிலைகளையும் இயல்பாகவே மாணவர்களுக்கு ஏற்படுத்திக் கொடுக்க வேண்டும். இந்த அனுபவங்களையும், சூழ்நிலைகளையும் தொகுத்து வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். தேவைப்படும்போது மாணவர்களை நேரடி அனுபவத்தை பெற சூழ்நிலைகளை உருவாக்கித்தர வேண்டும்.

### 8.3 உள்ளூர் தேவைக்கேற்ற பாடப்பொருள் / கூடுதல் பாடப்பொருள்

கணிதப் பாடப் புத்தகம் கருத்துக்களை பொதுவான சூழ்நிலைக்கேற்ப அமைக்கப்பட்டிருக்கும். இவைகளை மட்டும் கற்பிப்பதன்மூலம் கற்றல் முழு அடைவு பெறும் என்று சொல்ல இயலாது. எனவே பாடப் பொருள்களை சூழ்நிலைக்கேற்ப மாற்றி அமைத்துக் கொள்வது ஆசிரியரின் கடமையாகும். எடுத்துக்காட்டாக, நமது பகுதியில் கிடைக்கும் கற்றல் கற்பித்தல் பொருள்கள் கடலோரப் பகுதியில் கிடைக்க வாய்ப்பில்லை. அச்சூழ்நிலையில் அங்கு கிடைக்கும் பொருள்களைக் கொண்டு கற்பித்தல் கற்றல் பொருள்களை உருவாக்கிக்கொள்ள வேண்டும். இவ்விதம் தொகுக்கப்பட்ட பாடப்பொருளை உள்ளூர் வளங்களுக்கேற்ப பொருள் என்பதாகும். இது போன்ற பாடப் பொருள்களின் தொகுப்பை கணித நூலகத்தில் அல்லது கணித மன்றத்தில் தொகுத்து வைக்கலாம்.

பாடநூலில் கொடுக்கப்பட்ட பாடப்பொருள், கருத்துகளை உள்வாங்கிக் கொள்ள போதுமான அளவு இல்லாமலும் இருக்கலாம். கையாளப்பட்ட முறைகள், பயிற்சிகள் போதுமானதாக இல்லாமல் இருக்கலாம். அதுபோன்ற சமயங்களில் ஆசிரியர் எப்பகுதியில் தொய்வு ஏற்பட்டுள்ளதோ அதனை ஈடுசெய்யும் வகையில் பாடப்பொருளை மாற்றியமைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

### 8.4 ஒப்பார் குழு அமைத்தல்

சில சமயங்களில் மாணவர்களுக்கு ஆசிரியர்களின் முறையான கற்பித்தல் வழியாக கற்கச் சிரமப்படுவார்கள். ஆயினும் இந்த மாணவர்களுக்கு உடன் பயிலும் நண்பர்கள் கற்பிக்கும்போது எளிமையாகப் புரிந்து கொள்வார்கள். கூச்சமின்றி தங்களுக்கு வேண்டிய

செய்திகளை விவாதிப்பார். இதுபோன்ற ஒப்பார் குழு கற்பித்தல் நிகழ்வில் கற்பிக்கும் மாணவர்கள் கூட கற்பித்த கருத்துக்களில் பாண்டித்துவம் பெறுவர். இது போன்ற கற்பித்தலையும் கற்றலையும் ஆசிரியர்களுக்காகிய நாம் ஊக்குவிக்க வேண்டும்.

## 8.5 ஊடு பணி (Internship)

### கற்றுக்கொள்வதற்கு கற்றுக்கொள்ளல் (learning to learn)

கற்பிக்கும்போது கற்போரின் மனநிலை என்ன? கற்றல் சூழ்நிலை ஏற்படையதாக உள்ளதா? கற்பிக்கும் துணைக்கருவிகள் போதுமானதா? மதிப்பீடு முறையாக செய்யப்படுகிறதா? என்பதையெல்லாம் கற்போராக இருந்து கணிக்க வேண்டும். ஒரு செயல் நிகழ்கின்றபோது 'இடைநிகழ்வு காரணங்கள்' தெரியாமலேயே இருக்கும். இவைகளை களத்திலிருந்துதான் கற்றுக்கொள்ள முடியும். கற்ற கருத்துகள், தாள் கொள்கையாக (Paper concept) இருக்கும். பணிக்களத்தில்தான் கற்றல் முழுமையாகும். எனவே பணி அனுபவம் என்பது இன்றியாமையாத ஒன்றாகிறது. கற்றுக்கொண்ட செயல்களை, கற்றுக்கொள்ளும் காலத்திலேயே பயிற்சி பெறுவது, ஊடுபணி (Internship training) எனப்படும். இதுபோன்ற ஊடுபணி, தொழிற்கல்வியல் (Professional Course) மட்டும் தற்போது உள்ளது. இதனை பள்ளிக்கல்வியிலும் இணைக்கலாம், என்றாலும், பள்ளியில் கற்கும் கணித கருத்துக்களை அன்றாட வாழ்க்கையில் உடனுக்குடன் பயன்படுத்தப்படுவதால் தேவையில்லாமல் இருக்கிறது.

பள்ளியில் கணித ஆசிரியர்கள் கணிதக் கருத்துக்களை எப்படியெல்லாம் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதை இணைத்து கற்பிக்க வேண்டும். கற்றவைகளை சரியாக பயன்படுத்தியுள்ளாரா என்பதை 'செயல் திட்டம்' (project) கொடுத்து மதிப்பீடு செய்யலாம்.

ஆசிரியர் பயிற்சியில் 'ஊடுபணி' கலைத்திட்டத்திலேயே இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இதனை இரண்டு பகுதிகளாக பிரிக்கலாம். 1. உற்றோக்குதல் பகுதி 2. கற்பித்தலில் ஈடுபடுதல்.

### உற்று நோக்குதல்

இதனுடைய நோக்கங்கள் இரண்டு ஆகும். முறையான பள்ளி ஆசிரியர் கற்பிக்கும்போது உற்றுநோக்குதல். எப்படி ஆசிரியர் செயல்பாடு இருந்தால் மாணவர்கள் கற்றுக்கொள்கிறார்கள் என்பதைக் கண்டறிந்து கற்றுக்கொள்வது ஆசிரியர் செயல்பாடு எப்படி இருந்ததால் மாணவர்கள் கற்றலில் பின்னடைவு இருந்தது என்பதை கண்டறிந்து அதனை நீக்கக் கற்றுக்கொள்வது. ஆசிரியர் செயல்பாடுகள் என்பது கற்பித்த யுக்தி, ஆயத்தப்படுத்திய முறை பயன்படுத்திய கருவிகள் பயிற்சி யுக்திகள் மதிப்பிடுதல், தொடர்பணி போன்றவைகள் ஆகும்.

மேலும் வகுப்பறையில் ஆசிரியர்களின் நடத்தை, மொழித்திறன், பாரபட்சமின்மை இவைகளும் உற்றுநோக்கப்பட வேண்டும். உற்று நோக்கல் பகுதி முடிந்தபின், கற்பித்தல் பயிற்சியில் ஈடுபடலாம். பயிற்சியின் போது கற்றுக்கொண்ட கருத்துக்களும், ஊடுபணியின் போது கற்றுக்கொண்ட கருத்துக்களும், மேலும் அனுபவமும் நல்ல தொழில் திறமையுள்ள முழுமையான ஆசிரியரை உருவாக்கும் என்பதில் ஐயம்மில்லை.



## கற்றவை

### கணித மன்றம்

நோக்கங்கள் – செயல்பாடுகள்  
கணித விளையாட்டுகள்  
உருவாக்குதல் – படிநிலைகள்  
எண் விளையாட்டு – பெருக்கல் விளையாட்டு  
இயற்கணிதத்தில் கணித விளையாட்டு  
புதிர் / சிந்தனைக் கணக்குகள் – சில எடுத்துக்காட்டுகள்  
பயன்கள் – படிநிலைகள்  
கணக்கு புதிராக மாறக் காரணங்கள்  
கையாளும் போது கவனிக்க வேண்டியவைகள்

### விளையாட்டுக் கணிதம்

எண் விளையாட்டுகள்  
வர்க்கங்களைக் காணுதல்  
மாயச் சதுரங்கள்  
வடிவியல் வரைகள் தைத்தல்  
இயற்பியல் விளையாட்டுக் கணக்கு

### வினாடி வினா

வடிவமைப்பு – பயன்கள்

### கணிதச் சோதனை சாலை

நோக்கங்கள் – கருவிகள் – பயன்கள்

### கணித நூலகம்

முக்கியத்துவம் – பயன்கள்

### களப்பயணம்

திட்டமிடுதல் – பயன்கள்

### கூடுதல் பாடப்பொருள்கள்

உருவாக்குதல்

### ஒப்பார் குழு கற்பித்தல்

### ஊடுபணி (Internship)

## கற்றலில் இடர்ப்பாடுகளும் கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றமும்

(Identification of common mistakes and communication in Mathematics)

### 9.1 அறிமுகம்

கற்றல் வீச்சு (Span of Learning ) தனிமனித வேறுபாட்டிற்கு (Individual Difference) உட்பட்டது. எனவே மாணவர்களின் அடைவுத்திறன்களும் மாறுபடுகிறது. அதாவது சில சமயங்களில் கணிதத்தில் தீர்வு காணும்போது பிழைகள் ஏற்படுகின்றன. இப்பிழைகளை குறையறி சோதனைகள் மூலம் கண்டறிந்து குறை நீக்கு போதனைகளை மேற்கொண்டு கற்றலில் குறைபாடுகளைக் களையலாம்.

கற்றலில் இடர்ப்பாடுகளுக்கு பொருத்தமான தீர்வுகளை பொதுப்படையாக்க கொடுத்தால் சில சமயங்களில் சரியாக அமைவதில்லை. இவ்விதமான பிரச்சனைகளுக்கு கருத்துப் பரிமாற்றம் மூலம் உகந்த தீர்வுகளைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்கட்டு 62

$$\begin{array}{r} -13 \\ \hline \end{array}$$

இதன் தீர்வை எழுதும் போது பத்தாம் இடத்தில் 7 என எழுதி பின்பு ஒன்றாம் இடத்தில் 5 என எழுதி 75 என விடையை மட்டும் சரியாக குறிப்பிடும் மாணவனின் இடர்ப்பாடு என்ன என்பது தெரிவதற்கு வாய்ப்பில்லை. ஆனால் அதே மாணவன்

$$\begin{array}{r} 53 \\ +28 \\ \hline \end{array}$$

என்பதன் விடையை 711 என எழுதும்போதுதான் அவன் செய்த பிழை முதல் கணக்கிலிருந்தே ஆரம்பித்திருக்கிறது என்பது புரிகிறது. இத்தவற்றினை மாணவனே தன் கருத்துகளைக் கூறும் போதுதான் தீர்வுகளைப் பொருத்தமாகக் கொடுக்க முடியும். இவ்வாறு கருத்துப் பரிமாற்றம் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது என அறியலாம்.

இந்த அலகில் பொதுவாக நான்கு மற்றும் ஐந்தாம் வகுப்பு மாணவர்கள் செய்யும் பிழைகளும் அவற்றிற்கான தீர்வுகளும் இடம் பெற்றுள்ளன. தீர்வு காணும்போது ஏற்பட்டிருக்கும் பிழைகளை பட்டியலிட்டு வகுப்பறையில் விவாதிக்கும் போது அவற்றிற்கான காரணங்களை அறிந்து கொள்ள முடிகிறது. அறிதல், புரிதல், ஆளல் மற்றும் ஆற்றல் ஆகியவற்றில் எந்நிலையில் பிழைகள் ஏற்படுகின்றன என்பதை இனங்கண்டு கொண்டால் பொருத்தமான தீர்வுகளை வழங்குவது எளிமையாகிவிடுமல்லவா !

## 9.2 நான்காம் வகுப்பு மாணவர்கள் தீர்வு காணும்போது செய்யும் பிழைகளும் அவற்றிற்கான தீர்வுகளும்.

பிழைகள்

1. கழித்தல்

6000

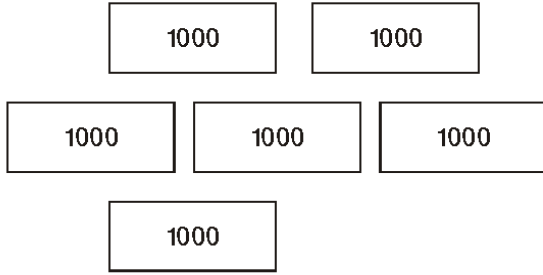
-5867

1867

என எழுதுதல். ஒவ்வொரு படியிலும் பெரிய இலக்கத்தில் இருந்து சிறிய இலக்கத்தைக் கழித்தல்.

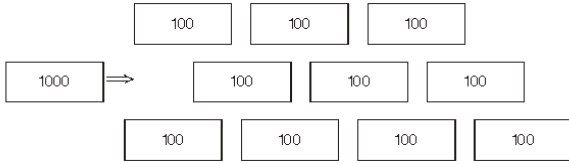
தீர்வுகள்

படி : 1



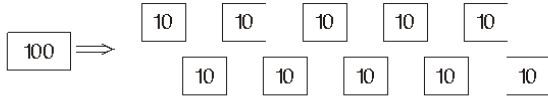
படி:1 முதலில் 1000 என எழுதிய 6 சீட்டுக்களை எடுத்துக் கொள்க.

படி 2



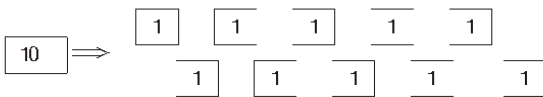
படி:2 இதில் இருந்து 1 7 சீட்டுக்களை எடுக்க முடியாது. இப்போது ஒரு 1000 சீட்டை எடுத்து விட்டு அதற்கு பதிலாக பத்து 100 சீட்டை எடுத்துக் கொள்க.

படி 3



படி:3 ஒரு 100 சீட்டிற்கு பதிலாக பத்து 10 சீட்டுகளை எடுத்துக் கொள்க.

படி 4



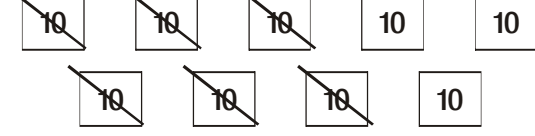
படி:4 ஒரு 10 சீட்டை பத்து 1 சீட்டுக்களாக மாற்றிக் கொள்க.

படி 5

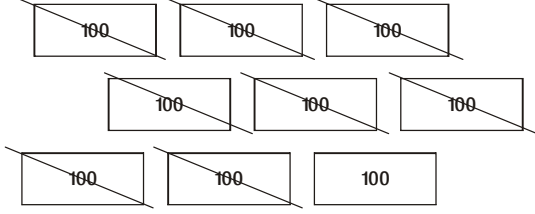


படி:5 படி 4-ல் உள்ள 10 ஒன்றுகளிலிருந்து 7 ஒன்றுகளை நீக்கினால் மீதி 3 ஒன்றுகள்.

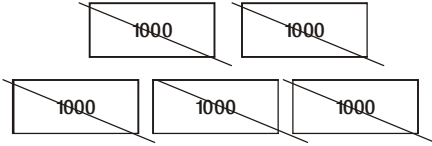
படி : 6



படி : 7



படி : 8



$$\begin{array}{r} 2. \quad 6832 \\ -4267 \\ \hline 2635 \end{array}$$

என பெரிய இலக்கத்தில் இருந்து சிறிய இலக்கத்தை கழித்து தவறு செய்கின்றனர்.

3. பெருக்கல்

$$\begin{array}{r} 678 \times 12 \\ \hline 356 \\ 679 \\ \hline 7146 \end{array}$$

படி: 6 படி 3ல் உள்ள ஒன்பது பத்துகளிருந்து 6 பத்துக்களை நீக்கினால் மீதி 3 பத்துக்கள் கிடைக்கும்

படி: 7 படி 2-ல் உள்ள 9 நூறுகளிலிருந்து 8 நூறுகளை நீக்கினால் மீதி 1 நூறு கிடைக்கும்.

படி: 8 படி 1ல் உள்ள 5 ஆயிரங்களிலிருந்து 5 ஆயிரங்களை நீக்கினால் மீதி 0 எனவே, 6000

$$\begin{array}{r} -5867 \\ \hline 0133 \end{array}$$

என கற்பிக்க வேண்டும்.

**தீர்வு** மேற்கூறிய கற்பித்தல் முறையைக் கையாண்டால்

$$\begin{array}{r} 6832 \\ -4267 \\ \hline 2565 \end{array}$$

என விளக்கலாம்.

விடையைச் சரிபார்க்கச் சொல்லலாம்.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ 2565 \\ + 4267 \\ \hline 6832 \end{array}$$

தீர்வு

$$\begin{array}{r} 678 \times 12 \\ \hline \textcircled{1} \textcircled{1} \\ 1356 \\ 6780 \\ \hline 8136 \end{array} \quad \begin{array}{r} 678 \times 2 \\ \hline 1356 \end{array} \quad \begin{array}{r} 678 \times 10 \\ \hline 6780 \end{array}$$

678 ஐ 2 ஆல் பெருக்கும்போது 13 என்ற எண்ணில் 3 ஐ எழுதிவிட்டு 1 ஐ அடுத்த இலக்க பெருக்கலுடன் கூட்டி எழுதுதல்.

4. வகுத்தல்

$$\text{ஈவு} = 5 \quad \text{மீதி} = 0$$

என எழுதுகின்றனர்.  $0 \div 3 = 0$  என எழுதுவதில்லை. எனவே ஈவு 50க்கு பதில் 5 என எழுதுகின்றனர்.

5. பின்னம்

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} \quad \text{என எழுதுதல்.}$$

6. சமான பின்னம்

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \quad \text{என எழுதாமல்} \quad \frac{4}{3} \quad \text{என்றோ}$$

அல்லது  $\frac{1}{12}$  என்றோ எழுதுகின்றனர்.

மேற்கூறிய முறையில் பெருக்கல் செயலைச் செய்யும் போது பிழையைத் தவிர்க்கலாம்.

தீர்வு

$$\begin{array}{r} 50 \\ 3 \overline{)150} \\ \underline{15} \phantom{0} \\ 00 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

என ஆரம்ப நிலையில் பயிற்சி கொடுத்தால் பூஜ்ஜியத்தை வகுத்து '0' என எழுத வைத்து பிழையை சரி செய்யலாம்.

விடையை சரிபார்க்கச் சொல்லலாம்

தீர்வு

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}5 + 1 + \frac{1}{2} \\ 3 \overline{)150} \\ \underline{150} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{●} \\ \text{●} \\ \text{●} \end{array} + \begin{array}{c} \text{●} \\ \text{●} \\ \text{●} \end{array} + \begin{array}{c} \text{●} \\ \text{●} \\ \text{●} \end{array} = 2$$

என பட விளக்கம் அளிக்கலாம்.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$$

இது போன்ற ஒரு பின்னத்தை ஒரே எண்ணால் தொகுதி பகுதியை பெருக்கினால் பின்ன மதிப்பு மாறுவதில்லை என விளக்குதல்.

