11 സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

ആവൃത്തിപ്പട്ടികയും മാധ്യവും

ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ പഠനനിലവാരമറിയാനും, ഒരു പ്രദേശത്തെ ആളുകളുടെ സാമ്പത്തികനിലവാരമറിയാനുമെല്ലാം മാധ്യം, മധ്യമം മുതലായ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നതു കണ്ടല്ലോ. ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

- ഒരു തൊഴിൽശാലയിൽ പലതരം ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണവും ദിവസക്കൂലിയും ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
210	2
225	4
250	6
270	2
300	1

മാധ്യമായ ദിവസക്കൂലി എത്രരൂപയാണ്?

ഇവിടെ മാധ്യമെന്നത്, ആകെ കൂലിയെ തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യയാണല്ലോ. പട്ടികയിൽ ആകെ കൂലി കണ്ടുപിടിച്ചിരിക്കുന്നത് നോക്കൂ.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം	ആകെ കൂലി (രൂപ)
210	2	420
225	4	900
250	6	1500
270	2	540
300	1	300
ആകെ	**15**	**3660**

ആവർത്തനസങ്കലനം

ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം കണ്ടുപിടിക്കാൻ അവയുടെ തുകയെ, എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിക്കണം. ഇതിൽ ചില സംഖ്യകൾ ആവർത്തിച്ചു വരുന്നുണ്ടെങ്കിൽ, അവയുടെ തുക ഗുണിച്ചു കണ്ടുപിടിക്കാം. ഉദാഹരണമായി, 10 കുട്ടികളുടെ വയസ് എഴുതിവച്ചത്, ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു പോലെയാണെന്നു കരുതുക:

13	13	14	15	13
15	14	15	13	15

ഇവയുടെ തുക

$$(4 \times 13) + (2 \times 14) + (4 \times 15) = 140$$

എന്നു കണക്കുകൂട്ടുന്നതല്ലേ എളുപ്പം?

ഇതിൽ നിന്ന്, മാധ്യം

$$\frac{140}{10} = 14$$

എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുകയും ചെയ്യാം.

അപ്പോൾ മാധ്യം

$$3660 \div 15 = 244$$

ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

- ഒരു പ്രദേശത്തു താമസിക്കുന്ന 50 പേരെ ദിവസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെയുള്ളത്?

ദിവസവരുമാനം (രൂപ)	ആളുകളുടെ എണ്ണം
145 - 155	7
155 - 165	9
165 - 175	14
175 - 185	11
185 - 195	7
195 - 205	2

മാധ്യമായ ദിവസവരുമാനം എത്രയാണ്?

ഇതിലെ 50 പേരുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ആകെ വരുമാനം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

ഈ പട്ടികയ്ക്ക് ആദ്യത്തെ പട്ടികയിൽ നിന്ന് എന്താണ് വ്യത്യാസം?

ഉദാഹരണമായി, ഇതിലെ ആദ്യത്തെ വരിയിൽനിന്ന് 145 രൂപ മുതൽ 155 രൂപ വരെ ദിവസവരുമാനം ഉള്ള 7 പേരുണ്ടെന്നു മാത്രമേ കിട്ടുന്നുള്ളൂ; 145 രൂപ വരുമാനമുള്ളവർ എത്രയുണ്ടെന്നോ, 155 രൂപ വരുമാനമുള്ളവർ എത്രയുണ്ടെന്നോ കിട്ടുന്നില്ല. അപ്പോൾ ഈ 7 പേരുടെ ആകെ ദിവസവരുമാനം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

ആകെ ദിവസവരുമാനം കിട്ടാൻ, ഈ 7 പേരുടെയും വരുമാന വിവരങ്ങൾ വെവ്വേറെ വേണമെന്നില്ല; അവരുടെ മാധ്യവരുമാനം കിട്ടിയാലും മതി. ഇവിടെ, മാധ്യം ഏതായാലും 145 നും 155 നും ഇടയ്ക്കായിരിക്കുമല്ലോ. (**ചെറുതും വലുതും മാധ്യവും** എന്ന ഭാഗം നോക്കുക) മാത്രവുമല്ല, ഇത് 150 നോടടുത്ത ഒരു സംഖ്യയുമായിരിക്കും. അതിനാൽ ഈ മാധ്യം 150 എന്നെടുത്താണ് കണക്കു തുടരുന്നത്.

