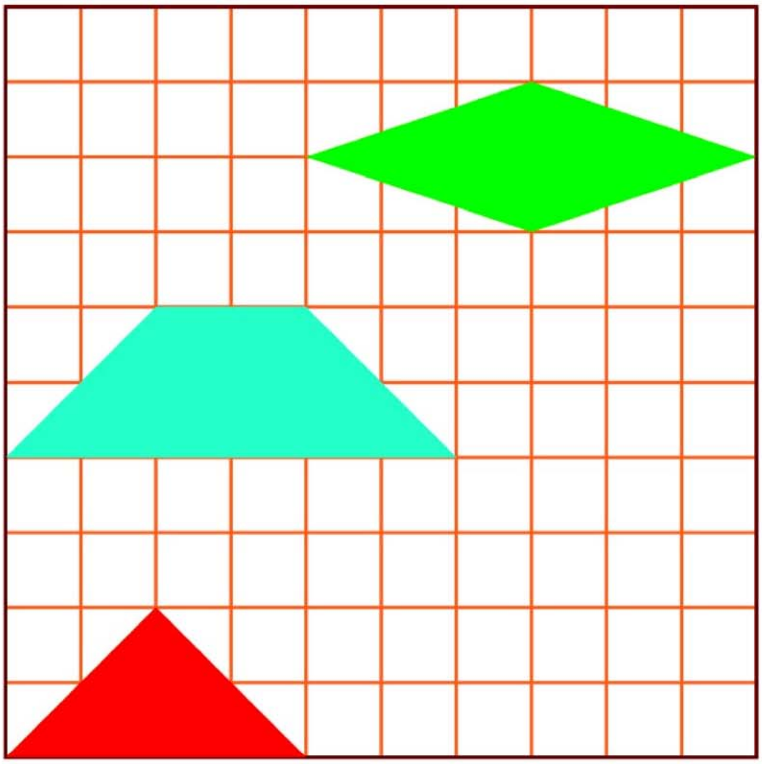
6 സൂചകസംഖ്യകൾ

സംഖ്യാചിത്രങ്ങൾ

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ഇതുപോലെ ചില ചിത്രങ്ങൾ ഒമ്പതാംക്ലാസിലെ **ബഹുഭുജങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **ബഹുഭുജ നിർമാണം** എന്ന ഭാഗത്തിൽ വരച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ.

മുകളിലത്തെ ചിത്രം എങ്ങനെയാണ് പകർത്തി വരയ്ക്കുക?

10 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക; അതിൽ കുറുകെയും നെടുകയും 1 സെന്റിമീറ്റർ ഇടവിട്ടു വരച്ച്, ചെറു സമചതുരങ്ങളായി ഭാഗിക്കുക. എന്നിട്ടോ?

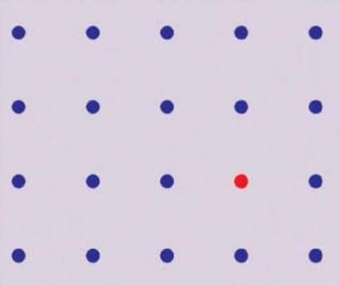
ആദ്യം മുകളിലെ സമഭുജസാമാന്തരികം വരയ്ക്കാം. അതിന് നാലു മൂലകളും അടയാളപ്പെടുത്തണം. ഇടത്തെ മൂല എവിടെയാണ്?

നെടുകെ വരച്ച ഒരു വരയും, കുറുകെ വരച്ച ഒരു വരയും ചേരുന്നിടത്താണ് ഇത്. ഏതൊക്കെയാണ് വരകൾ?

വരിയും നിരയും

വരിയിലും നിരയിലുമായി അടുക്കിയിരിക്കുന്ന കുറേ വസ്തുക്കളിൽ, ഒരു നിശ്ചിതസ്ഥാനത്തുള്ളതിനെ എങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കും? ഉദാഹരണമായി, ഒരു അലമാരയിൽ അടുക്കിവച്ചിരിക്കുന്ന പുസ്തകങ്ങളിൽ, നമുക്കു വേണ്ടതു "താഴെനിന്നു മൂന്നാമത്തെ പടിയിൽ, ഇടത്തു നിന്നു അഞ്ചാമതിരിക്കുന്ന പുസ്തകം" എന്നോ മറ്റോ പറയാം.