9.3 ஐந்தாம் வகுப்பு மாணவர்கள் தீர்வு காணும் போது செய்யும் பிழைகளும், அவற்றிற்கான தீர்வுகளும்

பிழைகள்

$$\begin{array}{r} 1) \quad 6231 \times 24 \\ \quad 24924 \\ \quad 12462 \\ \hline \hline \end{array}$$

என பத்தாம் இடத்தில் உள்ள எண்ணால் பெருக்கி எழுதும்போது ஒன்றாம் இடத்தில் பூஜ்ஜியம் வரும் என புரிந்து கொள்ளாமல் பிழை செய்தல்.

$$\begin{array}{r} 2) \quad 135 \times 300 \\ \quad 000 \\ \quad 000 \\ \quad 405 \\ \hline \hline \end{array}$$

என தவறு செய்கின்றனர்.

$$\begin{array}{r} 135 \times 300 \\ \quad 405 \\ \hline \hline \end{array}$$

என பூஜ்ஜியத்தை பெருக்காமலே விடை எழுதுகின்றனர்.

3) வகுத்தல்

$$\begin{array}{r} 31 \\ 30 \overline{) 9450} \\ \underline{90} \phantom{0} \\ 45 \phantom{0} \\ \underline{30} \phantom{0} \\ 15 \phantom{0} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

ஈவு 31 மீதி 15

என எழுதுகின்றனர். கடைசியில் உள்ள பூஜ்ஜியத்தை சேர்த்து வகுத்தல் செயலை செய்வதில்லை.

தீர்வுகள்

இப்பிழையைக் களைய பெருக்கல் கட்டத்துணியை பயன்படுத்தலாம்.

$$\begin{array}{r} 6231 \times 4 \\ \hline \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 6231 \times 20 \\ \hline \hline \end{array}$$

என பெருக்கி விடைஎழுதி கூட்டச் செய்யலாம்.

$$\begin{array}{r} 135 \times 0 \\ \hline 000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \times 0 \\ \hline 000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \times 3 \\ \hline 405 \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \times 300 \\ \hline 000 \\ 000 \\ 405 \\ \hline 40500 \end{array}$$

என விளக்குதல், இதை எளிமையாக்க

$$\begin{array}{r} 135 \times 3 \\ \hline 405 \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \times 300 \\ \hline 40500 \end{array}$$

என விளக்கமளிக்கலாம்.

எந்த எண்ணையும் பூச்சியத்தால் பெருக்கினால் பூச்சியம் தான் கிடைக்கும் என விளக்குதல்.

$$\begin{array}{r} 315 \\ 30 \overline{) 9450} \\ \underline{90} \phantom{0} \\ 45 \phantom{0} \\ \underline{30} \phantom{0} \\ 15 \phantom{0} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ -9 \\ \hline 0 \end{array}$$

இலக்கங்களை சரியாக எழுத வைத்தும் அம்புக்குறியிட்டு ஒவ்வொரு இலக்கமாக கீழே எடுத்து வருவதன் மூலமும் 0 என்பதை சேர்த்து எழுதுவதன் மூலமும் 0 இப்பிழைகளைக் களையலாம்.

4. பின்னங்களைப் பெருக்கும் போது நமக்குக் கிடைக்கும் விடை குறைவாகவும் வகுக்கும் போது அதிகமாகவும் வருவதால் மாணவர்கள் குழப்பமடைகின்றனர்.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

5. 7ன் தலைகீழ்  $\frac{1}{7}$  என்பதை புரிந்து கொள்ள மாணவர்கள் சிரமப்படுகிறார்கள்.

6. சமமான பின்னத்தை புரிந்து கொள்வதில் சிரமப்படுகின்றனர்.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

7. தசமபின்னத்தில் 0.05 பெரியதா. 0.005 பெரியதா என கண்டுபிடிப்பதில் தவறு செய்கின்றனர்.

$\frac{1}{2}$  ல்  $\frac{1}{4}$  என்பது அரையில் கால்பகுதி ஆகும்.

அதாவது இரண்டில் ஒன்றில், நான்கில் ஒரு பகுதியாகும்

$\frac{1}{2} \times 4$  என்பது அரைப்பகுதியை நான்கு முறை

கூட்டுவது ஆகும். அதாவது

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ ஆகும்.}$$

இதனையே சுருங்கிய வடிவில்  $\frac{1}{2} \times 4 = 2$  என எழுதலாம்.

7-ஐ எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் 1 கிடைக்கும் என சிந்திக்க வைத்து  $7 \times \frac{1}{7} = 1$  என விளக்கலாம்.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$  என பின்னத்தாள் கொண்டு விளக்குதல்.

தீர்வு

$$0.05 = \frac{5}{100}$$

$$0.005 = \frac{5}{1000}$$

$$0.05 = \frac{5}{100} = \frac{50}{1000} \text{ (ஒரே பகுதியாக மாற்றல்)}$$

$$\frac{50}{1000} > \frac{5}{1000} \text{ எனவே } 0.5 > .005$$

0.5 > .005 என வரைபடத்தாள் மூலமும் விளக்கலாம்.

$$\begin{array}{r} 8. \textcircled{3} \textcircled{1} \\ 3.62 \times 5 \\ \hline 1810 \end{array}$$

விடையை தசம எண்ணாக எழுதுவதில் தவறு ஏற்படுகிறது.

9. மெட்ரிக் அளவைகளில் மேலினமாக்கல், கீழினமாக்கல் கடினமாக உள்ளதாக மாணவர்கள் கூறுகின்றனர்.

10. 10க்கு மிகாத இரண்டு (அ) மூன்று எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம. காணுதல்.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2, 3, 8} \\ 2 \overline{) 1, 1, 4} \\ \hline 1, 1, 2 \end{array}$$

என எழுதுகின்றனர்.

11. 100க்குள் உள்ள இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ காணுதல்.

$$\begin{array}{r} 24, 36 \text{ன் மீப்பெரு பொ.வ} \\ 2 \overline{) 24, 36} \\ 2 \overline{) 12, 28} \\ 3 \overline{) 6, 9} \\ \hline 2, 3 \end{array}$$

மீப்பெரு பொ.வ காண

$$2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$$

என எழுதுகின்றனர்.

12. நான்கு அடிப்படை செயல்களில் எளிய வாழ்க்கைக் கணக்குகளைத் தீர்த்தல்.

லி	மி.லி
25	750
5	90
<hr/>	<hr/>
75	1650

என எழுதுகின்றனர்.

**கற்றல் செயல்**

கற்பித்தல் பயிற்சியின் போது மாணவர்கள் செய்யும் பிழைகளைக் கண்டறிந்து குறை நீக்கு போதனை நடத்தி எழுதுக. ]

தசம எண்ணில் வலமிருந்து இடமாக இலக்கங்களை எண்ணி புள்ளி வைக்க வேண்டும்.

தீர்வு

$$\begin{array}{r} 3.62 \times 5 \\ \hline 18.10 \end{array}$$

மெட்ரிக் அலகு வரிசையாக தெரிந்து கொள்வது மிகவும் அவசியம். அலகு அட்டவணையை பயன்படுத்தி பயிற்சி அளிக்கலாம்.

2 -ன் மடங்குகள் 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,...

3 -ன் மடங்குகள் 3,6,9,12,15,18,21,24,...

8 -ன் மடங்குகள் 8,16,24,...

2, 3, 8 -ன் மீச்சிறு பொ.ம. = 24. என விளக்கிய பின் வகுத்தல் முறையை பின்பற்றலாம்.

வகுத்தல் முறை

$$2, 3, 8 \text{ ன் மீச்சிறு பொ.ம.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

மீ.சி.ம, மீ.பெ.வ. இரண்டையும் ஒரே எண்ணிற்கு கண்டுபிடித்து இரண்டிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டை விளக்குதல்.

1லி = 1000 மிலி என விளக்குதல். எண்களை எழுதும்போது இடமதிப்பு மாறாமல் எழுத பயிற்சி அளித்தல் (வலமிருந்து இடம்)

லி	மி.லி
25	750
5	090
<hr/>	<hr/>
30	840



## 9.4. கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம் (Communication in Mathematics)

### 9.4.1 அறிமுகம்

ஐயம்திரிபறக் கற்றலுக்கு கருத்துப் பரிமாற்றம் வகை செய்கிறது. அதாவது, கருத்துப் பரிமாற்றம் என்பது மாணவர்-ஆசிரியர் உறவுநிலையில் ஒரு நட்புணர்வை ஏற்படுத்தவல்லதாகும். இரு வழிக் கருத்துப்பரிமாற்ற (Two way communication) வகையைச் சார்ந்தது எனலாம். மேலும், இதன் மூலம் கற்றலில் ஏற்படும் பிழைகளை நிவர்த்தி செய்யலாம். அதாவது, பிழைகளுக்கான காரணத்தை பிழை செய்த மாணவனே கூறும்போது தீர்வு பொருத்தப்பாடு உடையதாக அமைகிறது. பிழைக்கான காரணம் தெரிந்து விட்டால் பிழைகள் மீண்டும் மீண்டும் ஏற்படாதவாறு தவிர்க்கப்படுவதுடன் தொடர்ந்து கற்றல் நடைபெறுவதற்கும் மாணவர்கள் மனரீதியாக ஊக்கமும் உற்சாகமும் பெறுவதற்கு வழிவகுக்கிறது.

கணிதம் கற்பிக்கும் ஆசிரியர் தன் மாணவர்கள் கணிதத்தில் முழுமையான தேர்ச்சி அடைய வேண்டும் என விரும்புவது இயற்கையே. மாணவர்களின் வகுப்பறைக் கற்றலை ஆதாரப்பூர்வமாக வெளிக்கொணர்வதில் கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. மேலும் கணிதத்தில் கருத்துப் பரிமாற்றம், மாணவனின் கற்றல் தேவைகளைப் புரிந்து கொள்ளவும், கற்றல் அடைவில் தரத்தை நிர்ணயிக்கவும் வழி வகுக்கிறது.

### 9.4.2 கணிதக் கருத்துப்பரிமாற்றம் –வரையறை

வகுப்பறை செயல்பாடுகளை கற்போரின் தேவைகளுக்கு ஏற்ப கற்பித்தல் செயலை மேற்கொள்ளவும், கற்றல் அடைவினை மதிப்பீடு செய்யவும் உதவுவது கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம் ஆகும்.

### 9.4.3 கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் அவசியம்

- மாணவர்களின் கற்றல் இடர்ப்பாடுகளை அல்லது பிழைகளை இனங்கண்டு கற்றல் செயல்பாடுகளை அமைத்தல்.
- கற்ற கருத்துகளை நினைவுகூர்ந்து பயன்படுத்த செயல்பாடுகளை அமைத்தல்
- குறைநீக்கும் நடவடிக்கைக்காக கற்றல் – கற்பித்தல் கருவிகளை தயாரித்து பயன்படுத்துதல்
- தொடர் மதிப்பீடு செய்வதற்கான செயல்பாடுகளைத் தயாரித்தல்.

#### 9.4.4 கணிதக் கருத்துப்பரிமாற்ற முறையை பயன்படுத்தும் விதம்

வகுப்பறைச் செயல்பாட்டின் இணைச்செயல்பாடாக கணிதக் கருத்து பரிமாற்ற முறை விளங்குகிறது. இதனை தனிநபர் செயல்களாகவும், குழுச் செயல்களாகவும் மேற்கொள்ளும்போது கருத்துப்பரிமாற்றம் கற்றலில் இனிமையை ஏற்படுத்தும். இவ்வகையான கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் மூலம் மாணவர்களின் முழு ஆளுமைத் திறனை மதிப்பீடு செய்ய இயலுகிறது.

கருத்துப் பரிமாற்றத்தை கல்வியின் இணைச் செயல்பாடாக மேற்கொள்வதற்கு பின்வரும் படிநிலைகள் உதவுகின்றன.

- i) தகவல்/ கருத்துகளை சேகரித்தல் (Gathering)
- ii) ஒருங்கமைத்தல் (Organizing)
- iii) கருத்துப் பகிர்வு (Sharing)

#### படி : 1 கருத்துகளை சேகரித்தல் (Gathering)

- கருத்து சேகரிக்க மேற்கொள்ள வேண்டிய செயல்களைத் தீர்மானித்தல்
- கருத்து சேகரிக்கத் திட்டமிடல்
- படித்தல், உற்றுநோக்கல் மற்றும் கவனித்தல் திறன்களைப் பயன்படுத்தி கணிதக் கருத்துகளை படம், வரைபடம், மாதிரிகள், சொல்லாடல், குறியீடுகள் மூலம் வெளிக்கொணர்தல்.
- பொருத்தமான மற்றும் எளிதில் பயன்படுத்தக்கூடிய தொழில் நுட்பத்தைத் தெரிவு செய்தல்.



#### படி 2 : ஒருங்கிணைத்தல் (Organizing)



சேகரித்த கணிதக் கருத்து சார்ந்த விவரங்களை சீரமைக்கவும், மொழியாக்கம் செய்யவும், கலந்தாலோசித்த பின் கருத்துத் தொகுப்பினை உருவாக்குதல் என்பதே இங்கு ஒருங்கிணைத்தலை குறிக்கிறது. இவ்வாறு செய்யும் பொழுது மாணவர்கள் தாமாகவே குழுக்களில் ஈடுபடுகின்றனர். தங்கள் ஐயப்பாடுகளையும் கருத்துகளையும் வெளிப்படுத்துவதற்கு நல்ல வாய்ப்புகளை மாணவர்கள் பெறுகின்றனர்.

### படி 3 : கருத்துப்பகிர்வு (Sharing)

சேகரித்த கருத்துகளை தொகுத்தபின் கணித மொழி மூலமாக தங்கள் கருத்துகளை தெரிவித்துக் கொள்வதற்கு இந்நிலை வாய்ப்பளிக்கிறது. இவ்வாறு தங்கள் கருத்துகளை திறம்பட தெரிவிப்பதால் கணிதச் சிந்தனை தூண்டப்படுகிறது



#### 9.4.5 கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் வெளிப்பாடு

கருத்துப் பரிமாற்றம் கணிதக் கருத்தினை வரையறை செய்யும் திறனை வளர்க்கிறது. வரையறை செய்து விட்டால் தீர்வு காண்பது எளிமையாகிவிடும் அல்லவா ! இவ்வாறான மனப்பயிற்சி பெறும் போது பின்வரும் செயல்பாடுகளை தாமாகவே பின்பற்றும் பழக்கம் மாணவர்களிடையே ஏற்படுகிறது.

கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம் நடைபெறுவதால் மாணவர்களின் உள்வாங்கும் திறன் அதிகரிப்பதோடு தேவைக்கேற்ப வெளிக்கொணர்ந்து பயன்படுத்தும் திறனும் வளர்கிறது. அதாவது இவ்வகையான நடத்தைக் கோலங்கள் 'அறிந்து கொள்ள அறிதல்' என்ற நிலையின் வெளிப்பாடு ஆகும். மாணவர்களே தங்கள் கணித அறிவைப் பயன்படுத்தி கருத்துப் பரிமாற்றம் போன்ற இணைச்செயல்களில் ஈடுபடுவதால் கணிதக் கருத்துகளை புரிந்து பயன்படுத்துதல், கணக்குகளுக்கு வரையறை உருவாக்குதல் மற்றும் தீர்வு காணல் போன்ற செயல்கள் திறன் வளர்த்தலை வளமைப்படுத்துகின்றன. அதாவது,

1. சூழலை ஆராய்தல்
2. கணக்குகளை வரையறுத்தல்
3. தீர்வு காணல்
4. கணிதக் கருத்துகளை ஒன்றோடொன்று தொடர்புபடுத்துதல்
5. கணிதக் கருத்துகளை பிற பாடக் கருத்துகளோடு தொடர்புபடுத்துதல்
6. கணிதக் கருத்துகளை வாழ்க்கைச் சூழலோடு தொடர்பு படுத்துதல்.

ஆகிய செயல்களை மாணவர்கள் தாமாகவே பின்பற்றும் மனப்பயிற்சியை உருவாக்கிறது.

#### 9.4.6 கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்ற மதிப்பீடு

கருத்துப்பரிமாற்றம் பற்றிய மதிப்பீடு பின்வரும் முறைகளில் நடைபெறுகிறது.

- i) ஆசிரியரால் மதிப்பீடு செய்தல்
- ii) சரிபார்ப்பு பட்டியல் மூலம் மதிப்பீடு செய்தல், iii) சுயமதிப்பீடு செய்தல்,

மதிப்பீடு சார்ந்த கணிதக் கருத்துகள் பற்றி மாணவர்கள் பேசுகின்றனர். அதாவது மதிப்பீட்டிற்கு உட்படுத்தப்படுகிறார்கள். கருத்துப் பரிமாற்றத்தில் மாணவர்களின் பங்கேற்பினையும், பங்களிப்பினையும் ஆசிரியர் மதிப்பீடு செய்து வழிகாட்டுதல் செய்வதால் மாணவர்கள் அடைவாக்கம் பெறுகின்றனர். எப்பொழுதும் ஆசிரியரே மதிப்பீடு செய்ய வேண்டுமென்பதில்லை. சில சமயங்களில் சரிபார்ப்பு பட்டியலை பயன்படுத்தியும் மதிப்பீடு செய்யலாம். அதற்கு வினாப் பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

**சரிபார்ப்பு பட்டியல் - கருத்துப் பரிமாற்றம்**

மாணவர் பெயர் செவ்வேல்	குழு விவாதம்						
	திட்டமிடல்	திரட்டுதல்	ஒருங்கிணைத்தல்	படங்கள் அட்டவணை மூலமாக செய்திகளை வெளிப்படுத்தல்	கணிதமொழி தகவல் பரிமாற்றம்	கருத்துத் தெளிவு	ஆக்கப்பூர்வ கருத்துகள்
எ-டு முக்கோணம் வரைதல்	அளவுகள், உதவிப்படம்	கருவிகள், ஏடுகள்	படம் வரைதல்	வரையறை எழுதுதல்	படிநிலைகளை விளக்குதல்	தெளிவுபடுத்துதல்	அடிப்பக்கம் வரைந்து மூன்றாவது புள்ளியை கண்டுபிடித்தல்  பயிற்சிக் கணக்குகளை செய்தல்

**9.4.7 கணிதக் கருத்து பரிமாற்றத்தை மேம்படுத்தும் உத்திகள்**

ஒரு கணித வகுப்பறையில் கற்றல் கற்பித்தல் நிகழ்வுகளோடு மாணவர்கள் தங்கள் எண்ணங்களையும், விளக்கங்களையும், சந்தேகங்களையும் நிவர்த்தி செய்து கொள்ளவும் கணிதக் கருத்து பரிமாற்றம் அவசியமான ஒன்றாகும். கணிதக் கருத்துகளை மாணவர்கள் ஒருவருக்கொருவர் பரிமாறிக்கொள்ளவும், தமக்கு கருத்து புரிந்துள்ளதா என்பதை தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதும் அவசியம். மாணவர்களின் சிந்தனைத் தூண்டலுக்கும், காரண காரியங்களை அறிந்து கொள்ளவும், அவை குறித்து வகுப்பில் விவாதிக்கவும் கருத்துப்பரிமாற்றம் அத்தியாவசியமானது.

வகுப்பறையில் ஆசிரியர் - மாணவர் உரையாடல் மற்றும் மாணவர் - மாணவர் உரையாடல் மாணவர்களின் அறிவை ஆழப்படுத்தும். கருத்தாழம் மாணவனின் கணித ஆர்வத்திற்கு வழிவகுக்கும். கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் போது சிந்தித்தல், பதில் குறிப்புத் தெரிவித்தல், விவாதித்தல், விளக்கமளித்தல், எழுதுதல், படித்தல், கவனித்தல், உற்று நோக்கல் மற்றும் கருத்தாய்வு ஆகியவை நிகழ்கின்றன.