ഇതുപോലെ 155 രൂപയ്ക്കും 165 രൂപയ്ക്കുമിടയിൽ ദിവസവരുമാനമുള്ള 9 പേരുടെ മാധ്യവരുമാനം, 155 ന്റേയും 165 ന്റേയും മധ്യത്തുള്ള 160 ആയി എടുക്കാം.

ചെറുതും വലുതും മാധ്യവും

രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം അവയുടെ കൃത്യം നടുക്കുള്ള സംഖ്യയാണല്ലോ. ബീജഗണിതമുപയോഗിച്ചു പറഞ്ഞാൽ, a, b എന്ന രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം $\frac{1}{2}(a+b)$.

മൂന്നു സംഖ്യകളായാലോ? അവ ആരോഹണ ക്രമത്തിൽ a, b, c ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. മാധ്യം $\frac{1}{3}(a+b+c)$. ഇതിൽ b, c എന്നിവ a യെക്കാൾ വലുതോ, a യ്ക്ക് തുല്യമോ ആയതിനാൽ, $\frac{1}{3}(a+b+c)$ എന്നത് $\frac{1}{3}(a+a+a)=a$ യേക്കാൾ വലുതോ, a യ്ക്ക് തുല്യമോ ആണ്. മറിച്ച്, a, b എന്നിവ c യെക്കാൾ ചെറുതോ, c യ്ക്ക് തുല്യമോ ആയതിനാൽ, $\frac{1}{3}(a+b+c)$ എന്നത് $\frac{1}{3}(c+c+c)=c$ യേക്കാൾ ചെറുതോ, c യ്ക്ക് തുല്യമോ ആണ്.

അതായത്, മാധ്യം, ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ a യ്ക്കും, ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ c യ്ക്കും ഇടയിലാണ്.

സംഖ്യകൾ നാലായാലും ഇതു ശരിയല്ലേ? പരിശോധിച്ചു നോക്കൂ. കൂടുതൽ സംഖ്യകളെടുത്താലോ?

ഇങ്ങനെ ആദ്യത്തെ പട്ടിക ചുവടെ കാണുന്നതുപോലെ വലുതാക്കാം.

ദിവസവരുമാനം (രൂപ)	ആളുകളുടെ എണ്ണം	വിഭാഗമാധ്യം (രൂപ)	ആകെ വരുമാനം
145 - 155	7	150	1050
155 - 165	9	160	1440
165 - 175	14	170	2380
175 - 185	11	180	1980
185 - 195	7	190	1330
195 - 205	2	200	400
ആകെ	**50**		**8580**

ഇനി മാധ്യം കണ്ടുപിടിക്കാമല്ലോ.

$$8580 \div 50 = 171.6$$

അതായത്, മാധ്യദിവസവരുമാനം 172 രൂപ എന്നെടുക്കാം.

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

- ഒരു പ്രദേശത്തു ലഭിച്ച മഴയുടെ അളവ് അനുസരിച്ച്, ഒരു മാസത്തെ ദിവസങ്ങളെ തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

മഴയുടെ അളവ് (മി.മീ.)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
54	3
56	5
58	6
55	3
50	2
47	4
44	5
41	2

ആ മാസം അവിടെ ഒരു ദിവസം ലഭിച്ച മഴയുടെ മാധ്യഅളവ് കണക്കാക്കുക.

വിതരണവും മാധ്യവും

145 നും 155 നും ഇടയ്ക്കുള്ള 7 സംഖ്യകൾ, ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെയാണെന്നിരിക്കട്ടെ.

145, 147, 147, 150, 152, 152, 155

ഇവയുടെ മാധ്യം ഏകദേശം 149.71 എന്നുകാണാം.

ഈ സംഖ്യകൾ, മധ്യത്തിലെ സംഖ്യയായ 150ന് ഇരുപുറവും ഏതാണ്ട് ഒരേപോലെ വിതരണം ചെയ്തിരിക്കുകയാണല്ലോ. മാധ്യമായ 149.71 എന്ന സംഖ്യയ്ക്ക് 150 ൽ നിന്ന് ഏറെ വ്യത്യാസമില്ലതാനും.

ഇനി സംഖ്യകൾ ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെയാണെങ്കിലോ?

145, 145, 145, 146, 146, 148, 155

ഇവയിൽ മിക്കതും 145 നോട് അടുത്തുള്ളവയാണ്. മാധ്യമോ? ഏതാണ്ട് 147.14

സംഖ്യകൾ ഏറിയപങ്കും 155 നോടാണ് അടുത്തിരിക്കുന്നതെങ്കിലോ?