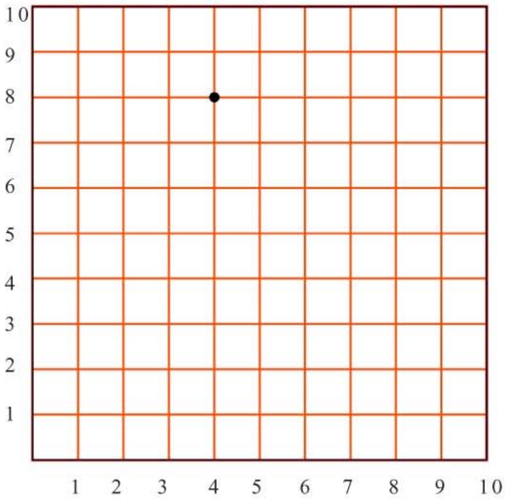
ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



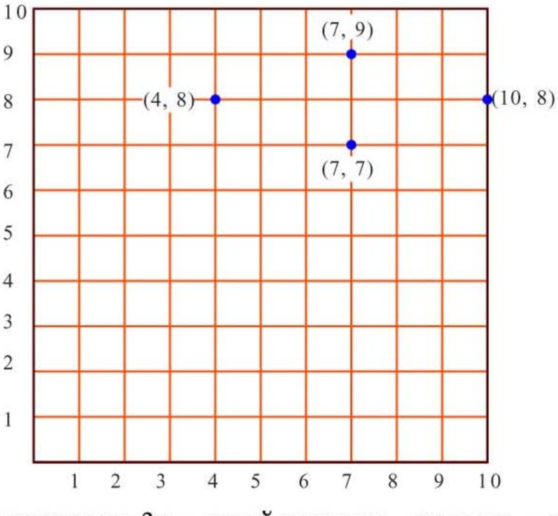
ഇതിലെ ചുവന്ന പൊട്ടിന്റെ സ്ഥാനം എങ്ങനെ പറയും?

താഴെ നിന്നു രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ, ഇടത്തുനിന്നു നാലാമത്തേത് എന്നു പറയാം. മറ്റേതെല്ലാം രീതിയിൽ ഇതു സൂചിപ്പിക്കാം?

സമചതുരത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തുനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ വലത്തുള്ള വരയും, ചുവട്ടിലെ വശത്തിൽ നിന്നു 8 സെന്റിമീറ്റർ മുകളിലുള്ള വരയും.



ഇതുപോലെ മറ്റു മൂലകളുടേയും സ്ഥാനം ഇടത്തുനിന്നും, ചുവട്ടിൽ നിന്നുമുള്ള അകലങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്, അടയാളപ്പെടുത്താമല്ലോ. സൗകര്യത്തിനായി, ഈ സംഖ്യകൾ അതതു ബിന്ദുക്കളുടെ നേരെ എഴുതിവയ്ക്കാം.



ഇനി സമഭുജസാമാന്തരികം വരയ്ക്കാമല്ലോ. മാത്രമല്ല, എങ്ങനെ വരയ്ക്കണമെന്ന് മറ്റുള്ളവർക്ക് എളുപ്പം പറഞ്ഞുകൊടുക്കുകയുമാവാം.

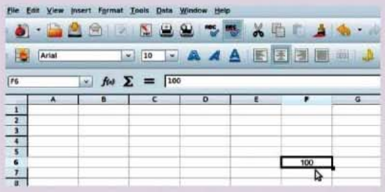
ഇതുപോലെ, ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിലെ സമപാർശ്വലംബകത്തിന്റെ മൂലകൾ എങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്തും?

ഇതിന്റെ ഇടതുവശത്തെ താഴത്തുള്ള മൂല സമചതുരത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തുതന്നെയാണ്. ഈ വശത്തെയും, സമചതുരത്തിന്റെ താഴത്തെ വശത്തെയും 0 എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം. (എന്തുകൊണ്ട്?)

പട്ടികയിലെ സ്ഥാനം

ഒരു പട്ടികയിൽ, വരിയിലും നിരയിലുമായി കുറേ കളങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമല്ലോ. ഒരു നിശ്ചിത കളത്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതെങ്ങനെയാണ്?