மில்லர் (1991) என்பவரின் கூற்றுப்படி வகுப்பில் சந்தேகத்தை கேட்கத் தயங்கும் மாணவனுக்கு, அவனது சந்தேகத்தை எழுத்து மூலம் மாணவன் தெரிவிக்க

வாய்ப்பளித்தால் கருத்துப்பரிமாற்றம் முழுமையாக நடைபெறும் என அறியப்படுகிறது. கருத்துப் பரிமாற்றத்திற்கு மாணவனின் மொழி ஆற்றல் முக்கிய காரணியாக விளங்குகிறது.

கணிதக் கருத்துப்பரிமாற்றம் இன்றைய சூழலில் வகுப்பறையில் அவசியமான ஒன்று. இதனை உறுதிசெய்யும் பொருட்டு மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வின் முடிவுகள் பின்வருமாறு

- நோக்கம் மற்றும் பயன்களை பட்டியலிடுதல்
- தகுந்த பாடப்பொருளை இனம் காணுதல்
- மாணவர்களின் ஆர்வத்தை தூண்டுதல், கற்றல் கற்பித்தல் துணைக் கருவிகளை உருவாக்குதல்
- மாணவர் செயல்களை வரையறுத்தல்
- அறிந்து கொள்ள அறிதல் திறனை தூண்டுதல்
- நேர்மறை எண்ணங்களை வளர்த்தல்
- தகுந்த கற்றல் சூழலை உருவாக்குதல்.

#### 9.4.8 கணிதக்கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் வகைகள்

கணிதக்கருத்துப் பரிமாற்றம் வாய்வழி, எழுத்து வழி, சைகை வழி மற்றும் காட்சிபடுத்துதல் வழி என நான்கு வகைப்படும்.

#### வாய்வழி கருத்துப்பரிமாற்றம்

கதை கூறுதல், கேள்வி கேட்டல் மற்றும் பதிலளித்தல், கட்டமைப்புடன் கூடிய மற்றும் கட்டமைப்பற்ற நேர்க்காணல், குழுவிவாதம் மற்றும் ஒப்படைப்புகளை வாசித்தல் ஆகிய நிகழ்வுகளின் மூலம் வாய்வழி கருத்துப் பரிமாற்றம் நடைபெறும்.

#### எழுத்து வழி கருத்துப்பரிமாற்றம்

பயிற்சிக் கணக்குகள் செய்தல், வெட்டியொட்டற் புத்தகம் (Scrap Book) தயாரித்தல், ஒரு மடிப்புடைய அட்டைகள் தயாரித்தல் (folios), செயல்திட்டம் மேற்கொள்ளல் மற்றும் எழுத்துத் தேர்வு எழுதுதல் மூலம் எழுத்து வழி கருத்துப் பரிமாற்றம் நிகழும்.

#### சைகை வழி கருத்துப்பரிமாற்றம்

சைகை மூலம் கருத்துகளை பரிமாற கணிதக் குறியீடுகள் வழிவகுக்கும்.

#### காட்சிப்படுத்துதல் வழி கருத்துப் பரிமாற்றம்

கருத்துகளை படக்காட்சியில் பதிவு செய்து அதன் மூலம் கருத்துப் பரிமாற்றம் நிகழ்வது மாணவர்கள் மனதில் நன்கு பதியும்

#### 9.4.9 வகுப்பறை நிகழ்வுகளில் கருத்துப் பரிமாற்றம் பற்றிய கண்ணோட்டங்கள்

கணிதக் கருத்துப்பரிமாற்றம் குறித்து பல ஆய்வுகள் மேற்கொள்ளப்பட்டுள்ளன. அவற்றில் சில ஆய்வுகளின் முடிவுகளைக் கீழே காண்போம்.

1982-ல் மேற்கொண்ட ஆய்வில் மாணவர்கள் கணக்கிற்குத் தீர்வு காண பின்வரும் படிநிலைகளை கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்ற அடிப்படையில் அமைத்துள்ளனர்.

- மாணவனின் முந்தைய அறிவு
- கணக்கில் தற்சமயம் என்ன தெரிந்து கொள்ள வேண்டும் ?
- வழிகளை அனுமானித்தல்
- தீர்வு காணும் படிநிலைகளை முடிவு செய்தல்
- தீர்வு காணுதல்

மேற்கூறிய படிநிலைகளுக்குப் பொருத்தமான வினாக்களை ஆசிரியர் உருவாக்கி மாணவர்களைக் கேட்பதன் மூலம் மாணவர்கள் தீர்வை தாமே கண்டறிய வேண்டும்.

ஆசிரியர் கேட்கும் வினாக்கள், பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதாக அமைதல் வேண்டும்.

- மாணவனுக்கு இக்கணக்கிற்கு தீர்வு காண ஏற்கனவே என்ன தெரிந்திருக்கும் ?
- மாணவனுக்கு கணக்கு புரிந்துள்ளதா ?
- மாணவன் புதியதாக என்ன கற்க வேண்டும் ?
- புதிய சிந்தனைகளை மாணவன் எவ்வாறு உருவாக்குவது ?

மாணவன் தாமாக விடை காணும் வரை ஆசிரியர் கேள்வியை எளிமைப்படுத்திக் கேட்க வேண்டும். மாணவனை ஆசிரியர் ஊக்கப்படுத்த வேண்டும்.

1997ஆம் ஆண்டு மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வில் பின்வரும் தகவல்கள் பெறப்பட்டன. வகுப்பறையில் ஆசிரியர்கள் 93.3% நேரத்தை தாமே கற்பிப்பதற்கும், 1.6% நேரத்தை மாணவர்கள் இடை வினை புரியவும் செலவழிக்கின்றனர். எனவே கணித வகுப்பறையானது இருவழி பரிமாற்றத்துக்கு இடமின்றி ஒரு வழி பரிமாற்றமாக உள்ளது. மாணவர்கள் ஆசிரியர் விளக்கும் கருத்துகளை எந்த வித மாற்றமும் இன்றி ஏற்றுக்கொள்ளும் நிலை உள்ளது. இன்று தமிழகத்தின் அனைத்து அரசு மற்றும் அரசு நிதி உதவி பெறும் பள்ளிகளிலும் இதனை நிவர்த்தி செய்யும் விதமாக படைப்பாற்றல் கல்வி முறை (ALM) அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

2007ஆம் ஆண்டு மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வில் கணித வகுப்பறை குறித்து பின்வரும் தகவல்கள் வெளியிடப்பட்டுள்ளன.

பின்னம் என்ற கருத்து ஆரம்பப்பள்ளி மாணவர்களுக்கு கற்பிக்கப்பட்டது. கிராமப்புற ஆரம்பப்பள்ளிகளிலும் நகர்ப்புற ஆரம்பப் பள்ளிகளிலும் பின்னம் கற்பிக்கப்பட்டது. வகுப்பறை நான்கு படிநிலைகளில் உற்று நோக்கப்பட்டது.

படி 1

பாட அறிமுகம் (பாடக்கருத்துக்கான அறிமுகம் ஆசிரியரால் நடத்தப்பட்டது)

படி 2

பாடப்பொருள் (பாடக்கருத்தை ஆசிரியர் மாணவருக்கு விளக்குதல்)

படி 3

மீளக் கூறுதல் (மாணவர்கள் பயிற்சிக் கணக்குகளை கரும்பலகையில் செய்தல் (அ) தமது குறிப்பேட்டில் எழுதுதல்)

படி 4

பாடம் முடித்தல் (கற்றல் நிகழ்வை ஆசிரியர் தொகுத்தல்)

படி 3-ல் ஆசிரியர் கேட்ட கேள்விகள் அனைத்தும் ஏற்கனவே வரையறுக்கப்பட்ட தீர்வினை கூறும்விதமாக அமைந்தன. மாணவர்களின் சிந்தனைத் தூண்டலுக்கான வினாக்கள் அமையவில்லை.

#### 9.4.10 கணிதக்கருத்துப் பரிமாற்றத் தடைகள்

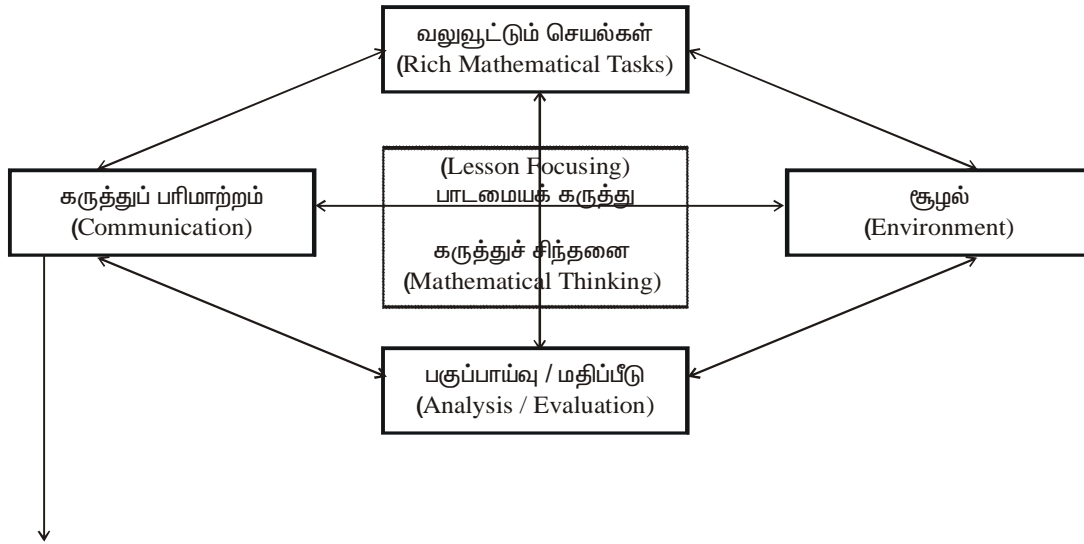
லிம் (Lim) என்ற கணிதவியலார் 2006 ஆம் ஆண்டு கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்ற மாதிரிகளை உருவாக்கி செயல்படுத்துவதில் பின்வரும் தடைகள் இருப்பதாகக் கூறியுள்ளார்.

- ஆசிரியர் ஒரு கருத்தை மாணவனுக்குப் புரிய வைக்க அதனைப் பற்றிய முழு விளக்கத்தைத் தாமே அளிக்க வேண்டும் எனத் தீர்மானித்தல்.
- தற்போதைய தேர்வு மைய அணுகுமுறை, ஆசிரிய மையக் கற்பித்தலுக்குக் காரணமாக அமைகிறது.
- கடின உழைப்பு மற்றும் பயிற்சி ஆகிய இரண்டு மட்டுமே முழுக்கற்றலுக்கு உதவும் என்ற பொதுவான நம்பிக்கை
- பழைய கற்பித்தல் முறையில் அதிக நாட்டம் உடைய ஆசிரியர்கள் புதிய உத்திகளை விரும்பர்மை
- கருத்துப்பரிமாற்றத்தின் போது வகுப்பறையில் எழும் ஒலியை ஆசிரியர் விரும்பாமை

#### 9.4.11 கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் ஆக்கக் கூறுகள்

கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம் ஆரம்பப் பள்ளிகளில் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் போது நன்னெறிக் கல்வியும் மாணவனைச் சென்றடைகிறது. பின்வரும் வரைச்சட்டம் ஆரம்பப் பள்ளி கணித வகுப்பறையில் கருத்துப் பரிமாற்றம் நடைபெறுவதை விளக்குகிறது.





- மாணவர்கள் கணிதக் கருத்தைப் புரிந்து கொண்டனரா ?
- மாணவர்களின் அனுமானமும் பாடப்பகுதியின் பொருளும் ஒன்றாக உள்ளனவா ?
- மாணவர்களின் அனுமானத்தை வகுப்பறையில் ஆசிரியர் விவாதிக்க இடம் அளித்தல்
- தாமாகவே பாடப்பகுதியின் வினாவிற்கு விடை காண மாணவர்களை அனுமதித்தல்
- பாடப்பகுதி விளக்கத்திற்கும், தெளிவிற்கும் பல்வேறு உத்திகளைக் கையாளுதல்
- மாணவர்கள் கணிதத் தீர்வைக் கூற அனுமதித்தல்
- மாணவர்கள் கண்டுபிடித்தத் தீர்வுக்கும், வரையறுத்த முடிவுக்கும் உள்ள இடைவெளியை ஆசிரியர் நிரப்புதல்
- புரியாத கருத்துகளை எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் ஆசிரியர் வினாக்களை உருவாக்கி மாணவர்களை சோதித்தல்.
- மாணவர்கள் எடுத்துக்காட்டுகள் கூற அனுமதித்தல்
- சுய மதிப்பீட்டிற்கு மாணவனை ஆர்வமூட்டல்

- கற்றல் கருவிகள்**
- கதை கூறல்
  - கணக்கிற்கு தீர்வு காணல்
  - விவாதம்
  - ஒப்படைப்பு
  - செயல்திட்டம்
  - வெட்டியொட்டற் புத்தகம்
  - ஒருமுனை மடிப்பு அட்டை
  - கண்டுபிடிப்புகள்
  - பயிற்சி அட்டைகள்

மொழி ஆற்றல் வகுப்பறை கருத்துப் பரிமாற்றத்திற்கு முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. கணிதக் குறியீடுகள், விளக்க வரை படங்கள், வரிவடிவப்படங்கள், வரைபடங்கள் ஆகியவை மேம்பட இது வழி வகுக்கிறது. எனவே கருத்துப்பரிமாற்றத்தின் மூலம் கணிதப் பாடத்துடன் இணைந்த மதிப்புக் கல்வி, கணிதத் தன்மை, மற்றும் குழுச் செயல்கள் மேம்பட்டு கணிதம் வாழ்க்கையோடு தொடர்புடைய பாடம் என்ற எண்ணம் மாணவருக்கு வளர ஆசிரியர் பெரும்பங்காற்ற வேண்டும்.



### கற்றவை

- 4 மற்றும் 5ம் வகுப்பு மாணவர்கள் தீர்வு காணும்போது செய்யும் கணிதப் பிழைகளும் அதற்கான தீர்வுகளும்
- கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம்
  - ★ வரையறை
  - ★ அவசியம்
  - ★ மதிப்பீடு
  - ★ வகைகள்
  - ★ தடைகள்
  - ★ ஆக்கக்கூறுகள்

### கற்றல் செயல்கள்

- ★ கற்பித்தல் பயிற்சியின் போது மாணவர்களிடம் காணப்பட்ட கணித இடர்பாடுகளையும், அதனைத் தீர்க்க கையாண்ட தீர்வுகளையும் பட்டியலிடுக.
- ★ கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றத்தின் பயன்களைப் பட்டியலிடுக

**அலகு-10**  
**மதிப்பீடு**  
(Evaluation)

**10.1 அறிமுகம்**

கற்பித்தலில் 'மதிப்பீடு' ஒரு தொடர்நிகழ்வு ஆகும். ஒரு கணித கருத்தின் அல்லது ஒரு கணித அலகின் முடிவில் நடத்தப்படுகின்ற ஒரு சிறு சோதனை மட்டுமே மதிப்பீடு அல்ல. இது கணிதத்தை கற்பிக்கின்றபோது கற்பித்தல் இலக்கையும் தொடர்ச்சியாக அலசி ஆராய்கின்ற ஒரு செயல் ஆகும்.

**Evaluation is any systematic continuous process of determining,**

- the extent to which specified educational objectives previously identified and defined are attained.
- the effectiveness of the learning experiences provided in the class room
- how well the goals of education have been accomplished.

**Encyclopedia of Education Research**

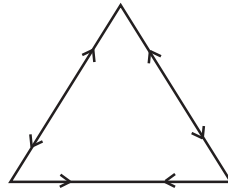
Evaluation is relatively a new technical term introduced to designate a more comprehensive concept it measures which was implied in conventional test and examination.

மதிப்பீடு = அளவீடு + மதிப்பின் திறனாய்வு

Evaluation = Measurement + Value judgement என்று குறிப்பிடுதல் பொருந்தும்.

மேலும், கல்வி குறிக்கோள்கள், கற்றல் அனுபவங்கள், மதிப்பீடு இம்மூன்று செயல்களுக்கும் இடையே உள்ள உறவினை கீழ்க்கண்ட படம் சிறப்பாக விளக்குகின்றது.

கல்விக் குறிக்கோள்கள்



கற்றல் அனுபவங்கள்                      மதிப்பீடு

- ★ மூன்று படிநிலைகளும் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடையது.
- ★ ‘மதிப்பீடு’ என்பது கற்றல் அனுபவங்கள் குறிக்கோள்களின் அடிப்படையில் அமைய வேண்டும்.
- ★ “கற்றல் – கற்பித்தலில்” மதிப்பீடு ஒரு இயல்பான படிநிலை ஆகும்.

மாணவர்கள் பாடத்திட்டத்தில் கற்றுக்கொள்ளும் கருத்துக்களின் அளவு போதுமானதாகவும், தரமானதாகவும், வயதுக்கு ஏற்புடையதாகவும் அமைய வேண்டும். இதனை அளவீடு செய்து, தேவைக்கேற்ப செயல்பாடுகளை மாற்றியமைத்துக் கொள்ள மதிப்பீடு பயன்படுகிறது.

மாணவர்கள் கற்றுக் கொள்ளும் திறன், முன்னேற்றம், திறன் வளர்ச்சி, ஆர்வம், மனப்பயிற்சி, கற்றல் திறனை பயன்படுத்தும் ஆற்றல், காரணகாரியத்தை ஆராயும் திறன், சிக்கலுக்கு முடிவெடுக்கும் திறன் இவற்றைப் பற்றி ஆராய்ந்து முடிவெடுக்கவும் பயன்படுகிறது.

எந்த அளவுக்கு கணித உண்மைகளை அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்துகிறார்கள், எனவும், மேல் வகுப்புக்கு தேர்ச்சி பெற தகுதி பெற்றுள்ளாரா என நிர்ணயம் செய்யவும் மதிப்பீடு பயன்படுகிறது.

கற்பித்தல் நிகழ்வுகளில் அடுத்து வருகின்ற ஒரு முக்கியமான செயல்பாடு மதிப்பீடுதலாகும். கற்பிப்போர் எந்த முறையில் (method of teaching) கற்பித்தல் பயன் அதிகம் இருக்கும் என்பதை சீர்தூக்கிப் பார்த்து முடிவெடுக்கவும் பயன்படுகிறது. பாடப்பகுதியில் உள்ள கடினப் பகுதிகளை கண்டறிந்து, அதனை கற்பிக்க சிறந்த கற்பித்தல் முறையினை தேர்ந்தெடுக்கவும் பயன்படுகிறது.

திட்டமிடுதல் என்பது மதிப்பீடுதலின் தொடர் நிகழ்வாக அமைகின்றது என்பதே தெளிவு.

## 10.2 நல்ல சோதனையின் பண்புகள்

ஒரு ‘நல்ல சோதனை’ என்னென்ன பண்புகளைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பதை காண்போம். குறிக்கோள்கள் செவ்வனே நிறைவேற்றப்பட்டனவா, என்பதை கணிப்பது மதிப்பீடு. சோதனையின் மூலம் அச்செயல்பாடு எந்த அளவிற்கு நிறைவேறியுள்ளது என்பதை கண்டறிய வேண்டும். இவண் ஒரு நல்ல சோதனை எவ்வாறு அமைய வேண்டும் என்பதைக் காண்போம்.