- ഒരു സമിതിയിലെ അംഗങ്ങളെ പ്രായമനുസരിച്ചു എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണിത്.

പ്രായം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
25 - 30	6
30 - 35	14
35 - 40	16
40 - 45	22
45 - 50	5
50 - 55	4
55 - 60	3

ഈ സമിതിയിലെ അംഗങ്ങളുടെ മാധ്യവയസ് കണക്കാക്കുക.

- ഒരു സ്കൂളിൽ പത്താംക്ലാസിൽ പഠിക്കുന്ന കുട്ടികളെ ഉയരമനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മാധ്യഉയരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
120 - 125	19
125 - 130	36
130 - 135	23
135 - 140	23
140 - 145	43
145 - 150	21
150 - 155	23
155 - 160	12

മധ്യവും മാധ്യവും

സമാന്തരശ്രേണിയിലായ ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളുടെ തുക, ആദ്യപദത്തിന്റേയും അവസാനപദത്തിന്റെയും തുകയുടെ പകുതിയെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതാണല്ലോ. അപ്പോൾ ഈ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം, ആദ്യസംഖ്യയുടേയും അവസാനസംഖ്യയുടേയും തുകയുടെ പകുതിയാണ്; അതായത്, ആദ്യ സംഖ്യയുടേയും അവസാനസംഖ്യയുടേയും മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യ.

സമാന്തരശ്രേണിയിലായ സംഖ്യകളിൽ, ആദ്യത്തേയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യയുടെ ഇരുപുറവും ഒരേ പോലെയാണല്ലോ സംഖ്യകൾ വിതരണം ചെയ്തിരിക്കുന്നത്.

ആവൃത്തിപ്പട്ടികയും മധ്യമവും

ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ വിവരങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ശരിയായ ധാരണയുണ്ടാക്കാൻ മാധ്യംകൊണ്ടു കഴിയില്ല എന്നു കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. പട്ടികനോക്കൂ. ഇതിൽ, ഒരു പ്രദേശത്തെ 25 കുടുംബങ്ങളെ മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എണ്ണം തിരിച്ചിരിക്കുന്നു.

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000	2
5000	6
6000	7
7000	3
8000	3
9000	2
10000	2
ആകെ	**25**

ഇതിൽ മാധ്യവരുമാനം 6520 രൂപ എന്നാണ് കിട്ടുന്നത് (ചെയ്തുനോക്കൂ). എന്നാൽ പട്ടികയിൽനിന്ന്, ഇതിലെ അറുപതു ശതമാനം കുടുംബങ്ങളുടെയും വരുമാനം ആറായിരമോ അതിൽ താഴെയോ ആണെന്നു കാണാം. അപ്പോൾ മാധ്യം അത്ര ശരിയായ സൂചനയല്ല.

ഇവിടെ മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെയാണ്? നടുക്കു വരുന്നതാണ് മധ്യമം എന്നറിയാമല്ലോ. അതായത്, ഇവിടെ 12 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം മധ്യമവരുമാനത്തേക്കാൾ കുറവായിരിക്കണം; 12 കുടുംബങ്ങളുടേത് കൂടുതലും.

ഇതു കണക്കാക്കാൻ, വരുമാനങ്ങളെ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതി, പതിമൂന്നാമത്തെ കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനം കണ്ടുപിടിച്ചാൽ മതി. പട്ടികയിൽനിന്ന്, ആദ്യത്തെ 2 കുടുംബങ്ങളുടെ വരുമാനം 4000, അടുത്ത 6 കുടുംബങ്ങളുടേത് 5000; അതായത്, ആദ്യത്തെ 8 കുടുംബങ്ങളെടുക്കുമ്പോൾ, വരുമാനം 5000 വരെയെത്തി. നമുക്കുവേണ്ടത്, ഈ ക്രമത്തിൽ 13-ാം കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനമാണ്. അപ്പോൾ അടുത്ത 5 കുടുംബങ്ങളേയും കൂടി എടുക്കണം. അടുത്ത 7 കുടുംബങ്ങളുടേയും വരുമാനം 6000 ആണല്ലോ. അതായത്, 9 മുതൽ 15 വരെയുള്ള കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം 6000 ആണ്. അപ്പോൾ 13-ാം കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനവും ഇതുതന്നെ. അതിനാൽ മധ്യമവരുമാനം 6000 രൂപയാണ്.