Open office calc പോലെയുള്ള സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റുകൾ പരിചയമുണ്ടല്ലോ. അവയിലെങ്ങനെയാണ് വ്യത്യസ്ത കളങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്?

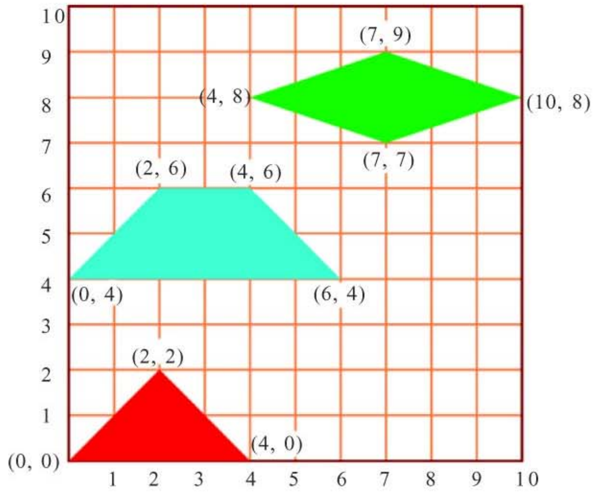


പട്ടികയുടെ ഇടതുവശത്ത്, മുകളിൽ നിന്നു താഴോട്ടായി 1, 2, 3, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകൾ കൊണ്ടു വരികളേയും, പട്ടികയുടെ മുകളിൽ ഇടത്തുനിന്ന് വലത്തോട്ട് A, B, C, ... എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾകൊണ്ടു നിരകളേയും അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇതു രണ്ടും ഉപയോഗിച്ച് ഏതു കളത്തേയും സൂചിപ്പിക്കാമല്ലോ.

ഉദാഹരണമായി, മുകളിലെ ചിത്രത്തിൽ 100 എന്നെഴുതിയിരിക്കുന്നത്, F6 എന്ന കളത്തിലാണ്.

അപ്പോൾ നമുക്കു വരയ്ക്കേണ്ട ലംബകത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തെ താഴത്തുള്ള മൂലയെ എങ്ങനെ എഴുതാം? മറ്റു മൂലകളെയോ?

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യ കളേതൊക്കെയാണ്?

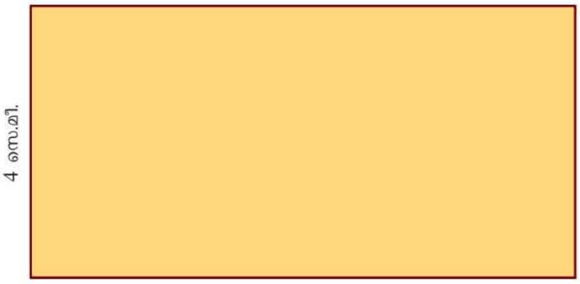


ഇതുപോലെയുള്ള സമചതുരക്കളങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു ചുവടെ പറ ഞ്ഞിരിക്കുന്ന രൂപങ്ങളോരോന്നും വരച്ച്, മൂലകളുടെ സ്ഥാനം സംഖ്യകൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുക.

- സമപാർശ്വമല്ലാത്ത ത്രികോണം
- സമഭുജമല്ലാത്ത സാമാന്തരികം
- സമപാർശ്വമല്ലാത്ത ലംബകം
- പഞ്ചഭുജം
- ഷഡ്ഭുജം

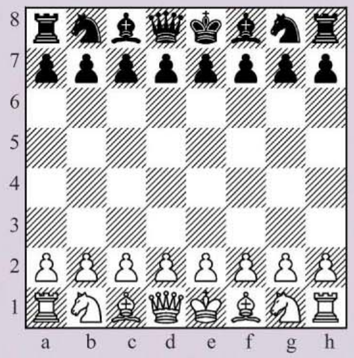
വീണ്ടും ചില സംഖ്യാചിത്രങ്ങൾ

8 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 4 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ നടുക്കുനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 2 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരം വെട്ടിയെടുക്കണം.



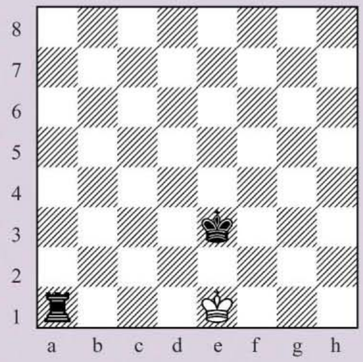
ചതുരംഗസ്ഥാനം

ചെസ് കളികളെക്കുറിച്ചുള്ള വിവരണ ങ്ങളിൽ, പലകയിലെ സ്ഥാനങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് എങ്ങനെയാണെന്നു ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടോ?