ஒரு சோதனையின் வினாக்கள் சோதிக்க வேண்டிய கூறுகளின் அடிப்படையில் அமைந்திருக்க வேண்டும். மாணவர்களிடமிருந்து எதிர்பார்க்கின்ற கற்றல் வெளிப்பாடுகளை வரவழைக்கும் வகையில் அமைந்திருக்க வேண்டும். மேலும் மாணவர்களின் ‘அறிவாற்றல்’, ‘சிந்தனையாற்றல்’, ‘நாட்டம்’, ‘பற்று’, ‘நுண்ணறிவு’ போன்றவற்றின் வெளிப்பாடுகளாக இருக்கும் வண்ணம் வினாக்கள் அமைதல் வேண்டும். மாணவன் தனது ‘திறமை’ யை மெய்ப்பித்துக்காட்ட ‘சோதனை’ ஒரு வாய்ப்பாக அமைய வேண்டும்.

ஒரு சோதனை

1. ஏற்புடைமை (Validity), 2. நம்பகத்தன்மை (Reliability)
3. புறவயத் தன்மை (Objectivity) பெற்றிருக்க வேண்டும்.

### 10.2.1. ஏற்புடைமை: (Validity)

எந்த திறனை அல்லது பண்பை அளந்தறிய வேண்டும் என்பதை முன்னிலைப்படுத்தினோமோ, அதனை சரியாக, துல்லியமாக, எல்லோரும் ஏற்றுக்கொள்கிற வகையில் சோதனை அமைய வேண்டும். எந்தெந்த கூறுகளை சோதிக்கக் கருதினோமோ, அதனை பொருட்படுத்தாமல் அதற்குப் புறம்பான பண்புகளை சோதிப்பதாக அமைதல் கூடாது. வினாவின் அமைப்பு, மொழி, பொருள் புரியவில்லை என்றாலும் மாணவர்களுடைய பதில் (Response) சரியாக இருக்காது.

எடுத்துக்காட்டாக,

1. இரு எண்களின் பெருக்குத்தொகை 15. அவற்றில் ஒன்று 5 எனில் மற்றொரு எண் யாது.
2. இரு எண்களின் பெருக்குத்தொகை 15 எனில், அவ்வெண்கள் என்னென்ன?

இரண்டாவது வினாவில், எதிர்பார்த்த பதில் வினா கிடைக்காது. இது போன்ற வினாக்கள் தவிர்க்கப்பட வேண்டும். இதை 'திறந்த வினா' (Open Question) என்று கூறுவோம்.

### 10.2.2. புறவயத்தன்மை (Objectivity)

ஒரு சோதனை, சோதனையாளரின் மனநிலையை சாராமல் அமைய வேண்டும். ஒரு வினாவின் விடை நன்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தல் வேண்டும். ஒரு தூண்டலுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட துலங்கல் மட்டுமே இருப்பதாக அமைதல் நலம். ஒரு சோதனையாளர் பல்வேறு கால இடைவெளிகளில் அளவீடு செய்தாலும் அல்லது பல சோதனையாளர்கள் ஒரு சோதனையை அளவீடு செய்தாலும் மதிப்பீடு மாறாமல் இருக்க வேண்டும். மதிப்பீடு செய்யப்படுகின்ற போது சோதனையாளர்கள் தமது மனநிலைக்கு ஏற்ப மதிப்பெண்கள் கொடுக்கப்படுகின்ற சூழ்நிலை இருந்தால் சோதனை புறவயத் தன்மை உடையதாக இருக்காது.

'ஏற்புடைமை' தலைப்பில் எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் வினாவை யார் மதிப்பீடு செய்தாலும், எத்தனை பேர் மதிப்பீடு செய்தாலும் பதில் மாறாமல் இருக்கும் என்பதை அறிக.

### 10.2.3 நம்பகத்தன்மை (Reliability)

ஒரு நல்ல சோதனை என்பது ஒரு வகுப்புக்கு எப்போது நடத்தப்பட்டாலும் ஒரே முடிவை தொடர்ச்சியாக தர வேண்டும். ஒரு குறிப்பிட்ட வகுப்பிற்கு இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட முறைகளில் குறிப்பிட்ட சோதனைகளை நடத்தினாலும் முடிவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்புத் தன்மையின் அளவு அதிகமாக இருக்க வேண்டும். அதாவது மதிப்பெண்கள் மாறாமல் இருந்தால் அச்சோதனையின் நம்பகத்தன்மை அதிகம் என்று கூறலாம். மதிப்பெண்கள், காலம், இடம், மதிப்பீட்டாளர்களை பொறுத்து மாறாமல் இருக்க வேண்டும்.

### 10.2.4 மதிப்பீடுதலின் பயன்கள்

- ★ கலைத்திட்டத்தில் தேவைப்படும் மாற்றம் பாடப்பொருளின் தேவைக்கேற்ப மாற்றம், கற்பித்தல் முறைகளில் விரும்பப்படுகின்ற மாற்றம், கல்வி, காட்சி, கேள்வி, பொருள்களில் மாற்றம், பாட இணை / புறச் செயல்களில் விரும்பப்படுகின்ற மாற்றம் கல்வி நிர்வாகம் / மேலாண்மையில் தேவைப்படும் மாற்றம், மதிப்பீடுதலில் தேவைப்படும் காலத்திற்கேற்ப மாற்றங்களின் தேவையை கணிக்க.

- ★ தேவையான மாற்றங்களை உட்புகுத்தி நடைமுறைப்படுத்த
- ★ கற்பிக்கும் முறை மாணவர்களுக்கு ஏற்படையதாக அமைகிறதா என்றறிய
- ★ மாணவர்கள் எந்த அளவுக்கு கற்பித்த பாடப்பொருளில் அடைவுநிலை பெற்றுள்ளார் என்பதை அறிய.
- ★ பாடப்பொருளின் அளவை எந்த அளவுக்கு கூட்ட அல்லது குறைக்க வேண்டும் என்பதை அறிய.
- ★ கணக்கு பாடத்தில் மாணவர்களுக்கு ஏற்படும் இடர்ப்பாடுகளை, சிக்கல்களை கண்டறிய
- ★ மாணவர்களின் திறமைகளை நிர்ணயிக்க
- ★ திறமைக்கேற்ப மேற்படிப்புகளை தேர்ந்தெடுக்க
- ★ அவர்களின் விருப்பம், எண்ணம், திறமைக்கேற்ப வேலையை தேர்ந்தெடுக்க.
- ★ மாணவர்களுக்கு எந்த அளவுக்கு பாடக்கருத்துக்கள், பயிற்சிகள் கொடுக்கப்படலாம் என்பதை அறிய மதிப்பீடு பயன்படுகிறது.

### 10.3 சோதனைகளும், தேர்வுகளும்

ஒரு புதிய கலைத்திட்டத்தை உருவாக்கும் போதே மதிப்பிடுதல் முறைகளையும் திட்டமிட வேண்டும். கற்றல் கற்பித்தல் அனுபவங்களை திட்டமிடும்போதே மதிப்பீட்டு திட்டத்தையும் உருவாக்க வேண்டும். மாணவர்களின் முழுமையான முன்னேற்றத்தை அறிய தேவையான, முறையான நுணுக்கங்களை கண்டறிந்து மதிப்பீட்டில் சேர்க்கப்பட வேண்டும்.

பெரும்பாலும் 'கல்வி மதிப்பிடுதலில்' கற்பிக்கும் நோக்கங்கள் அறிவு சார்ந்த கருத்துக்களாகவே இருக்கும். எனவே இவற்றை சோதனைகள் செய்வதன் மூலம் மதிப்பீடு செய்யலாம். மேலும் இவை அறிதல் (Knowledge), புரிதல்(Understanding), ஆளல்(Application), ஆற்றல் (Skill) ஆகியவற்றின் அடிப்படையிலேயே அமைந்திருக்கும்.

'கற்றல்', 'கற்பித்தல்', 'மதிப்பீடு' என்று மூன்று பிரிவுகளாக நமது கல்வி முறையினை பிரிக்கலாம்.

கற்பித்தலில் (Teach-Test-Teach) கற்பி-சோதி-கற்பி என்பது இன்றிமையாதது.

கற்றல் நிகழ்வுகளில் உள்ள குறைகளை புதுமுறைச் சோதனைகள் மூலம் கண்டறிந்து களையலாம். சோதனையின் வகைகள் பின்வருமாறு.

1. திறமைச் சோதனை (Ability Test)
2. பயிற்சி சோதனை (Practice Test)
3. அடைவுச் சோதனை (Achievement Test)
4. குறையறிச் சோதனை (Diagnostic Test)
5. முன்னறிச் சோதனை (Prognostic Test)

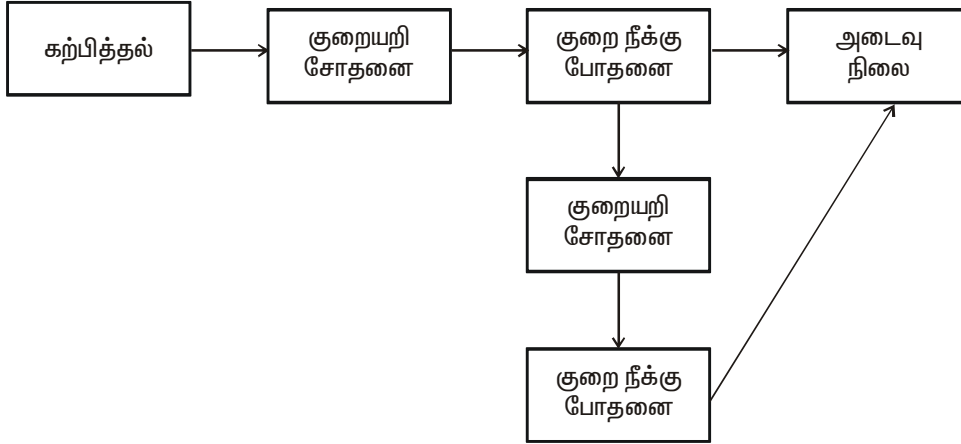
இச்சோதனைகளில் அடைவுச்சோதனை, குறையறிச் சோதனை பற்றி விரிவாகக் காண்போம்.

### 10.3.1 அடைவுச் சோதனை (Achievement Test)

அடைவுச் சோதனை என்பது மாணவர்கள், கற்ற பாடப்பகுதியில் எந்த அளவுக்கு அடைவு பெற்றுள்ளார்கள் என்பதை அறிய உதவும் சோதனையாகும். வாரம், மாதம், பருவம் தோறும் நடத்தப்படும் சோதனை ஆகும். இதனடிப்படையில் தற்போது மாணவர்களை மேல் வகுப்பிற்கு அனுப்புவதா இல்லையா என்பது தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

### 10.3.2 குறையறி சோதனை (Diagnostic Test)

கருத்துக்களை புரிந்து கொள்வதில் ஏற்படும் இடர்ப்பாடுகளையும், சிக்கல்களையும் கண்டறிந்து அக்குறைகளை நீக்கி சோதனை செய்து பாடக்கருத்துகளில் அடைவைப் பெற வைப்பதே இச்சோதனையின் நோக்கமாகும். பாடக்கருத்துகளை கற்றுக்கொள்வதில் சிக்கல் (குறை) என்பதே தவிர, கருத்தின் அடைவு நிலை(Achivement)-ல்குறை என்பதல்ல. என்றாலும், கற்றலில் குறையிருப்பின், அடைவு நிலையிலும் குறைவு இருக்கும் என்பதில் ஐயமில்லை. ஆக குறையினை நீக்குவதற்கு பல வழிகள் உண்டு. அவற்றைக் கண்டறிந்து செயலாரய்ச்சி (Action Research) செய்து தேவைப்பட்டால் கற்பித்தல் முறைகளையும் மாற்றியமைத்து குறைகளை நீக்க நடவடிக்கை எடுக்க வேண்டும்.



குறையறி சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்கின்றபோது தனித்தனியே ஒவ்வொரு மாணவனும் எந்த கருத்தில் எவ்வாறு தவறு செய்கிறான் என்பதை பகுத்தாய்ந்து குறை நீக்கு போதனைக்கு திட்டமிடல் வேண்டும். ஒரே தவறை பல மாணவர்கள் செய்திருந்தால் ஆசிரியர், கற்பித்தல் முறையை மாற்றியமைக்க வேண்டும். மாணவர்களின் குறையின் அடிப்படைத் தன்மையை கண்டறிந்து குறை நீக்கும் போதனைக்கு திட்டமிட வேண்டும்.

### 10.3.3 குறையறி சோதனையின் படிநிலைகள்

1. மாணவர்களுக்கு தெரிவு செய்த அலகில் என்னென்ன கருத்துக்களில், கற்றலில் குறைகள் நிகழ்கின்ற எனபதை தெரிவு செய்தல் வேண்டும்.
2. கற்றலில் ஏற்படும் கருத்து குறைகளை, வகைபடுத்திக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

3. ஒவ்வொரு வகையிலான குறைபாடுக்கு 3 அல்லது 5 வினாக்கள் தயாரிக்க வேண்டும்.
4. உதாரணமாக 4 கருத்துக்களில் ஏற்படும் கற்றல் குறைபாடுகளை கண்டறிந்ததாக கொள்வோம். அக்கருத்துகளில் கற்றல் குறைபாடுகளை கண்டறியும் வகையில்  $4 \times 3=12$  வினாக்கள் அல்லது  $4 \times 5=20$  வினாக்களை தயாரித்து தொகுக்க வேண்டும்.
5. வினாக்களை வரிசைபடுத்தாமல், கலந்து வினாத்தாளை தயாரிக்க வேண்டும்.

6. உதாரணமாக

குறைபாடுகள்	வினா எண்
1	1, 5, 8
2	2, 7, 9
3	4, 10, 12
4	3, 6, 11

7. இச்சோதனையை மாணவர்களிடம் நடத்துதல் வேண்டும்.
8. மாணவர்களின் விடைகளை (துலங்கல்கள்) 'சரி, தவறு' என்று மட்டும் குறித்தல் வேண்டும்.
9. மாணவர்களின் துலங்கல்களை அட்டவணைப் படுத்தி பகுத்தாய்தல் வேண்டும்.

### 10.3.4 பகுத்தாய்வு அட்டவணை

குறையறிச் சோதனைக்கு தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 11 என்று வைத்துக்கொள்வோம்

(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K)

பிழைகள்	கருத்துப்பிழை			கணக்கீட்டு பிழை			மொழியாக்கத்தில் பிழை			படிநிலைகளில் பிழை			கற்றல் பிழை
	1	5	8	2	7	9	4	10	12	3	6	11	
வினா எண்													
மாணவர்கள்													
A	✓	✓	✓	X	✓	✓	X	X	✓	✓	✓	✓	3
B	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
C	X	X	✓	✓	✓	X	X	X	✓	X	✓	X	7
D	X	X	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	3
E	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	✓	✓	✓	2
F	X	X	✓	✓	X	X	✓	X	X	✓	✓	X	6
G	✓	✓	✓	✓	X	✓	X	X	X	X	X	X	7
H	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	✓	X	4
I	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	X	X	X	5
J	X	X	X	X	X	✓	X	✓	✓	✓	✓	X	7
K	X	✓	X	✓	✓	✓	X	X	✓	X	X	X	7
சரியான விடை அளிக்காத மாணவர்கள்	7			6			9			7			

- ★ ஒரு கருத்தில் அதிகப்படியான தவறு நிகழ்ந்திருந்தால் அதில் குறைபாடு உள்ளது எனலாம்.
- ★ ஒரு கருத்தில் ஒரே ஒரு தவறுதான் நிகழ்ந்துள்ளது எனில் அது சந்தர்ப்பவசத்தால் நிகழ்ந்திருக்கலாம் எனக் கருத்தில் கொண்டு அக்கருத்தில் கற்றல் குறைபாடு உள்ளது என கொள்வதில்லை. இதன் பொருட்டே ஒரு கருத்தில் வினாக்களின் எண்ணிக்கை 3, 5, 7. என எடுத்துக்கொள்கிறோம்.
- ★ அட்டவணை உதவியுடன் எந்தக் கருத்தினை கற்பிக்கும் போது கவனம் செலுத்த வேண்டும் என்பதை அறியலாம்.
- ★ குறைநீக்கு போதனைக்கு ஏதுவாக திட்டமிடுவதற்கு பகுத்தாய்வு உதவுகிறது.

#### 10.4 சோதனைகளும் மதிப்பீடுகளும் (Test & Evaluation)

சோதனை என்பது ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெற்றதா ? இல்லையா ? என்பதை அறிந்து கொள்ள உதவும். மேலும் எந்த அளவுக்கு நடைபெற்றுள்ளது என்பதனையும் அறிய உதவும். இதன் அடிப்படையில் நிகழ்ச்சியின் அடுத்த கட்ட நிகழ்விற்கு திட்டமிடவும் உதவும். சோதனை என்பது ஒரு நிகழ்வின் தொடர்ச்சியாக நடத்தப்படுவது. நிகழ்ச்சியின் முன்னேற்றத்தை அறிய உதவி செய்யும். நிகழ்ச்சியினை நடத்துபவரே சோதனையையும் நடத்துவார். கால வரையறை என்பது கிடையாது. பெருக்கல் என்ற கருத்தினை கற்பிப்பதாக கொள்வோம் பெருக்கல் சரியாக செய்யப்பட்டதா என்பதை உறுதி செய்தல் வேண்டும். பெருக்கல் சரியாக செய்யப்பட்டதா என்பதை உறுதி செய்தல் வேண்டும். எந்த அளவு திறடைவு பெற்றுள்ளார்கள் என்பதை அறிய முடிவு செய்த பின்னரே அடுத்த அலகினை கற்பிக்க தீர்மானிக்க முடியும்.

இரண்டு மூன்று அலகுகளையும் இணைத்து சோதனை செய்யலாம். இதனை 'தேர்வுகள்' என்ற தலைப்பிலும் கொடுக்கலாம். தேர்வின் முடிவுகளைக் கொண்டு, மேல் வகுப்பு மாற்றத்திற்கு திட்டமிடலாம். இது பாடப்பொருள் அடைவினை கண்டறியப் பயன்படுகிறது.

மதிப்பீடு என்பது அளவீட்டின் மதிப்பை சீர்தூக்கி பார்த்து முடிவுக்கு வருதலை குறிக்கும். திறன் வளர்ச்சியை அறிய உதவும். தொடர்ச்சியாக நடைபெறும். இதன் மூலம் குறைகளை கண்டறிய இயலும். மேலும். குறைநீக்கு போதனைக்கு திட்டமிடவும் உதவும். தற்சோதனை செய்து கொள்ளவும் மதிப்பீடு பயன்படுகிறது.