മാധ്യവും മധ്യമവും

കുറെയേറെ സംഖ്യകളായി നൽകിയിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരേകദേശധാരണ പെട്ടെന്നു കിട്ടാൻ വേണ്ടിയാണല്ലോ, മാധ്യം മധ്യമം മുതലായ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത്. (ഒമ്പതാംക്ലാസിലെ **സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്** എന്ന പാഠത്തിലെ **സാംഖ്യിക രീതി** എന്ന ഭാഗം നോക്കുക.)

ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിൽ, നടുക്കുള്ള ആവൃത്തി താരതമ്യേന കൂടുതലായിരിക്കുകയും, അതിനിരുപുറത്തുമുള്ള ആവൃത്തികൾ ഏതാണ്ടൊരുപോലെ കുറഞ്ഞിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന അവസരങ്ങളിൽ, മാധ്യം ഈ സംഖ്യകളുടെ വിതരണത്തെക്കുറിച്ച് ഏറെക്കുറെ ശരിയായ ചിത്രം തരുന്നുണ്ട്.

എന്നാൽ, ഏതെങ്കിലും ഒരറ്റത്തുള്ള ആവൃത്തി വളരെ കൂടിയിരിക്കുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽപോലും മാധ്യം ആ ഭാഗത്തേയ്ക്ക് കൂടുതൽ നീങ്ങും; അത് വിവരങ്ങളുടെ ശരിയായ സൂചന ആകുകയുമില്ല. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ മധ്യമമാണ് കുറേക്കൂടി നന്നായി പട്ടികയിലെ വിവരങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

ഈ കണക്കുകൂട്ടൽ എളുപ്പമാക്കാൻ, നമ്മുടെ പട്ടിക ചുവടെക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ മാറ്റിയെഴുതാം.

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000 വരെ	2
5000 വരെ	8
6000 വരെ	15
7000 വരെ	18
8000 വരെ	21
9000 വരെ	23
10000 വരെ	25

ഇനി പട്ടികപ്പെടുത്തിയത്, വിഭാഗങ്ങളായിട്ടാണെങ്കിലോ?

ഈ പട്ടിക നോക്കുക. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ ഉയരമനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ചതാണ് ഇതിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
135 - 140	4
140 - 145	7
145 - 150	18
150 - 155	11
155 - 160	6
160 - 165	5
ആകെ	**51**

ഇതിലും ആദ്യം, ആവൃത്തികൾ കൂട്ടിക്കൂട്ടി, ഓരോ നിശ്ചിത നീളത്തേക്കാൾ ഉയരം കുറവായ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കാണിക്കുന്ന വിധം പട്ടിക മാറ്റിയെഴുതാം:

ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
140 നേക്കാൾ കുറവ്	4
145 നേക്കാൾ കുറവ്	11
150 നേക്കാൾ കുറവ്	29
155 നേക്കാൾ കുറവ്	40
160 നേക്കാൾ കുറവ്	46
165 നേക്കാൾ കുറവ്	51

സഞ്ചിതാവൃത്തി

വിഭാഗങ്ങളും അവയിലോരോന്നിലേയും ആവൃത്തികളുമായി ചിട്ടപ്പെടുത്തിയ ഒരു പട്ടികയിൽ, ഓരോ വിഭാഗത്തിലേയും ഉയർന്ന പരിധി വരെയുള്ള ആവൃത്തികൾ കൂട്ടിയെഴുതുന്നതു കണ്ടല്ലോ. ഇവയെ സഞ്ചിതാവൃത്തികൾ *(cumulative frequencies)* എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഓരോ ഘട്ടത്തിലും, വിഭാഗത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ മാറ്റവും, സഞ്ചിതാവൃത്തികളുടെ മാറ്റവും ആനുപാതികമാണെന്ന സങ്കൽപത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, സഞ്ചിതാവൃത്തി മൊത്തം ആവൃത്തിയുടെ നേർപകുതിയാകുന്ന സംഖ്യയാണ് മധ്യമമായി എടുക്കുന്നത്.

സാധ്യതാസിദ്ധാന്തവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടാണ് ഇത്തരമൊരു ആശയം ആദ്യം പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നത്. ആയുർദൈർഘ്യത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരു പട്ടികയിൽ നിന്ന്, ഒരാൾ തുടർന്നു ജീവിക്കാനും, മരിച്ചുപോകാനും തുല്യസാധ്യതയുള്ള പ്രായം കണ്ടുപിടിക്കാമോ എന്നതായിരുന്നു പ്രശ്നം. ഇതിന് ആ പ്രായം വരെയുള്ളവരുടേയും, അതു കഴിഞ്ഞുള്ളവരുടേയും എണ്ണം തുല്യമാകണമല്ലോ.

ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ മധ്യമത്തിന്റെ അർത്ഥം തന്നെ തികച്ചും ഗണിതപരമായ രീതിയിലാണ്. മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ, ആദ്യത്തെ നിരയിലെ 140, 145, 150, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളും രണ്ടാംനിരയിലെ 4, 11, 29, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളും ചുവടെ കാണുന്നതുപോലെ പട്ടികയാക്കാം:

x	140	145	150	155	160	165
y	4	11	29	40	46	51

x ആയി എടുത്ത സംഖ്യകളുടേയെല്ലാം ഇടയിൽ മറ്റു സംഖ്യകൾ ഉണ്ടല്ലോ. ഇവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട y സംഖ്യകൾ ഏതെന്നു നമുക്കറിയില്ല. അതു കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ഓരോ ഘട്ടത്തിലും x ലെ മാറ്റവും, y ലെ മാറ്റവും ആനുപാതികമാണെന്നാണ് സങ്കൽപിക്കുന്നത്.

ഉദാഹരണമായി, x എന്ന ചരം 140 ൽ നിന്ന് 145 ലേക്കു മാറുമ്പോൾ y എന്ന ചരം 4 ൽനിന്ന് 11 ആകുന്നു. അപ്പോൾ $x = 141$ എന്നതിന്റെ y കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആനുപാതിക സങ്കൽപം ഉപയോഗിച്ച്,

$$\frac{y-4}{141-140} = \frac{11-4}{145-140}$$

എന്നെടുക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്ന്

$$y - 4 = \frac{7}{5}$$

എന്നും തുടർന്ന്

$$y = \frac{27}{5} = 5.4$$

എന്നും കിട്ടും. മറിച്ച്, y ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യ ആകാൻ x എന്തായിരിക്കുമെന്നു കണ്ടുപിടിക്കാനും ഇതേ മാർഗം ഉപയോഗിക്കാം. ഉദാഹരണമായി, $y = 41.5$ ആകാൻ,

$$\frac{x-155}{160-155} = \frac{41.5-40}{46-40}$$

എന്ന സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്ന x എടുക്കണം.

അതായത്

$$x = 155 + 5 \times \frac{1.5}{6} = 156.25$$

ഇനി മധ്യമത്തിന്റെ കാര്യം. മുകളിൽപറഞ്ഞ ബന്ധമനുസരിച്ച്, $y = \frac{51}{2} = 25.5$ ആകാനുള്ള x ആണ് ഇവിടെ മധ്യമമായി എടുക്കുന്നത്.

ആനുപാതികതയുടെ ബഹുപദം

രണ്ട് അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം $y = ax + b$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദമാണെങ്കിൽ, x ആയി വരുന്ന രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും, അവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട y സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും ആനുപാതികമായിരിക്കും. കാരണം, $y_1 = ax_1 + b$ ഉം $y_2 = ax_2 + b$ യും ആണെങ്കിൽ

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a$$

ആണ്.

മറിച്ച്, പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ട രണ്ടളവുകളെ x, y എന്നീ ചരങ്ങൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നു കരുതുക. x ആയി വരുന്ന ഏതു രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും, അവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട y സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും ആനുപാതികമാണെങ്കിൽ, ഈ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ ബീജഗണിതവാചകം, ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദമായിരിക്കും. ഇതു തെളിയിക്കാൻ, ഈ ബന്ധത്തിന്റെ ആനുപാതികസ്ഥിരം a എന്നെടുക്കുക. x_1 എന്ന സംഖ്യയോട് ബന്ധപ്പെട്ട സംഖ്യ y_1 എന്നും എടുക്കുക. ഇനി, പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റൊരു ജോടി (x, y) എടുത്താലും

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = a$$

ആകണം. അതായത്

$$y = ax + (y_1 - ax_1)$$

ഇതിലെ $y_1 - ax_1$ നെ b എന്നെഴുതിയാൽ

$$y = ax + b$$

എന്നു കിട്ടും

അപ്പോൾ, മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നത്, പട്ടികയിലെ അളവുകളും, സഞ്ചിതാവൃത്തികളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഓരോ വിഭാഗത്തിലും ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദമാണ് എന്ന സങ്കൽപമാണെന്നും പറയാം.