#### 10.5 மதிப்பீட்டுக் கருவிகள்

மாணவன் செயல்படும் விதம், சரியாக, அழகாக, பொருத்தமாக, வேகமாக, மெதுவாக செய்தல் போன்ற பண்புகள். கணிதத்தின் பயன்பாட்டை புரிந்து பாராட்டும் தன்மை, ரசிக்கும் தன்மை, ஆர்வம், மற்ற இதழ்களை படித்தல், தெரிந்து கொள்ள வேண்டும் என்னும் ஆவல் இவற்றையெல்லாம் அளந்தறிய தகுந்த கருவிகளைக் கண்டறிதல் வேண்டும். அவைகளில் சில உற்றுநோக்குதல், சரிபார்க்கும் பட்டியல், தர அளவுகோல், நிகழ்ச்சிக் குறிப்பேடு, திரள் பதிவேடு, சோதனைகள், தேர்வுகள் என்பனவாகும்



### 10.5.1 உற்றுநோக்குதல்

தனிப்பட்ட முறையில் ஒரு மாணவனையோ அல்லது வகுப்பையோ அல்லது ஒரு செயலையோ கூர்ந்து கவனித்து பார்வையிட்டு குறிப்புகளைத் தொகுப்பது 'உற்று நோக்கல் முறை' என்று கூறலாம். இம்முறை முழுவதும் நம்பத் தகுந்தது அல்ல என்றாலும், இதனை உளவியல் முறையாக ஏற்றுக் கொண்டுள்ளனர்.

### 10.5.2 சரிபார்க்கும் பட்டியல்

ஒருவரின் நடத்தையில் அல்லது பாடத்தில் ஏற்படும் குறிப்பிட்ட எல்லா நிகழ்ச்சிகளையும் மறந்துவிடாமல் இருக்க பட்டியல் தயார் செய்து கொள்ள வேண்டும். இது பாடத்திற்கு பாடம் மாறும், ஆசிரியருக்கு ஆசிரியர் மாறுப்படும். ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சியாக சரி பார்த்து ஆம் / இல்லை என்று உற்று நோக்கியவுடன் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். கிடைக்கப் பெற்ற துலங்கலை மதிப்பீடு செய்யலாம்.

### 10.5.3 தர அளவு கோல்

இது சரிபார்க்கும் பட்டியலைக் காட்டிலும் சிறிது மேம்பட்ட அளவீட்டுக் கருவி எனலாம். ஒரு தனிப்பணியை அறிய அதற்காக ஒதுக்கப்பட்ட இடத்தில் தகுந்த எண்ணால் குறிப்பிடுதல். எடுத்துக்காட்டாக.

எண்	பண்பு	மதிப்பெண்				
		1	2	3	4	5
1.	படிநிலைகளை அமைத்தல்					
2.	புதிர்களை முறைப்படி விடுவித்தல்					
3.	கணக்கிடும் திறன்					

### 10.5.4 நிகழ்ச்சி குறிப்பேடு

ஒரு செயல் அல்லது உண்மை நிகழ்ச்சிகளின் தொகுப்பு என்று இதனை கூறலாம். நிகழ்ச்சிகளை குறிப்பிடும்போது சொந்த விருப்பு வெறுப்புக்கு இடமின்றி செயல்பட வேண்டும். மாணவர்களின் நோக்கங்கள், பழக்கவழக்கங்கள், விருப்பு வெறுப்புகள், மனப்போக்கு இவற்றை இது அறிய பயன்படும்.

### 10.5.5 திரள் பதிவேடு

மதிப்பீடு முறையினால் சேகரிக்கப்பட்ட மாணவரின் முக்கியமான பண்புகள் அனைத்தையும் முறைப்படுத்தி தயாரித்த செய்திக் குறிப்பை திரள் பதிவேடு எனலாம். மாணவர்களின் கல்வி முன்னேற்றம், பாட ஆர்வம், தனித்திறமைகள் முதலியவற்றை இதிலிருந்து பெறலாம்.

மதிப்பீட்டுக் கருவிகள் பற்றி உளவியல் பாடத்தில் விரிவாக, தெளிவாக, துல்லியமாக விளக்கப்பட்டுள்ளது.

## 10.6 தேர்வுகளின் வகைகள்

தேர்வுகளை மூன்று வகைகளாக பிரிக்கலாம்.

1. எழுத்துத் தேர்வு (Written Test)
2. வாய்மொழித் தேர்வு (Oral Test)
3. செயல்முறைத் தேர்வு (Activity Test)

### 10.6.1 எழுத்துத் தேர்வு

மாணவர்களின் கற்றல் அடைவுகளை எழுத்துத் தேர்வு மூலம் சோதிக்கலாம். ஆசிரியர் வினாத்தாளை தயாரித்து கொடுக்க வேண்டும். மாணவர்கள் விடைகளை விடைத்தாளில் எழுதிய பின் ஆசிரியர் அந்த விடைத்தாளை திருத்தி மதிப்பெண் பட்டியல் தயார் செய்ய வேண்டும்.

எழுத்துத் தேர்வின் வினாக் வகைகளை பின்வருமாறு வகைப்படுத்தலாம்.

- ★ பெருவினா / கட்டுரை வினா (Essay Type) குறைந்தது ஒரு பக்க அளவில் விரிவான விடை தரவேண்டும்
- ★ சிறு வினா (Short Answer Questions) ஒரு பத்தியில் மட்டுமே விடை தர வேண்டும்
- ★ மிகச் சிறு வினா (Very Short Answer Questions) ஒரே ஒரு வாக்கியங்களில் சரியான பதிலை எழுதுதல் வேண்டும்
- ★ வினா வடிவம் Question Form
- ★ நிரப்புதல் வடிவம் Completion Form
- ★ ASSO Association Form
- ★ ANALOG Analog Form

இதனை பாட அலகுக்கு, மாணவர்களின் தனித்தன்மைக்கு ஏற்ப பாடத்திற்கு ஏற்றவாறு மாற்றியமைத்து கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

#### i வினா வடிவம் : (Question Form)

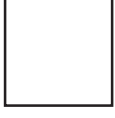
1. வட்டத்தின் பரப்பு காணும் சூத்திரம் எழுதுக.
2.  $2x - 5 =$  எனில்,  $x = ?$

#### ii நிரப்புதல் வடிவம் : (Completion Form)

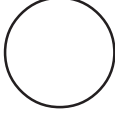
1. ஒரு வட்டத்தின் ஆரத்தின் இரு மடங்கு .....
2. சதுரத்தின் பரப்பு  $A =$  .....

### iii தொடர்புபடுத்துதல் முறை ASSO (Association Form)

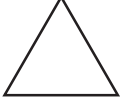
1. கீழ்க்கண்ட உருவங்களின் பரப்புகளைக் காண்க:



= .....



= .....



= .....



= .....

### iv Analog Form

இரண்டு ராசிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை ஆதாரமாகக் கொண்டு மற்ற ஜோடியின் காலியிடத்தை நிரப்பு

1. சதுரம் :  $a^2$  ..... :  $\Pi r^2$

2. வாங்கிய விலை > விற்ற விலை = நட்டம் ..... = லாபம்

### \* புறவய வினா (Objective Type)

ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விடைகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். அவற்றில் சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

1. சரியா / தவறா (Alternative responses)
2. பல்விடை வினாக்கள் (Multiple choice items)
3. பொருத்துதல் (Matching Type)
4. வகைப்படுத்துதல் (Classification Type)
5. வினாவிற்கு தொடர்புடைய துலங்கல்கள் பல கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். அப்பட்டியலிலிருந்து சரியான பதிலை தேர்ந்தெடுத்தல் (Master List Type)

### I. சரியா / தவறா

கவனிக்க வேண்டியவை

- ★ வாக்கிய அமைப்பு தெளிவாக இருக்க வேண்டும்.
- ★ சட்டென்று முடிவெடுக்க முடியாதபடி அமைதல் வேண்டும்.
- ★ சரியான வினாக்கள் எண்ணிக்கையும் தவறான வினாக்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக அமைத்தல் வேண்டும்.

## குறைகள்

- ★ மாணவர்கள் இடையே தனித்தன்மைக்கு இடம் கிடையாது.
- ★ சிந்திப்பதற்கு அதிக வாய்ப்பு இல்லை.

(எடுத்துக்காட்டு)

எல்லா பகா எண்களும் ஒற்றை எண்களே. சரியா தவறா ?

II. பல்விடை வினாக்கள்

- ★ ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 4 (அ) 5 விடைகள் கொடுக்கப்படுதல் வேண்டும்.
- ★ ஒரே ஒரு சரியான விடை மட்டும் இருக்க வேண்டும்.

III. பொருத்துதல்

ஒவ்வொரு வினாவிற்குமான பொருத்தமான பதிலை கண்டறிந்து அதற்குரிய எழுத்து குறியீட்டை எழுதவும்.

- ★ ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் சரியான பதிலை தேர்ந்தெடுத்து பொருத்துக.
- ★ அர்த்தமுள்ள வாக்கியங்களாக அமைத்தல் வேண்டும்.
- ★ சிந்திப்பதற்காக பதிலில் தேவையை விட ஒன்று அதிகமாக இருத்தல் வேண்டும்.
- ★ வினா எண்ணுருவிலும், விடை எழுத்துருவிலும் இருக்க வேண்டும்.

IV. வகைப்படுத்துதல்

சம்பந்தமில்லாதவற்றை பிரித்தெடுத்தல். கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் ஒன்று பொருத்தமில்லாமல் இருக்கும். எடுத்துக்காட்டு.

இவைகளில் ஒன்று அந்த உறவுக்கு பொருந்தாது. அதாவது,



V. முதன்மைக் குறிப்பு படிவம் (Master List Form)

கொடுக்கப்பட்ட பட்டியலிருந்து சரியானவற்றை தேர்ந்தெடுத்து நிரப்புக.

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

$$\pi r^2, \quad \frac{1}{2}bh, \quad lb, \quad \pi(R+r)(R-r), \quad \pi ab$$

வினா

- வட்டத்தின் பரப்பு : .....
- முக்கோணத்தின் பரப்பு : .....

## 10.6.2 வாய்மொழித் தேர்வு

இது ஒரு முறை சாரா தேர்வு முறை.

ஒரு கருத்துக்கு தொடர்பான பல வினாக்களைக் கேட்டு சரியான பதிலை வரவழைப்பது எதிர்பார்த்த விடைகளை பெறுவதற்கு ஏற்றவாறு வினாக்கள் கேட்கப்பட வேண்டும். கற்பிக்கும்

நோக்கத்தில் அறிவுக்கு தொடர்பான திட்டவட்டமானவற்றை நினைவு கூர்தல், குறிப்பிடுதல், தொடர்பான விவரத்தை சோதிப்பது சாத்தியமாகிறது. மனப்பாடம் செய்யும் திறனை சோதிப்பதற்கு ஏற்ற ஒரு கருவியாகும்.

கவனிக்க வேண்டியவை

1. வினாக்கள் சுருக்கமாகவும் தெளிவாகவும் அமைதல் வேண்டும்.
2. பாடப்பகுதிகளுக்கு சம முக்கியத்துவம் அளிக்கப்பட வேண்டும்.
3. பாரபட்சமின்றி வினாக்கள் வினவ வேண்டும்.
4. திறனுக்கு தொடர்பான வினாக்களை மட்டுமே கேட்க வேண்டும்.
5. தனிப்பட்ட முறையில் நடைபெற வேண்டும். (குழுவாக கேட்கக் கூடாது)
6. வினாப்பட்டியல் முன்கூட்டியே தயார் செய்து கொள்ள வேண்டும்.
7. Rating Scale ஐ சோதனைக்கருவியாக பயன்படுத்தலாம்.
8. சில கேள்விகள் மட்டுமே கேட்டு மதிப்பீடு செய்யக்கூடாது.

### 10.6.3 செயல்வழித் தேர்வு (Activity Test)

ஒரு கருத்தை எந்த செயல்வழியில் கற்பிக்கப்பட்டதோ அதே செயல்வழி முறையில் அல்லது அதற்கு இணையான செயல்வழி முறையில் மட்டுமே சோதிக்க வேண்டும். பாரபட்சமின்றி செயல்பட வேண்டும்.

### 10.7 அலகுச் சோதனை (Unit Test)

அலகுச் சோதனையும் ஒரு வகையில் அடைவுச் சோதனையே. மாத சோதனை, பருவ சோதனை (காலாண்டு, அரையாண்டு, ஆண்டிறுதி) போன்றவைகளும் அடைவுச் சோதனைகள் பொதுவாக கற்பிக்கப்பட்ட பாடப்பகுதிகள் அனைத்திலும் மாணவர்களின் அடைவு நிலையை சோதிக்கும் வகையில் வினாக்கள் அமைக்கப் பெறும். இப்பருவ சோதனைகள் மூலம் முழுமையாக மாணவர்களின் அடைவு நிலையை சோதிக்க இயலாது. ஆனால் கற்பிக்கப்பட வேண்டிய கணிதப்பாடப் பகுதிகளை சிறு சிறு பகுதிகளாக பிரித்துக் கொண்டு, ஒவ்வொரு அலகையும் கற்பித்தபின் கருத்துக்களை முழுமையாக கற்றுக் கொண்டார்களா என அறியும் வகையில் அலகுச் சோதனை அமைக்கப்பட வேண்டும்.

இச்சோதனை ஆசிரியருக்கு கற்பித்தலில் எந்த அளவுக்கு வெற்றி பெற்றார் என்று அறிய உதவும். பயனறி விவரம் (Feed back) தருகிறது. இது உருவாக்கச் சோதனையாகவும் (Formative list), தொகுச் சோதனையாகவும் (Summative List) பயன்படுகிறது. சுருள் வட்ட(Spiral) தொடர்புடைய கணிதம் போன்ற பாடங்களில் இது முன்னறிச் (Pretest) சோதனையாகவும் பயன்படுகிறது.

அலகுச் சோதனையின் படிநிலைகள்

1. சோதனையை திட்டமிடல்
2. வினாக்களை தயாரித்தல்
3. விடைத்தாள்களை சேகரித்து மதிப்பீடு செய்தல்.

### சோதனையை திட்டமிடல்

ஒவ்வொரு பாட அலகிலும் சோதனைக்கான குறிக்கோள்களை திட்டவாட்டமாக தீர்மானம் செய்தல் வேண்டும். மிக முக்கியமான பகுதிகளும், புது கருத்துக்களும் சோதனையில் இடம்பெற வேண்டும்.

ஆராய்ந்து படிக்கும் பழக்கம், வரையறைகளை அடிப்படைகளில் இருந்து வருவிக்கும் திறன், கொள்கைகளை தோற்றுவிக்கும் திறன் முதலியன சோதனையில் இடம்பெற வேண்டும். ஒவ்வொரு அலகும் முடிந்தவுடன் அதற்கான குறிக்கோள்கள் முழுமை பெற்றனவா என்பதை சோதனைகள் வெளிப்படுத்த வேண்டும்.

வினாக்களை, பாடப்பகுதியில் இங்கும், அங்கும் இல்லாமல் தரமான வினாக்களை தெரிவு செய்து வரிசைப்படுத்தி, நல்ல பயனைத் தரும் வகையில் அமைக்க வேண்டும். திட்டமிட்டு சோதனையை அமைக்க வேண்டும். அலகின் குறிக்கோள்கள், வினா வகை எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைத் திட்டமிட வேண்டும். சோதனையின் முக்கியத்துவத்தைப் பொறுத்து மொத்த மதிப்பெண்களை பங்கீடு செய்ய வேண்டும்.

### 10.8 நோக்கங்களின் அடிப்படையில் பங்கீடு (Weightage to Objectives)

எடுத்துக்காட்டாக,

எண்	கற்பிப்பதன் குறிக்கோள்	மதிப்பெண் சதவீதம்	மதிப்பெண்
1.	அறிதல் (K)	30	7
2.	புரிதல் (U)	40	10
3.	ஆளல் (A)	15	4
4.	ஆற்றல் (S)	15	4
		100	25

ஒரு சோதனைத் தாளில் மிகவும் எளிமையான வினாக்களை மட்டுமே தெரிவு செய்து புனையக் கூடாது. அது போலவே எல்லா வினாக்களும் கடினமாகவும் அமையக் கூடாது. வினாக்களில் 30% கடினமாகவும், 30% எளிமையாகவும், 40% இடைநிலையிலும் இருக்கும் பட்சத்தில் மாணவர்களின் திறனை நன்கு சோதிக்க முடியும்.

### 10.8.1 வினாவகைக்கான பங்கீடு (Weightage to the difficulty level)

எண்	வினா வகை	மதிப்பெண் சதவீதம்	மதிப்பெண்
1.	எளியது	30	8
2.	இடைநிலை	40	10
3.	கடினம்	30	7
		100	25

சோதனைக்கு மாணவர்கள் எவ்வளவு நேரம் எடுத்துக்கொள்வார்கள் என்று திட்டமிட்டு இருக்க வேண்டும். எவ்வளவு நேரம் சோதிக்கப்படுவார்கள் என்பதை அறிந்திருக்க வேண்டும். எனவே எத்தனை வினாக்கள் கேட்கப்பட வேண்டும் என்பதற்கு ஒரு தகுந்த நிலையான வரைவு இது மட்டுமே அல்ல. அலகிற்கு ஏற்ப, பாடத்தின் தன்மைக்கு ஏற்ப, மாற்றியமைத்து கொள்ளலாம் காரண காரியங்களை முறைபடுத்திக் கொள்ள வேண்டும்.

### 10.8.2 வினா வகைக்கான மதிப்பெண் பங்கீடு (Weightage to different types of questions)

வ.எண்	வினா வகைகள்	வினாவகை மதிப்பெண்	வினாக்களின் எண்ணிக்கை	மதிப்பெண்	சதவீதம்
1.	பெருவினா	5	2	10	40%
2.	சிறுவினா	3	2	6	24%
3.	மிகச் சிறுவினா	2	2	4	16%
4.	புறவய வினா	1	5	5	20%
	மொத்தம்		11	25	100%

இது போலவே எந்த பாடப்பகுதியில் மாணவர்களுக்கு சோதனை செய்கிறோமோ அப்பாடப்பகுதியில் எந்தெந்த பகுதி எவ்வளவு முக்கியமானது என்பதை திட்டமிட்டு அறிந்து முக்கிய வினாக்களின் மதிப்பெண் சதவீதத்தை தேவைக்கேற்ப மாற்றியமைத்து வழங்க வேண்டும்.

சோதிக்கப்பட வேண்டிய திறன்கள் அறிதல் (K), புரிதல் (U), ஆளல் (A) ஆற்றல் (S) ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை வினாக்கள், வினாக்களின் தன்மை பாடப்பொருளின் முக்கியத்துவம் பற்றி ஆசிரியர் நன்கு அறிந்து, அதன் அடிப்படையில் அலகுச் சோதனைத்தாள் தயாரித்தல் வேண்டும்.

## வினாத்தாள் வடிவமைப்பு

அலகுச் சோதனை

வகுப்பு VI

காலம் 30 நிமிடம்

வ. எண்	நோக்கம் பாடப்பகுதி	அறிதல் (Knowledge)					புரிதல் (understanding)					ஆளல் (Application)					ஆற்றல் (Skill)					மொத்தம்	
		பெ	சி	மி.சி	பு.வ	மொ	பெ	சி	மி.சி	பு.வ	மொ	பெ	சி	மி.சி	பு.வ	மொ	பெ	சி	மி.சி	பு.வ	மொ		
1	கருத்தை அறிதல்				1 (1)	1														2 (1)	1 (1)	3	4
2	எழுதும் முறை			2 (1)		2		3 (1)		3													5
3	அமைப்பு				1 (1)	2																	2
4	ஒப்பிடுதல்								1 (1)	1	5 (1)				5								6
5	கேட்ட விதத்தில் பிரித்தல்							3 (1)		3	5 (1)				5								8
						5				7				10								3	25

204

குறிப்பு

பெ- பெருவினா

சி- சிறுவினா

மி.சி - மிகச்சிறு வினா

பு.வ-புறவய வினா

அடைப்புக்குள் - வினாக்கள் எண்ணிக்கை

அடைப்பில் இல்லாதது /மதிப்பெண்

$$\text{அறிதல் } \frac{5}{25} = 20\%$$

$$\text{புரிதல் } \frac{7}{25} = 28\%$$

$$\text{ஆளல் } \frac{10}{25} = 40\%$$

$$\text{ஆற்றல் } \frac{3}{25} = 12\%$$



## 10.9 கணிதத்தில் தனியாள் வேற்றுமை

கணிதம் – ஒரு கருத்து செறிவு மிக்க பாடம்; கருத்துக்களில் மாணவர்கள் அடைவு சீராக அமைய வாய்ப்பில்லை. முதிர்ச்சியில் வேறுபாடு இருக்கும். மீத்திற மாணவர்கள், பின்தங்கிய மாணவர்கள் என்றெல்லாம் இருக்க வாய்ப்பு அதிகம் உள்ளது.