$y = 25.5$ എന്നത്, $y = 11$ നും $y = 29$ നും ഇടയ്ക്കാണല്ലോ. ഈ രണ്ടു y സംഖ്യകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്, $x = 145$ ഉം $x = 150$ ഉം ആണ്. അപ്പോൾ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ കണ്ടതുപോലെ $y = 25.5$ ആകണമെങ്കിൽ,

$$\frac{x-145}{150-145} = \frac{25.5-11}{29-11}$$

ആകണം. അതായത്,

$$x = 145 + 5 \times \frac{14.5}{18} \approx 149.03$$

അപ്പോൾ നമ്മുടെ കണക്കിലെ കുട്ടികളുടെ മധ്യമഉയരം 149 സെന്റിമീറ്റർ.

ഇനി ഈ കണക്കുനോക്കൂ. ഒരു സ്ഥാപനത്തിൽ പണിയെടുക്കുന്നവരുടെ എണ്ണം, പ്രായമനുസരിച്ചു പട്ടികപ്പെടുത്തിയതാണ് ചുവടെകാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

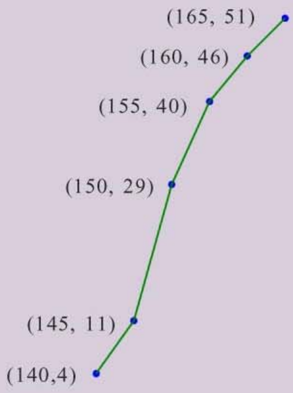
പ്രായം	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
25 - 30	6
30 - 35	8
35 - 40	12
40 - 45	20
45 - 50	16
50 - 55	6
ആകെ	**68**

ഇവരുടെ മധ്യമപ്രായം കണ്ടുപിടിക്കാം. ആദ്യം ഓരോ നിശ്ചിത വയസിനേക്കാളും പ്രായം കുറവായവരുടെ പട്ടിക ഉണ്ടാക്കാം.

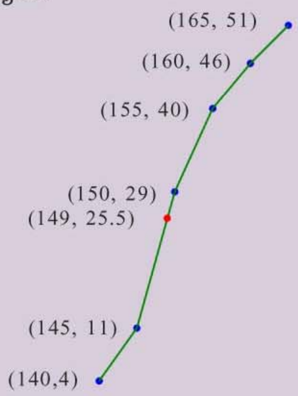
പ്രായം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
30 നേക്കാൾ കുറവ്	6
35 നേക്കാൾ കുറവ്	14
40 നേക്കാൾ കുറവ്	26
45 നേക്കാൾ കുറവ്	46
50 നേക്കാൾ കുറവ്	62
55 നേക്കാൾ കുറവ്	68

മധ്യമചിത്രം

ഉയരക്കണക്കിലെ (x, y) ജോടികൾ സൂചകസംഖ്യകളായി ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി, അവ വരകൾകൊണ്ടു യോജിപ്പിച്ചാൽ, ചുവടെകാണുന്നതുപോലൊരു ചിത്രം കിട്ടും.



ഇതിൽ y-സൂചകസംഖ്യ 25.5 ആയ ബിന്ദുവിന്റെ x-സൂചകസംഖ്യയാണ് മധ്യമം:



ഇനി ഇതിനെ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമായി കാണണം:

x	30	35	40	45	50	55
y	6	14	26	46	62	68

ഇവിടെ മധ്യമമെന്നത്, $y = \frac{68}{2} = 34$ ആകാൻ എടുക്കേണ്ട x ആണ്.

പട്ടികയിൽ $y = 26$ നും $y = 46$ നും ഇടയിലാണ്, $y = 34$ ന്റെ സ്ഥാനം.

പട്ടികയിൽനിന്നുതന്നെ $y = 26$ ന് $x = 40$ ഉം, $y = 46$ ന് $x = 45$ ഉം ആണെന്നു കാണാമല്ലോ. അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ കണക്കിലേതുപോലെ, ആനുപാതികസങ്കൽപം ഉപയോഗിച്ച്

$$\frac{x-40}{45-40} = \frac{34-26}{46-26}$$

$$x = 40 + \left(5 \times \frac{8}{20}\right) = 42$$

അതായത്, മധ്യമപ്രായം 42.