திறமையின் அடிப்படையில் மாணவர்களை குழுக்களாக பிரித்து தனியாக தேர்வுகளை திட்டமிட்டு நடத்தலாம். மீத்திற மாணவர்களின் திறனுக்கேற்றவாறு திட்டங்கள், அதிகப்படியான கணக்குகள், சிக்கலான கணக்குகள், அதிகப்படியான செயல்முறை வேலைகள், அவர்கள் ஆகியவற்றைக் கொடுக்கலாம்.

தேர்ச்சி அளவில் பின்தங்கி இருப்பவர்கள், அறிவு, ஆற்றல், முன்னறிவு ஆகியவற்றில் சிறந்தது. ஆனால், அவர்களின் சிலர் மெல்ல கற்போராக இருப்பர். இவர்களுக்கு உண்மைக் காரணங்களை கண்டறிந்து சூழ்நிலையை மாற்றி அமைத்தாலோ, ஊக்கம் கொடுத்தாலோ மெதுவாக கற்போர் நல்ல மதிப்பெண் பெறுவர்.

ஆசிரியரை சார்ந்த சில காரணங்களாலும் மாணவர்கள் தேர்ச்சி அடைவு நிலை குறைய வாய்ப்புள்ளது.

கற்பிக்கும் பாடத்திற்கு குறிக்கோள் இல்லை என ஆசிரியர்களே பல சமயம் எண்ணுகின்றனர்.

அவசர அவசரமாக (பாடச் சுமை என்று கூறி) பாடப்பொருளை கற்பிப்பது, ஆசிரியரின் முன்னேற்பாடு இல்லாமையே ஆகும்.

கருத்துக்களையும், கோட்பாடுகளையும், புலனீடாகவோ அல்லது காட்சி வடிவமாகவோ அமைக்காமல் கற்றுக் கொடுப்பது.

பன்முறை பயிற்சிகளுக்கு திட்டமிடாமை போன்ற காரணங்களால் மாணவர் தேர்ச்சி அடைவு குறையலாம். சில சமயங்களில் நிர்வாகத்தை சார்ந்தும் தேர்ச்சி அடையும் நிலை குறைய வாய்ப்பு உள்ளது.

### 10.9.1 நெறிமுறைகள்

கல்விக் குறிக்கோள்கள் நிறைவேறும் வண்ணம் பாடப்பொருளும், கற்பித்தல் முறைகளும் அமைய வேண்டும், மதிப்பிடுதலில் குறிக்கோள் அனைத்தும் செவ்வனே நிறைவேறியுள்ளனவா என்பதை கணிக்க வேண்டும். எந்த கற்றல் பகுதியை சோதிக்க நினைத்தோமோ அப்பகுதியை நன்கு வரையறுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

சோதனை செய்யும் முறையினை தேர்வு செய்ய வேண்டும். எழுத்துத் தேர்வா? வாய் வழித் தேர்வா? செய்முறைத் தேர்வா? என்பதை முடிவு செய்து கொள்ள வேண்டும்.

தேர்வு நேரத்தை நிர்ணயித்துக் கொள்ள வேண்டும். வினாக்களின் எண்ணிக்கையையும் நிர்ணயிக்க வேண்டும். வினா முறைகள், விடைத்தாள் இவற்றை தயாரித்து வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். வினாவடிவமைப்பு படிவம் (Blue Print) தயாரித்து வைத்துக்கொள்ள வேண்டும். தேர்வு முடிவுகளை எவ்வாறு ஆய்வு செய்ய வேண்டும் என்று திட்டமிட்டுக் கொள்ள வேண்டும். கல்விக் குறிக்கோள்களின் அடிப்படை நோக்கம்

நிறைவேறுகிறதா என்பதை ஆய்வு செய்யும் வகையில் தேர்வு முடிவுகளை ஆய்வு செய்ய வேண்டும்.

வினாத்தாளில் ஒரே வகையான வினாக்கள் ஒரே இடத்தில் இருக்க வேண்டும். (பெரு வினா, சிறு வினா, மிகச்சிறு வினா, புறவய வினா) வினாக்கள் மிகத்தெளிவாகவும், எளிமையாகவும் இருக்க வேண்டும்.

- ★ வினாக்கள் மாணவர்களின் சிந்தனையை தூண்டுவதாக அமைய வேண்டும்.
- ★ அறிவை சோதிப்பவையாக இருக்க வேண்டும்.
- ★ விடைகள் எழுதுவதற்கான குறிப்புகள் மற்றும் விதிகள் தெளிவாக குறிப்பிடப்பட்டிருக்க வேண்டும்.
- ★ வினா அமைப்பு (Suggestive) விடைகளை தூண்டும் வகையில் இருக்கக் கூடாது.

### 10.10 தேர்வினை நடத்துதல்

தேர்வை நடத்துவதற்கான இடம், அமர்வதற்கான ஏற்பாடு, காற்றோட்ட வசதி, வெளிச்சம் போதுமானதாக இருத்தல் வேண்டும். தேர்வு நேரம் போதுமான அளவுக்குக் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

சாதாரணமாக 80% மாணவர்கள் அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும் என்பதை கணக்கிட்டு காலஅளவை நிர்ணயிக்க வேண்டும். மாணவர்களுக்கு தேர்வுக்கு தேவையான குறிப்புகளை வழங்க வேண்டும்.

மேற்பார்வையாளர்களை 20 மாணவர்களுக்கு ஒருவர் வீதம் நியமிக்க வேண்டும்.

#### 10.10.1 விடைத்தாள் தயாரித்தல்

மாணவர்களின் விடைத்தாள்களை மதிப்பீடு செய்வதற்கு ஆசிரியர் முன்கூட்டியே வினாக்களுக்கான சரியான பதிலை தயாரித்து வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். விடைத்தாளில் படி மதிப்பெண் (Step Mark) வழங்கப்படுவதற்கான குறுப்புகளை முன்கூட்டியே தயாரித்து வைத்துக்கொள்ள வேண்டும். மதிப்பீடு செய்யும்போது விருப்பு வெறுப்பின்றி செயல்பட வேண்டும். ஒரு ஆசிரியர் மதிப்பீடு செய்த விடைத்தாளை மற்றொரு ஆசிரியர் மதிப்பீடு செய்தால் மதிப்பெண் வித்தியாசம் பெரும்பாலும் இருத்தல் கூடாது.

விடைத்தாளை மதிப்பீடு செய்த பின் மாணவர்களின் மதிப்பெண் பட்டியல் தயார் செய்ய வேண்டும். மாணவர் முன்னேற்ற அறிக்கை அட்டையை பதிவு செய்து பெற்றோர்களுக்கு தெரிவிக்க வேண்டும். அவர்களுக்கு 'வழிகாட்டுதலுக்கும்' திட்டமிட வேண்டும்.

#### 10.10.2 மாணவர் முன்னேற்ற அறிக்கை தயாரித்தல்

கல்வியாண்டு முழுவதற்குமாக கல்வி செயல்பாடுகளிலும் கல்வி புற செயல்பாடுகளிலும் மாணவர்களின் முன்னேற்றத்தை அறிக்கையாக தயார் செய்து பெற்றோர்களுக்கு அறிவிக்க வேண்டும். மாணவர்களுக்கும் பெற்றோர்களுக்கும் தேவையான அறிவுரைகளையும் வழிக்காட்டுதலுக்கான குறிப்புகளையும் கொடுக்க வேண்டும்.

மாணவர் முன்னேற்ற அறிக்கை (Progress Report)

மாணவர் முன்னேற்ற அறிக்கை

பள்ளி : .....							
மாணவர் பெயர் : .....							
வ. எண்	பாடம்	முதல் தேர்வு		இரண்டாம் தேர்வு		மூன்றாம் தேர்வு	
		பெற்ற மதிப்பெண்	வகுப்பு சராசரி	பெற்ற மதிப்பெண்	வகுப்பு சராசரி	பெற்ற மதிப்பெண்	வகுப்பு சராசரி
1	தமிழ்						
2	ஆங்கிலம்						
3	கணக்கு						
4	அறிவியல்						
5	சமூக அறிவியல்						
	சராசரி						
	தரநிலை						
	உடற்கல்வி						
	கைவேலை						
	பொதுஅறிவு						
	வரைதல்						
	சுத்தம்						
	கீழ்ப்படிதல்						
	தலைமைப்பண்பு						
	காலம் தவறாமை						
	ஆசிரியர் கையொப்பம்						
	தலைமை ஆசிரியர்						
	பெற்றோர் கையொப்பம்						

## 10.11 செயலாராய்ச்சி

புதிய உண்மைகளை கண்டறிவதற்கான ஒரு வழி செயலாராய்ச்சி. புதிய கொள்கைகளையும் புதிய பயன்பாடு வழிகளையும் இதனால் பெற முடியும். Dr. S.M.Corey என்பவர் கற்றல் – கற்பித்தல் முறைகளை நல்ல முறையில் புரிந்து கொள்வதற்கும் எந்த சூழ்நிலையில், வெற்றியை பெற முடியும் என்பதை அறிந்து கொள்ளவும் இது பயன்படுகிறது என்று வரையறுக்கிறார். P.M. Cooks என்பவர் ஆராய்ச்சி என்பது ஒரு நேர்மையான விசாலமான அறிவார்த்தமான உண்மையினை கண்டறியும் வழி என்று வரையறுக்கின்றார்.

ஆராய்ச்சிகளை இரண்டு வகைகளாக பிரிக்கலாம். அவை 1) அடிப்படை அல்லது ஆதார ஆராய்ச்சி (Fundamental or basic) 2) செயலாராய்ச்சி அல்லது பயன்பாட்டாராய்ச்சி (Applied)

### செயலாராய்ச்சி

Dr.S.M. Corey என்பவர் கல்வியில் முதன்முறையாக செயலாராய்ச்சி என்ற கருத்தை பயன்படுத்தினார். செயலாராய்ச்சி உளவியல் மற்றும் சமூக உளவியல் துறைகளில் இருந்து தொடங்கி இருக்கலாம். பெரும்பாலும் செயலாராய்ச்சியினை ஆசிரியர்கள், பள்ளி முதல்வர்கள், நிர்வாகத்தினர்கள் அவரவர் செயல்களில் பயிற்சிகளில் நல்ல முன்னேற்றம் பெற பயன்படுத்துகிறார்கள்.

வரையறைகள்

Corey. SM.

“Action Research is a process for studying problems & practitioners scientifically to take decision for improving the common practice”

Black Bell

“Research concerned with school problems carried on by school persone to improve the practice in action research”

Mr. Threte

A.R. is organised investigative activity aimed towards, the study of concentrative change of given endeavour by individual or group concerned with change of improvement.

செயலாராய்ச்சி கற்றல் – கற்பித்தலில் ஆசிரியர்களுக்கு வகுப்பறை சிக்கல்களை தீர்க்க பயன்படுகிறது. கற்றல் அடைவுகளை உயர்த்தவும் பயன்படுகிறது.

### 10.11 செயலாராய்ச்சியின் பண்புகள்

- ★ கல்வி முன்னேற்றங்களை முறைப்படுத்துவதற்கு பயன்படுகிறது.
- ★ தினசரி வாழ்க்கையில் ஏற்படும் சிக்கல்களை தீர்க்க பயன்படுகிறது.

- ★ சிக்கல்களுக்கு நடைமுறைத் தீர்வை அறிவியல் பூர்வமாக கண்டறிய பயன்படுகிறது.
- ★ தொழிலில் ஈடுபடும் நபரே செயலாராய்ச்சி செய்கிறார்.
- ★ நடைமுறை பயிற்சிகளையும், முன்னேற்றங்களையும், மாற்றங்களையும் முன்னிலைப்படுத்தி செயல்படுகிறது.

#### 10.11.2 செயலாராய்ச்சியின் குறிக்கோள்கள்

- ★ செயலாராய்ச்சி அகலமானது மற்றும் ஆழமானது.
- ★ பள்ளி நிர்வாகம் திறமையாக செயல்பட உதவுகிறது.
- ★ வகுப்பறை செயல்பாடுகளைல் முன்னேற்ற உதவுகிறது.
- ★ பள்ளி நிர்வாகத்தில் ஏற்படும் சிக்கல்களுக்கு தீர்வு காண உதவுகிறது.
- ★ பள்ளி நிர்வாகத்தினர், முதல்வர், மேலதிகாரிகள், ஆசிரியர்கள் இவர்களின் அறிவியல் மனப்பான்மையை வளர்த்திட உதவுகிறது.
- ★ ஆசிரியர் மாணவர்களிடத்தில் உள்ள சுதந்திர மனப்போக்கு புரிந்துகொள்ளுதலில் ஏற்படும் சிக்கல்களுக்கு தீர்வு காண பயன்படுகிறது.
- ★ கற்றல் – கற்பித்தல் திறனுடையதாக அமைய பயன்படுகிறது.
- ★ கற்றல் அடைவு நிலையை வளர்த்திட பயன்படுகிறது.

#### 10.11.3 செயலாராய்ச்சியின் படிநிலைகள்

- ★ சிக்கலை கண்டறிதல்.
- ★ சிக்கலை வரையறுத்தல்.
- ★ சிக்கலுக்கான தீர்வுகளை பகுத்தறிதல்.
- ★ செயலாராய்ச்சிக்கான கருதுகோளை உருவாக்குதல்.
- ★ கருதுகோள்களை சோதிப்பது.
- ★ முடிவுகளை தொகுத்துரைத்தல்.

#### 10.11.4 செயலாராய்ச்சியின் பயன்கள்

- ★ பள்ளியில் வேலை சூழ்நிலையை உயர்த்த உதவுகிறது.
- ★ வகுப்பறை கற்றல் – கற்பித்தல் முறைகளை சூழ்நிலைக்கேற்ப மாற்றியமைத்துக் கொள்ள உதவுகிறது.
- ★ வகுப்பறை சிக்கலுக்கான நடத்தை, கட்டுப்பாடு, குறைந்த வருகைப் பதிவு இவற்றுக்கான தீர்வுகள் பெற வழிவகை செய்கிறது.
- ★ பள்ளி நிர்வாகத்திற்கு மேலாண்மையில் ஏற்படும் சிக்கல்களை தீர்க்க உதவுகிறது.
- ★ பழைய முறைகளை நீக்கி புதிய முறைகளை புகுத்திட உதவுகிறது.
- ★ மாணவர்களின் ஆர்வங்களை உயர்த்திட உதவுகிறது.
- ★ பள்ளிக்கான நடைமுறைகளை மேன்மைப்படுத்திட உதவுகிறது.

## 10.12 நேர்கோட்டு வரைபடம்

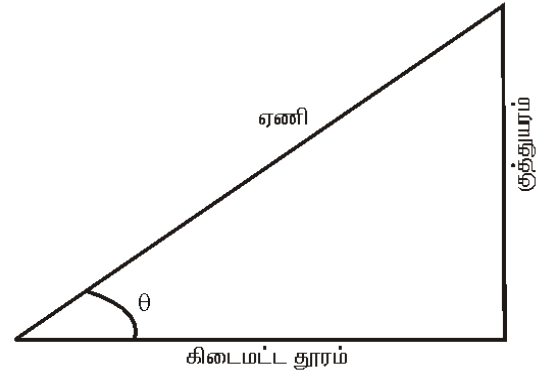
I. நேர்கோடு வரைந்து அதன் சாய்வு மற்றும் வெட்டுத் துண்டுகள் காணல்.

ஒருபடி சமன்பாடு, ஓர் நேர் கோட்டை குறிப்பிடுகிறது என்பது நமக்கு தெரியும். அதாவது  $ax+by+c=0$  என்பது ஓர் நேர்கோட்டின் பொதுச் சமன்பாடு ஆகும். இங்கு  $a, b, c$  ஆகிய மதிப்புகள் மூலம் அக்கோட்டின் சாய்வினையும்,  $x, y$  - அச்சின் வெட்டுத்துண்டுகளையும் காணலாம்.

$y = mx + c$  என்பதும் ஓர் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும். இங்கு  $m$  என்பது கோட்டின் சாய்வினையும்  $c$  என்பது  $y$  - வெட்டுத்துண்டினையும் குறிப்பிடுகிறது.

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  என்பதும் ஓர் நேர்கோட்டின் சமன்பாடாகும். இங்கு  $a, b$  என்பவை முறையே  $x, y$  - அச்ச வெட்டுத்துண்டுகள் ஆகும்.

$\tan \theta = \frac{\text{குத்துயரம்}}{\text{கிடைமட்ட தூரம்}}$  என்பது சாய்வினை குறிக்கும் என்பதுவும் நமக்கு தெரியும்



எனவே சமன்பாட்டிலிருந்து காணப்படும் சாய்வினை கோடு வரைந்து  $\tan \theta$  கணக்கீட்டு சோதித்து அறியலாம்.

### எடுத்துக்காட்டு 1

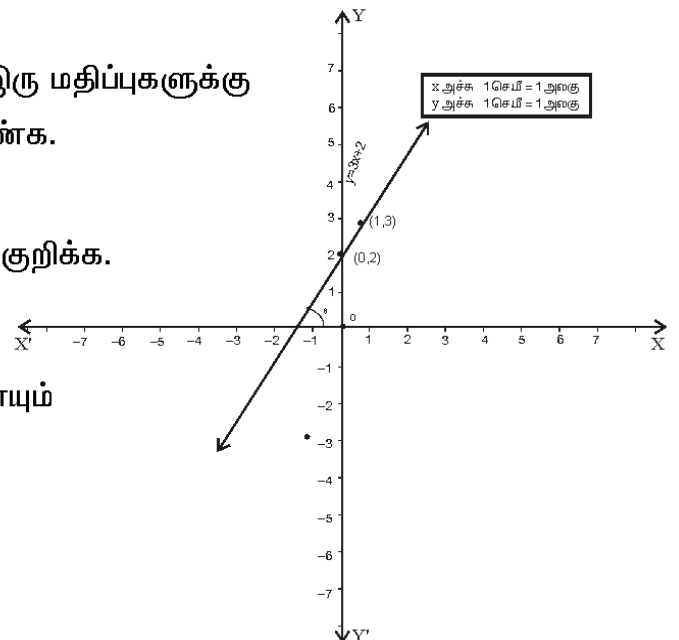
$y = x + 2$  என்ற சமன்பாட்டின் வரைந்து சாய்வினை  $\tan \theta$  மூலம் உறுதிப்படுத்துக.

தீர்வு

x	0	1
y	2	3

$x$ -ன் ஏதேனும் இரு மதிப்புகளுக்கு  $y$  மதிப்புகள் காண்க.

இவற்றை வரைபடத்தாளில் திட்ட முறையில் குறிக்க.



(0,2) மற்றும் (1,3) ஆகிய இரு புள்ளிகளையும் இணைந்து ஓர் நேர்கோடு வரைக.

இதுவே  $y = x + 2$  -ன் நேர்கோடாகும்

$y = x + 2$  ஐ  $y = mx + c$  உடன் ஒப்பிட

சாய்வு  $m = 1$  என்பது தெளிவு

## எடுத்துக்காட்டு 2

$y = -x + 7$  என்ற சமன்பாட்டின் நிறைவு செய்யும் நேர்கோட்டினை வரைந்து, சாய்வினை  $\tan \theta$  மூலம் உறுதிப்படுத்துக.

தீர்வு

$x$ -ன் ஏதேனும் இரு மதிப்புகளுக்கு  $y$  மதிப்புகள் காண்க.

x	0	7
y	7	0

(7,0) மற்றும் (0,7) ஆகிய இரு புள்ளிகளையும் இணைத்து ஓர் நேர்கோடு வரைக.

இதுவே  $y = -x + 7$ -ன் நேர்கோடாகும்.

$y = -x + 7$  ஐ  $y = mx + c$  யுடன் ஒப்பிடும் போதும் சாய்வு  $m = -1$  என்பது தெளிவு.

வரையப்பட்ட நேர்கோட்டில் ஏதேனும் ஓர் கோட்டுத் துண்டினை கர்ணமாகக் கொண்டு ஓர் செங்கோண முக்கோணம் வரைக. வசதிக்காக  $x$  மற்றும்  $y$  அச்சத் துண்டுகளை பிற பக்கங்களாக கொள்ளலாம்.

கோடானது  $x$  அச்சுடன் ஏற்படுத்துக் கோணத்தினை  $\theta$  ஐ மிகை  $x$  அச்சின் எதிர்திசையில் அளக்க வேண்டும்.

அவ்வாறெனில்  $\angle OAB = 180 - \theta$  ஆகும்.

$$\text{இவ்வாறு } \tan \theta = \frac{\text{குத்துயரம்}}{\text{கீழ் மட்ட தூரம்}} = \frac{OA}{OB} = \frac{2}{2}$$

$$\text{ஆனால் } -\tan(180 - \theta) = -\tan \theta$$

$$-\tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = -1$$

எனவே சாய்வு  $-1$  ஆகும்.

குறிப்பு

எ-டு (1) -ல் சாய்வு மிகையாகவும், எ-டு (2) ல் சாய்வு குறையாகவும் உள்ளது.

இதனை நடைமுறையில் விவரிக்கலாம்

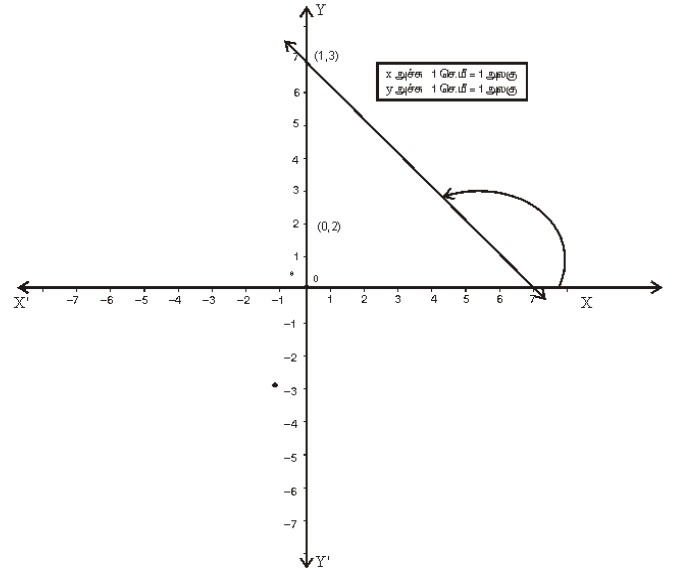
எ-டு (1) -ல்  $x$  அதிகரிக்கும் போது  $y$  -ம் அதிகரிக்கும். அதாவது இதனை நேர்மாறல் (Direct Variables) எனலாம். எ-டு (2) ல்  $x$  அதிகரிக்கும் போது  $y$  -ன் மதிப்பு குறைந்து கொண்டே செல்லும் இதனை எதிர்மாறல் (Indirect Variables) எனலாம்.

கற்றல் செயல் : பின்வருவனவற்றிற்கு வரைபடம் வரைக

$$y = \frac{1}{2}x - 5$$

$$y = 2x + 3$$

$$x + 2y + 4 = 0$$



## கற்றவை

- நல்ல சோதனையின் பண்புகள்
- மதிப்பிடுதலின் பயன்கள்
- சோதனைகளும் தேர்வுகளும்
- அடைவு சோதனை
- குறையறி சோதனை
- தேர்வு / மதிப்பீடு வேறுபாடுகள்
- தேர்வு / சோதனை வேறுபாடுகள்
- மதிப்பீட்டுக் கருவிகள்
- தேர்வுகளின் வகைகள்
- அலகுச் சோதனை
- வினாத்தாள் வடிவமைப்பு
- தனியாள் வேற்றுமை
- தேர்வின் நெறிமுறைகள்
- தேர்வினை நடத்துதல்
- விடைத்தாள் தயாரிப்பு
- மாணவர் முன்னேற்ற அறிக்கை
- செயலாராய்ச்சி
- நேர்கோட்டு வரைபடம்
  - நேர்க்கோடு வரைதல்
  - சாய்வு, வெட்டுத்துண்டை காணுதல்
  - நேர்மாறல், எதிர் மாறல் - தொடர்பு



# இணைப்புகள்

## வினாத்தாள் கட்டமைப்பு

- ❖ வினாத்தாள் பிரிவு அ, பிரிவு ஆ, பிரிவு இ ஆகிய மூன்று பிரிவுகளைக் கொண்டது.
- ❖ 2 மதிப்பெண்கள் கொண்ட வினாக்கள் அடங்கிய பகுதி, பிரிவு 'அ' ஆகும்.
- ❖ 4 மதிப்பெண்கள் கொண்ட வினாக்கள் அடங்கிய பகுதி, பிரிவு 'ஆ' ஆகும்.
- ❖ 10 மதிப்பெண்கள் கொண்ட வினாக்கள் அடங்கிய பகுதி, பிரிவு 'இ' ஆகும்.

### பிரிவு - அ (மதிப்பெண்கள் 40)

- ❖ இப்பிரிவில் 20 வினாக்கள் கேட்கப்படும்
- ❖ ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் மதிப்பெண் 2 ஆகும்.
- ❖ அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டும்.
- ❖ 10 வினாக்கள், வளநூல் அலகு 1, 2, 3, 4 மற்றும் 6 முதல் 10 வகுப்பு வரையிலான பாடநூற்களிலிருந்து கேட்கப்படும்.
- ❖ 10 வினாக்கள் வளநூல் அலகு 5, 6, 7, 8, 9, 10 ஆகியவற்றிலிருந்து கேட்கப்படும்.

### பிரிவு - ஆ (மதிப்பெண்கள் 40)

- ❖ பிரிவு - ஆ, இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- ❖ பகுதி - I -ல் 8 வினாக்கள் வளநூல் அலகு 1, 2, 3, 4 மற்றும் 6 முதல் 10 வரையிலான பாடநூற்களிலிருந்து கேட்கப்படும்.
- ❖ ஏதேனும் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.
- ❖ பகுதி - II -ல் 8 வினாக்கள் வளநூல் அலகு 5, 6, 7, 8, 9, 10 ஆகியவற்றிலிருந்து கேட்கப்படும்.
- ❖ ஏதேனும் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.
- ❖ ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் மதிப்பெண் 4 ஆகும்.

## பிரிவு – இ மதிப்பெண் 20

- ❖ இப்பிரிவில் இரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டும்.
- ❖ ஒவ்வொரு வினா எண்ணிலும் இரு வினாக்கள் 'அல்லது' அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்.
- ❖ ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் மதிப்பெண் 10 ஆகும்.
- ❖ இப்பிரிவில் உள்ள 4 வினாக்களும் வளநூல் அலகு 7, 8, 9 & 10 லிருந்து கேட்கப்படும்.

### பொதுக்குறிப்புகள்

1. 2 மதிப்பெண் வினா, கணக்குகளாக இருப்பின் அதற்கு தகுந்த விடையினையும், கணக்கு அல்லாத வினாக்களாக இருப்பின் குறைந்தது இருபடிநிலைகள் (2 கருத்துக்கள்) கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.
2. 4 மதிப்பெண் வினா, கணக்குகளாக இருப்பின் அதற்கு தகுந்த விடையினையும், கணக்கு அல்லாத வினாக்களாக இருப்பின் குறைந்தது 4 படிநிலைகள் (4 கருத்துகள்) கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.
3. 10 மதிப்பெண்கள் வினாக்களுக்கு சற்று விரிவாக தேவையான அளவில் விடையளிக்க வேண்டும்.

## வினா வரைவு

பிரிவு கூறுகள்	அ	ஆ		இ	மொத்த மதிப்பெண்கள்	%
		பகுதி I	பகுதி II			
அறிதல் Knowledge (K)	4	1	1		16	11
புரிதல் Understanding (U)	4	2	3	1	38	26
ஆளல் Application (A)	8	3	2	2	56	39
ஆற்றல் Skill (S)	4	2	2	1	34	24
மொத்தம்	20	16		4	144	100

### அகமதிப்பீடு – மதிப்பெண் பங்கீடு

1. தானே கற்றல் கருவிகள் (Self learning Kit) மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள் பற்றி ஒரு கட்டுரை வரைக } 5
2. ஒப்படைப்புகள் (2)
  - \* வளநூல் பாடப்பொருளிலிருந்து (1) } 5
  - \* பள்ளிப் பாடநூல் பாடப்பொருளிலிருந்து (1)
3. வினாடி-வினா நிகழ்ச்சிகள் (2)
  - \* பள்ளியில்(1) } 5
  - \* நிறுவனத்தில் (1)
4. குறிப்பிட்ட கணித கருத்துகளுக்கு ஏதேனும் இரண்டு கற்றல் கருவிகள் உருவாக்குதல், பயன்படுத்தும் விதம் பற்றி விளக்கம் எழுதுதல். } 5
5. கற்பித்தல் மேற்கொள்ளும் பள்ளியில் அலகுத்தேர்வு நடத்துதல்
  - \* வினா வரைவு தயாரித்தல்
  - \* வினாத்தாள் தயாரித்தல்
  - \* விடைக்குறிப்புகளும் மதிப்பெண் பங்கீடும்
  - \* மதிப்பெண் பட்டியல்
  - \* மதிப்பெண் பட்டியலுக்கு நிகழ்வெண் பட்டியல் தயாரித்தல்
  - \* மையப்போக்கு அளவைகளின் மதிப்பு கண்டறிந்து பகுப்பாய்வு குறிப்பு எழுதுதல்
  - \* வரைபட விளக்கம்

வினாத்தாள் வடிவமைப்பு – முன்வரைவு-1														
அலகு	பாடப் பகுதிகள்	அறிதல் (K) Knowledge			புரிதல் (U) Understanding			ஆளல் (A) Application			ஆற்றல் (S) Skill			மதிப்பெண்
		சி.வி	கு.வி	பெ.வி	சி.வி	கு.வி	பெ.வி	சி.வி	கு.வி	பெ.வி	சி.வி	கு.வி	பெ.வி	
I	அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதத்தின் பயன்பாடு	1 (2)	-	-	-	1 (4)	-	-	-	-	-	-	-	6
II	இயற்கணிதம்	1 (2)	-	-	-	-	-	1 (2)	2 (4)	-	-	-	-	12
III	புள்ளியியல்	1 (2)	-	-	-	1 (4)	-	1 (2)	-	-	-	-	-	8
IV	செய்முறை வடிவியல்	-	-	-	1 (2)	-	-	1 (2)	-	-	-	-	-	4
Content - 1	6-8 வகுப்பு (பாடப்பகுதிகள் 2,4,6,7)	-	1 (4)	-	1 (2)	-	-	-	-	-	-	1 (4)	-	10
Content - 2	9 ஆம் வகுப்பு (பாடப்பகுதிகள் 4,9,10,11) 10 ஆம் வகுப்பு (பாடப்பகுதிகள் 10,11)	-	-	-	1 (2)	-	-	1 (2)	1 (4)	-	-	1 (4)	-	12
V	உத்திசார் கற்பித்தல்	-	-	-	-	1 (4)	-	1 (2)	1 (4)	-	-	1 (2)	-	12
VI	கணிதத்தில் தீர்வாய்வுக் கற்றல்	-	-	-	1 (2)	1 (4)	-	-	1 (4)	-	-	1 (2)	-	12
VII	வாக்கியக் கணக்குகள்	-	-	-	-	1 (4)	1 (10)	1 (2)	-	-	1 (2)	-	-	18
VIII	கற்றல் மேம்பாட்டைய கலைத்திட்ட ழுச்செயல்கள்	1 (2)	-	-	-	-	-	-	-	1 (10)	-	-	1 (4)	16
IX	கற்றலில் குறைபாடுகளும், கருத்துப் பரிமாற்றமும்	-	1 (4)	-	-	-	-	1 (2)	-	-	-	-	-	16
X	மதிப்பீடு	-	-	-	-	-	-	1 (2)	-	1 (10)	1 (2)	1 (4)	-	18
	மொத்தம்	4(2)	2(4)	-	4(2)	5(4)	1(10)	8 (2)	5 (4)	2(10)	4(2)	4(4)	1 (10)	144
<p style="text-align: center;">சி.வி – சிறுவினா      கு.வி-குறுவினா      பெ.வி-பெருவினா</p>														

வினாத்தாள் வடிவமைப்பு - முன்வரைவு II

அலகு	பாடப் பகுதிகள்	அறிதல் (K) Knowledge			புரிதல் (U) Understanding			ஆளல் (A) Application			ஆற்றல் (S) Skill			மதிப் பெண்
		சி.வி	கு.வி	பெ.வி	சி.வி	கு.வி	பெ.வி	சி.வி	கு.வி	பெ.வி	சி.வி	கு.வி	பெ.வி	
I	அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதத்தின் பயன்பாடு	-	-	-	1 (2)	-	-	-	1 (4)	-	-	-	-	6
II	இயற்கணிதம்	1 (2)	-	-	-	-	-	1 (2)	2(4)	-	-	-	-	12
III	புள்ளியியல்	-	-	-	1 (2)	1 (4)	-	1 (2)	-	-	-	-	-	8
IV	செய்முறை வடிவியல்	-	-	-	1 (2)	-	-	1 (2)	-	-	-	-	-	4
Content - 1	6-8 வகுப்பு (பாடப்பகுதிகள் 2,4,6,7)	-	-	-	1 (2)	1 (4)	-	-	-	-	-	1 (4)	-	10
Content - 2	9 ஆம் வகுப்பு (பாடப்பகுதிகள் 4,9,10,11) 10 ஆம் வகுப்பு (பாடப்பகுதிகள் 10,11)	1 (2)	1 (4)	-	-	-	-	1 (2)	-	-	-	1 (4)	-	12
V	உத்திசார் கற்பித்தல் பித்தல்	-	-	-	-	1 (4)	-	1 (2)	1 (4)	-	-	-	-	12
VI	கணிதத்தில் தீர்வாய்வுக் கற்றல்	1 (2)	-	-	-	1 (4)	-	-	1 (4)	-	-	-	-	12
VII	வாக்கியக் கணக்குகள்	-	1 (4)	-	-	-	1 (10)	1 (2)	-	-	-	-	-	18
VIII	கற்றல் மேம்பாட்டைய கலைத்திட்ட புறச்செயல்கள்	1 (2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1 (4)	1 (10)	16
IX	கற்றலில் குறைபாடுகளுக்கும், கருத்துப் பரிமாற்றமும்	-	-	-	-	1 (4)	-	1 (2)	-	1 (10)	-	-	-	16
X	மதிப்பீடு	-	-	-	-	-	-	1 (2)	-	1 (10)	1 (2)	1 (4)	-	18
	மொத்தம்	4(2)	2(4)	-	4(2)	5(4)	1(10)	8 (2)	5 (4)	2(10)	4(2)	4(4)	1 (10)	144
		சி.வி - சிறுவினர்			கு.வி-குறுவினர்			பெ.வி-பெருவினர்						

# ஆசிரியர் பட்டயத் தேர்வு இரண்டாம் ஆண்டு

## மாதிரி வினாத்தாள் – I

நேரம் : 3 மணி நேரம்

மதிப்பெண்கள் : 100

பிரிவு – அ

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 2 மதிப்பெண்

20 x 2 = 40

1. கணிதத்தில் சமுதாயப்பயன்கள் இரண்டினைக் கூறுக.
2. வரையறு : மாறி, மாறிலி
3. ஓரின உறுப்புகளை எடுத்து எழுதுக.  
-3m, 6m, 7m, -5m, -2b<sup>2</sup>, -2m<sup>2</sup>
4. விவரங்கள் சேகரித்தலில் முதல்நிலை விவரங்கள் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.
5. சராசரி காண்க.  
10, 30, 20, 50, 70.
6. சிறப்பு நாற்கரங்கள் என்றால் என்ன ?
7. ஒவ்வொரு செவ்வகமும் சரிவகம், ஒவ்வொரு சரிவகமும் செவ்வகம்—  
இவற்றுள் எது சரி ? ஏன் ?.
8. ஒரு பொருளை ரூ.7000க்கு விற்பனைக்கொடுப்பதில் தரகு 3% பெறுகிறார் எனில் பெற்ற தொகை எவ்வளவு ?.
9. சுருக்குக :  $(2x^2 + 5x - 9) \times (3x - 5)$
10.  $y=3$  என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் எவ்வாறு அமையும் ?
11. அறிவுசார் உத்தியின் படிநிலைகள் யாவை ?
12. முதல் எழுத்துச்சொல் உத்திக்கு எடுத்துக்காட்டு தருக.
13. தீர்வாய்வு கற்றலின் பொருள் யாது ?.
14. தீர்வாய்வு கற்றலில் ஆசிரியரின் பங்கில் ஏதேனும் நான்கினை கூறுக.
15. STAR உத்தி வரையறு.
16. கணிதம் கற்பித்தலை பாதிக்கக்கூடிய காரணிகள் நான்கினை கூறுக.
17. கல்வி கலைத்திட்டத்தில் முறைசாரா செயல்பாடுகளுக்கு நான்கு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக.

18. எண்களில் மீப்பெரு பொ.வ., மீச்சிறு பொ.ம. காணும் பொழுது மாணவர்கள் செய்யும் பிழைகளை குறிப்பிடுக.
19. நல்ல சோதனையின் பண்புகள் யாவை ?
20. அலகுச்சோதனையின் படிநிலைகளை கூறுக.