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

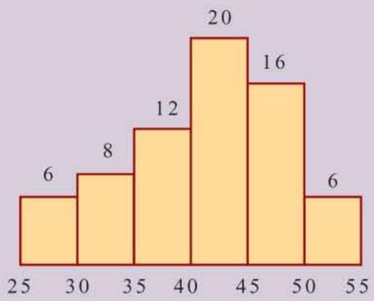
- ഒരു ആശുപത്രിയിൽ, ഒരാഴ്ച പിറന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ഭാരവുമാണ് ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ.

ഭാരം (കി.ഗ്രാം.)	ശിശുക്കളുടെ എണ്ണം
2.500	4
2.600	6
2.750	8
2.800	10
3.000	12
3.150	10
3.250	8
3.300	7
3.500	5

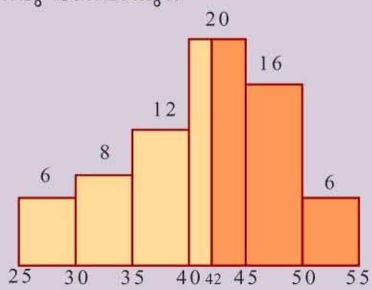
ഭാരത്തിന്റെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

മധ്യമപരപ്പളവ്

ആവൃത്തിപ്പട്ടികയുടെ ചതുരച്ചിത്രം വരച്ചത് ഓർമയില്ലേ? പ്രായക്കണക്കിലെ ചതുരച്ചിത്രം ഇങ്ങനെയാണ്:



ഇതിൽ, മധ്യമമായ 42 ൽക്കൂടി കുത്തനെ ഒരു വര വരച്ചാൽ, ചിത്രം രണ്ടു ഭാഗമാകും.



ഈ രണ്ടു ഭാഗങ്ങളുടെയും പരപ്പളവ് തുല്യമാണെന്നു കാണാൻ വിഷമമില്ല (ചെയ്തുനോക്കൂ).

എല്ലാ കണക്കിലും മധ്യമത്തിന് ഈ ഗുണമുണ്ടോ?

- ഒരു സ്ഥാപനത്തിലെ ഉദ്യോഗസ്ഥർ കൊടുത്ത ആദായനികുതിയുടെ പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ആദായനികുതി (രൂപ)	ഉദ്യോഗസ്ഥരുടെ എണ്ണം
1000 - 2000	8
2000 - 3000	10
3000 - 4000	15
4000 - 5000	18
5000 - 6000	22
6000 - 7000	8
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3

ആദായനികുതിയുടെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക

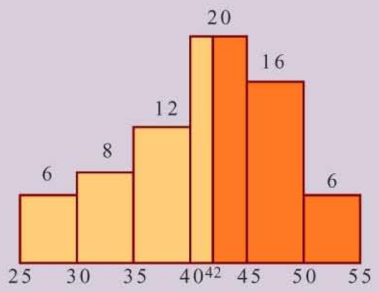
- ഒരു പരീക്ഷ എഴുതിയവർക്ക് കിട്ടിയ മാർക്കിന്റെ പട്ടിക ഇങ്ങനെയാണ്:

മാർക്ക്	പരീക്ഷാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം
0 - 10	44
10 - 20	40
20 - 30	35
30 - 40	20
40 - 50	12
50 - 60	10
60 - 70	8
70 - 80	6
80 - 90	4
90 - 100	1

മാർക്കുകളുടെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

മധ്യമസാധ്യത

മധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള ലംബം, ചതുരത്തെ ഒരേ പരപ്പളവുള്ള രണ്ടു ഭാഗങ്ങളാക്കുമെന്നുകണ്ടല്ലോ:



അപ്പോൾ, ഈ ചിത്രത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ, അത് ഇതിലേതെങ്കിലും ഭാഗത്തിലാകാൻ ഒരേ സാധ്യതയാണ് (അഥവാ, സാധ്യത $\frac{1}{2}$).

അതായത്, കണക്കിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന സ്ഥാപനത്തിൽ പ്രത്യേക പരിഗണനയൊന്നുമില്ലാതെ ഒരാളെ എടുത്താൽ, അയാളുടെ പ്രായം 42 ൽകുറവാകാനും, കൂടുതലാകാനും ഒരേ സാധ്യതയാണ്.