**பிரிவு - ஆ**

**பகுதி - I**

**ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்** **5 x 4 = 20**

21. சதவீதத்தின் வாழ்வியல் பயன்பாட்டினை விவரிக்க.
22. எண் கணித கோவை, இயற்கணித கோவை மற்றும் பல்லுறுப்பு கோவைகளை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குக.
23. தீர்க்க :  $p + q = 10$   
 $p - q = 2$
24. கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.  
35, 45, 62, 73, 47, 62.
25. ஒரு கணினியை ரூ.44,000 க்கு விற்பதில் 12% நட்டம் ஏற்பட்டது எனில், கணினியின் வாங்கிய விலையை கணக்கிடுக.
26. ABCD என்ற சாய்சதுரத்தில் AC=8 செ.மீ,  $\angle c = 80^\circ$  அளவுள்ள சாய்சதுரம் வரைக.
27. ஒரு வேலையை 15 நாட்களில் செய்து முடிக்க 20 ஆட்கள் தேவைபடுகின்றனர். அதே வேலையை 12 நாட்களில் முடிக்க இன்னும் எத்தனை பேர் தேவைப்படுகிறார்கள் ?
28. இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்களின் அளவு 8 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ அவற்றிக்கிடையேயான ஒரு கோண அளவு  $65^\circ$  இவ்வளவுகள் கொண்டு படம் வரைக.

**பகுதி - II**

**ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்** **5 x 4 = 20**

29. நேர்கற்பித்தலுக்கும், உத்திசார் கற்பித்தலுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளை பட்டியலிடுக.
30. கருத்து வரைபட உத்தியை ஓர் எடுத்துக்காட்டு மூலம் விளக்குக.
31. தீர்வாய்வு மைய கற்றல் படிகளை விவரி.
32. தீர்வாய்வு முறை கற்றலுக்கு 'வடிவியல்' பாடத்தலைப்பிலிருந்து எடுத்துக்காட்டு தந்து விளக்குக.

33. கவனஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை குறைப்பதில் ஆசிரியரின் பங்கு யாது ?
34. கணித ஆய்வகத்தின் முக்கிய நோக்கங்கள் யாவை ?
35. தொடக்கப்பள்ளி மாணவர்கள் வகுத்தல் செயலில் எதிர்கொள்ளும் இடர்பாடுகளை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் கூறுக.
36. சோதனைக்கும், தேர்வுக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடுகளைக் கூறுக.

**பிரிவு - இ**

**இரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்**

**2 x 10 = 20**

37. அ)  $10\text{மீ} \times 12\text{மீ}$  அளவுள்ள ஓர் அறையின் தரைக்கு சிமெண்ட் போட ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ரூ.12.50 வீதம் என்ன செலவாகும் ? என்ற கணக்கினை STAR உத்தியை பயன்படுத்தி தீர்வு காண்க.

அல்லது

- ஆ)  $x + 2y - 6 = 0$  என்பதன் நேர்கோடு வரைந்து அதன் சாய்வினை கண்டுபிடிக்க மேலும் சாய்வினை வாய்பாடு பயன்படுத்தி விடையை கண்டுபிடித்து சரிபார்க்க.

38. அ) இயற்கணிதத்தின் நான்கு அடிப்படை செயல்களில் ஏற்படும் பொதுவான பிழைகளை ஆராய்க.

அல்லது

- ஆ) செயல் ஆராய்ச்சியின் பண்புகள், படிநிலைகள் மற்றும் பயன்களை விளக்குக.



**ஆசிரியர் பட்டயத் தேர்வு**  
**இரண்டாம் ஆண்டு**  
**மாதிரி வினாத்தாள் - II**

நேரம் : 3 மணி நேரம்

மதிப்பெண்கள் : 100

பிரிவு - அ

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 2 மதிப்பெண்

20 x 2 = 40

1. விகிதத்தின் பண்புகள் இரண்டினைக் கூறுக.
2. “ஓர் எண்ணின் இருமடங்கு 25” –இடந்தாங்கியை பயன்படுத்தி எழுதுக.
3.  $6m^2 + 7m - 9$  லிருந்து  $2m^2 - m + 4$  ஐக் கழிக்க.
4. மையப்போக்களவைகள் யாவை ?
5. முகடு காண்க.                      5, 6, 3, 5, 10, 5, 8, 5, 8.
6. அறிமுறை வடிவியல் – வரையறு.
7. சாய்சதுரத்தின் பண்புகள் இரண்டினைக் கூறுக
8. ரூ.5000க்கு ஆண்டுக்கு 4% வீதம் 2 ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் தனிவட்டி எவ்வளவு ?
9. வகுக்க :  $(x^2 - 5x + 6) \div (x - 2)$
10. மூன்றாம் கால்வட்டத்தில் அமையும் இரு புள்ளிகளின் அச்சத்தூரங்களை எழுதுக.
11. பட விளக்க உத்திக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டு தருக.
12. துருப்புச்சொல் உத்திக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டு தருக.
13. சிறந்த தீர்வாய்வின் பண்புகள் நான்கினைக் கூறுக..
14. தீர்வாய்வு மைய கற்றலில் மாணவரின் பங்கு யாது ?
15. கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள் யார் ?
16. STAR உத்தியின் விரிவாக்கம் என்ன ?
17. கல்விக் கலைத்திட்டத்தில் முறைசாரா கல்விச் செயல்பாடுகளின் நோக்கங்கள் யாவை ?
18. கருத்துப் பகிர்வு – வரையறு.
19. புறவயத்தன்மை – வரையறு.
20. சோதனையின் வகைகளில் நான்கினைக் கூறுக.

பகுதி - II

ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்

5 x 4 = 20

21. ரூபாய் 2000க்கு 10% வட்டிவீதம் இரண்டாண்டுகளில் கிடைக்கும் தனிவட்டிக்கும், கூட்டு வட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தை காண்க.
22. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களில் கூடுதல் 10. அந்த எண்ணிலிருந்து 10 ஐக் கழித்தால் இலக்கங்கள் இடம் மாறிய எண் கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க.
23. ஓரின் உறுப்புகள், வேற்றின் உறுப்புகள் ஆகியவற்றை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குக.
24. கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைக்கு சாரசரி காண்க.

பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
நிகழ்வெண்	5	5	8	9	6	4	3

25. வட்ட நாற்கரத்தின் முக்கிய பண்பு யாது ? ஒரு செயல்பாடு மூலம் அதனை விளக்குக.
26. PQRS என்ற சரிவகத்தில்  $\overline{PQ} = 6$  செ.மீ,  $\overline{QR} = 4.5$  செ.மீ ,  $\angle P = 75^\circ$ ,  $\angle Q = 65^\circ$  படம் வரைக.
27. தீர்வு காண்க.  
 $2x + 3y = 7$   
 $3x - y = -6$
28. கணிதத்தில் தனியாள் வேற்றுமை குறித்து குறிப்பு வரைக.

பிரிவு - இ

இரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

2 x 10 = 20

37. அ) இயற்கணிதத்திலுள்ள வாக்கிய கணக்குகளுக்கு STAR உத்தியை பயன்படுத்தி கற்பித்தல் படிநிலைகளை விவரிக்க.  
 அல்லது  
 37. ஆ) வினாடி வினாவின் பயன்கள் யாது ? இந்நிகழ்ச்சியை எவ்வாறு நடைமுறைப்படுத்தலாம் ?
38. அ) பல்உறுப்புக் கோவைகளில் மாறிலி, மாறி, கெழு, உறுப்பு, படி ஆகியவற்றில் ஏற்படும் பொதுவான பிழைகளை ஆராய்க.  
 அல்லது  
 38. ஆ) மதிப்பீட்டு கருவிகளின் வகைகளை கூறு அவற்றை விவரிக்க.

## கலைச்சொற்கள்

முதல் எழுத்துச் சொல் உத்தி	Acronyms Strategy
இயற்கணிதம்	Algebra
இயற்கணித சமன்பாடு	Algebraic Equation
இயற்கணித கோவை	Algebraic expression
பகுப்பாய்வு	Analysis
கணக்கிற்கு தீர்வு காணுதல்	Answer the problem
பயன்பாடு	Application
கூட்டு சராசரி	Arithmetic mean
ஒப்படைவு	Assignment
கருதுகோள்	Assumption
கவன ஈர்ப்புக்குரிய மாணவர்கள்	At-risk Students
சராசரி	Average
சராசரி விலக்கம்	Average Deviation
உண்மைசார் வாக்கியங்கள்	Axioms
ஈருறுப்புக் கோவை	Binomial Expression
மையப்போக்களவைகள்	Central Tendency
பிரிவு இடைவெளி	Class interval
வகைப்படுத்தல்	Classification
கெழு(குணகம்)	Co-efficient
அறிவுசார் உத்திகள்	Cognitive Strategies
கருத்துப் பரிமாற்றம்	Communication
பரிமாற்றத் தடைகள்	Communication barriers
கணிதக்கருத்துப்பரிமாற்றம்	Communication in mathematics
கணக்கிடுதல்	Computation
கருத்து வரைபட உத்தி	Concept Mapping strategy
கருத்துப்பின்னல்	Concept webbing
நிலைத் தன்மை	Consistency
மாறிலிகள்	Constants
கூட்டுறவு கற்றல்	Co-operative Learning
கிளைத்தேற்றங்கள்	Corollaries
படைப்பாற்றல்	Creativity
கூட்டு நிகழ்வெண்	Cumulative Frequency
விவரங்கள் சேகரிப்பு	Data Collection
படி	Degree
நுண்கணிதம்	Differential Calculus

நேர்முக கற்பித்தல்  
 பரவல்  
 நீக்கல் முறை  
 ஆங்கில எழுத்து சிறிய வடிவம்  
 விவரங்கள் சேகரிப்பாளர்  
 சமன்பாடு  
 அனுமானித்தல்  
 மதிப்பிடுதல்  
 சரியான எல்லை  
 உண்மை  
 குடும்ப நிதிநிலை அறிக்கை  
 நுண்கலைகள்  
 முதல் நிலை அளவுகள்  
 திரவ இயக்கவியல்  
 ஒரு மடிப்புடைய அட்டைகள்  
 நிகழ்வெண்  
 கருத்துகளை சேகரித்தல்  
 வழிகாட்டி  
 சமச்சீரற்ற  
 ஒருமைத்தன்மை  
 கொள்கை  
 படவிளக்க உத்தி  
 மறைமுக நேர்காணல்  
 தனிமனித வேறுபாடு  
 தகவல்கள்  
 உள்ளீடு  
 ஒருங்கிணைந்த அடைவு  
 கருத்தாய்வு  
 கேள்விக்கணை உத்தி  
 துருப்புச் சொல் உத்தி  
 கற்றலில் இயலாமை  
 கற்றல் தேவைகள்  
 ஒரின உறுப்புகள்  
 ஒருபடி (நேரியல்) சமன்பாடு  
 எழுத்துருக்கள்  
 தருக்கம்  
 கீழ் எல்லை  
 பன்முக வகைப்படுத்தல்

Direct instruction  
 Dispersion  
 Elimination Method  
 English Alphabet lower case letters  
 Enumerator  
 Equation  
 Estimation  
 Evaluation  
 Exact limit  
 Facts  
 Family Budgeting  
 Fine arts  
 First order measures  
 Fluid Dynamics  
 folios  
 Frequency  
 Gathering  
 Guide  
 Heterogeneous  
 Homogeneous  
 Hypothesis  
 Imagery Strategy  
 Indirect Oral Interview  
 Individual difference  
 Information  
 Input  
 Integrated Achievement  
 Interpretation  
 Interrogation strategy  
 Keyword Strategy  
 Learning Disabilities  
 Learning needs  
 Like terms  
 Linear Equation  
 Literals  
 Logic  
 Lower bound  
 Manifold classification

கணித ரீதியிலான தொடர்பு	Mathematical communication
கணிதக்கூற்றுகள்	Mathematical Statements
கணித உருக்கள்	Mathematical symbols
பரவல் அளவைகள்	Measures of dispersion
இடைநிலையளவு	Median
மேதாவிய அறிவுசார் உத்திகள்	Meta Cognitive Strategies
மன வரைபடம்	Mind mapping
முகடு	Mode
கண்காணித்தல்	Monitoring
ஒருறுப்புக்கோவை	Monomial Expression
ஒரளவு பின்தங்கிய மாணவர்கள்	Nominal Students
எண்கணிதக் கோவை	Numerical Expression
ஒருங்கமைத்தல்	Organizing
வெளியீடு	Output
அமைப்பு சீர்முறை	Pattern approach
ஒப்பார்க்குழு கற்றல்	Peer Tutoring
வட்ட விளக்கப்படம்	Pie Diagram
இடந்தாங்கிகள்	Place holders
பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாடு	Polynomial Equation
பல்லுறுப்புக் கோவை	Polynomial expression
உரைகோள்கள்	Postulates
முதல்நிலை விவரங்கள்	Primary data
தீர்வாய்வு மையக்கற்றல்	Problem based learning
தீர்வாய்வு	Problem solving
செயல்திட்டம்	Project
கால்மானம் விலக்கம்	Quartile Deviation
கால்மானம்	Quartiles
வினாப்பட்டியல்	Questionnaire
தரளண்	Rank
பகுத்தறிவாதம்	Rationalization
காரண காரிய மறிதல்	Reasoning
வலுவூட்டுதல்	Reinforcement
பங்கேற்பு	Representation
கருப்பொருட்கள்	Resources
தீர்வினை மீளாய்வு செய்தல்	Review the Solution
வலுவூட்டும் செயல்கள்	Rich mathematical tasks
மாதிரிக்கூறு	Sample

செய்தித் தொகுப்பு  
 இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்  
 தானே கற்றல்  
 சுய சோதனை  
 சுயநோக்கு அணுகுமுறை  
 சுய வினா  
 கருத்துப்பகிர்வு  
 ஒத்தத் தன்மை  
 எளிய வகைப்படுத்துதல்  
 பிரிவு இடைவேளையின் வீச்சு  
 இழைந்த வளைகோடு  
 அண்டம்  
 கற்றல் வீச்சு  
 தரவிலக்கம்  
 புள்ளியியல்  
 உத்திசார் கற்பித்தல்  
 பிரதியீட்டுமுறை  
 பரிந்துரை  
 தொகுத்தல் உத்தி  
 அட்டவணைப்படுத்துதல்  
 குறியீடுகள்  
 கற்பித்தல் அணுகுமுறை  
 கற்பித்தல் முறை  
 கற்பித்தல் உத்தி  
 உறுப்பு  
 தேற்றங்கள்  
 சிந்தனை ஓட்டம்  
 அளவீட்டுக் கருவிகள்  
 வெளிப்படைத் தன்மை  
 சரிவகம்  
 மூலறுப்புக்கோவை  
 வேற்றின உறுப்புகள்  
 மேல் எல்லை  
 மாறிகள்  
 காட்சித் தன்மை  
 பின்னல்  
 வாக்கியக் கணக்குகள்

Scrap book  
 Secondary data  
 Self Learning  
 Self-check  
 Self-directed approach  
 Self-question  
 Sharing  
 Similarity  
 Simple classification  
 Size of the class interval  
 Smoothed Curve  
 Space  
 Span of learning  
 Standard Deviation  
 Statistics  
 Strategy Instruction  
 Substitution Method  
 Suggestion  
 Summarizing Strategy  
 Tabulation  
 Tally marks  
 Teaching Approach  
 Teaching Method  
 Teaching Strategy  
 Term  
 Theorems  
 Thought process  
 Tools  
 Transparency  
 Trapezium  
 Trinomial  
 Unlike terms  
 Upper bound  
 Variables  
 Visualization  
 Webbing  
 Word problems

## மேற்கோள் நூல்கள்

1. Mathematics and its History (Second Edition), John Still will, Springer International Edition
2. Activity Based Learning - A Report on an Innovative Method in TN, SSA, Anandalakshmi . S.
3. Sucessful Teaching in Secondary Schools Sterling. Eurasia Publishing House (Pvt) Ltd. New Delhi, Callahah. G.
4. Methods of Teaching Educational Technology, Discovery Publishing, New Delhi, Chodaverepu Jalaja Kumari and Digumarti Bhaskara Rao (2004)
5. Learning by Doing. Etienne Benson Four Keys to undergraduate research in your Laboratory.
6. Evaluation, 2007, NCERT Materials
7. Primary Science and Numeracy. Hatfield : Association for Science Education Feasey, R. and Gallear, B.
8. The Internet in School. London : Cassell Education, Grey, D. (1999).
9. Multimedia in Action Vikash Publishing House Washington, James. E. Shuman (1998)
10. Active Assessment. : David Fulton in Association with Millgate House Publishers, Naylor, S., Keogh, B. and Goldsworthy, A. London .
11. Mastery of Teaching Skills, Discovery Publishing, New Delhi, SBJR Chowdary Nagaeswararao and D. Bhaskarea Roa, (2004)
12. Methods and Techniques of Teaching. Sonali Publications, New Delhi, Singamanenai Nageswara Rao, Peethala Sreedhar, Diyumarti Bhaskara Rao (2004)
13. Successful Teaching in Secondary Schools Eurasia Publishing House Pvt Limited, New Delhi, Sterling. G. Callahan
14. 1000 Ideas for Primary Science. Lodon : Hodder & Stoughton Wood, D. (1998)
15. இளங்கல்வியியல் முதலாம் ஆண்டு கல்வியியல் மதிப்பீடு – 2006. தமிழ்நாடு திறந்த நிலைப் பல்கலைக்கழகம், கல்வியியல் பள்ளி, தொழில்நுட்பக் கல்வி வளாகம், கிண்டி, சென்னை –25

16. கற்பவனைத் தோற்றுவிப்போம், உயர் தொடக்கநிலை வகுப்புகள் 2007 –08 மாநில திட்ட இயக்குனரகம், அனைவருக்கும் கல்வி இயக்கம், சென்னை, தமிழ்நாடு
17. செயல்வழிக் கற்றல் தானே கற்றல் – (முதல் மூன்று வகுப்புகளுக்குரியவை) ஆசிரியர் கையேடு 2005. அனைவருக்கும் கல்வி இயக்கம் மற்றும் ஆசிரியர்கல்வி ஆராய்ச்சி பயிற்சி இயக்ககம், சென்னை-6.
18. தேசிய கலைத்திட்ட வடிவமைப்பு (2005)
19. பள்ளி முன் பருவ கல்வி. பங்கஜம் மு. 1998.  
லெட்சுமி சேவா சங்கம், காந்தி கிராமம் – 624 302
20. Intel Teach to the Future, Intel Innovation in Education Intel Corporation  
www.educationinindia.net. Coral Oho. Martinez and Jane Krauss (2004).
21. Learning by Doing. A teacher role in learning by Doing Method.  
[http :// www.qscc.gld.edu.au](http://www.qscc.gld.edu.au).  
Measurement in Science years 1 to 10 source Book Module.
22. www.primaryresources.co.uk -  
A website that provides ideas for a range of acitivity ideas for worksheets and ideas for assessments.
23. <http://www.nea.org/bt/Lstudents/1-1-q-9.html>.  
Learn more about Active Learning.
23. www.mathumd.edu  
வளநூல் ஆசிரியர் கல்வி பட்டயப் படிப்பு – கணிதவியல் கல்வி –2001 , தமிழ்நாடு பாடநூல் நிறுவனம், சென்னை – 6.  
கணக்கு பாடநூல்கள், தமிழ்நாட்டு பாடநூல் கழகம், சென்னை –6.  
ஒன்றாம் வகுப்பு (1999)  
இரண்டாம் வகுப்பு (2001)  
மூன்றாம் வகுப்பு (2001)  
நான்காம் வகுப்பு (1999)  
ஐந்தாம் வகுப்பு (2000)  
ஆறாம் வகுப்பு (2003)  
ஏழாம் வகுப்பு (2004)  
எட்டாம் வகுப்பு (2005)  
ஒன்பதாம் வகுப்பு (2003)  
பத்தாம் வகுப்பு (2004)