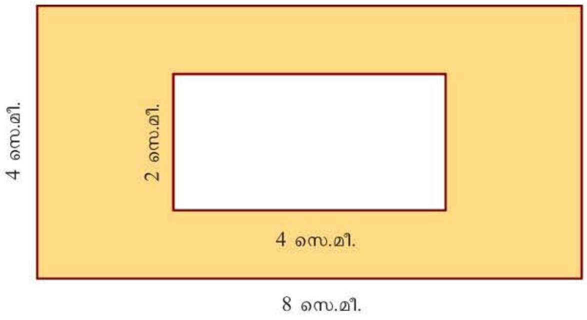


വരികൾക്ക് സംഖ്യകൾകൊണ്ടും, നിര കൾക്ക് അക്ഷരങ്ങൾകൊണ്ടും പേരി ട്ടിരിക്കുന്നതു കണ്ടില്ലേ?

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ഇതിൽ വെളുത്ത രാജാവിന്റെ സ്ഥാനം e1 കറുത്ത രാജാവിന്റെ സ്ഥാനം e3 കറുത്ത തേരിന്റെ സ്ഥാനം a1.

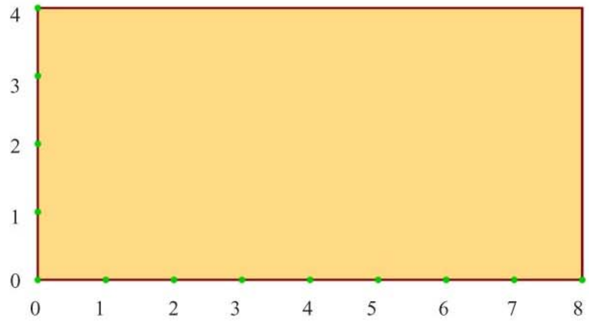


വെട്ടിയെടുക്കേണ്ട ചതുരത്തിന്റെ മൂലകൾ, ആദ്യം അടയാളപ്പെടുത്താം.

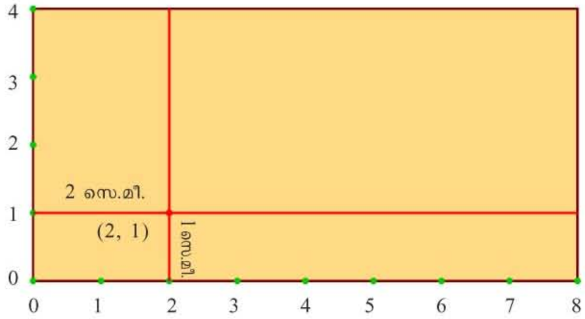
ചെറിയ ചതുരം, വലിയ ചതുരത്തിന്റെ ഒത്ത നടുക്കാകണമല്ലോ. അപ്പോൾ ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ ഇടതും വലതും വശങ്ങൾ, വലിയ ചതുരത്തിന്റെ ഇടതും വലതുമുള്ള വശങ്ങളിൽനിന്ന് ഒരേ അകലത്തിലായിരിക്കണ്ടേ? അതുപോലെതന്നെ രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെയും താഴത്തേയും മുകളിലേയും വശങ്ങളും.

എത്ര അകലത്തിൽ?

വലിയ ചതുരത്തിന്റെ താഴത്തെ വശത്തിലും, ഇടത്തെ വശത്തിലും ഒരു സെന്റിമീറ്റർ ഇടവിട്ട് അകലങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം.



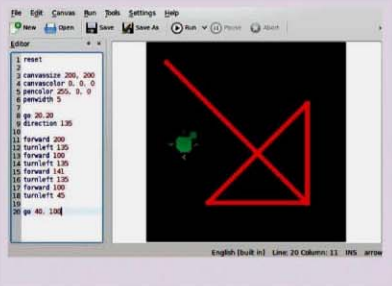
ഇനി വെട്ടിയെടുക്കേണ്ട ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ താഴത്തെ ഇടതു മൂല എങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്താം?



ഇതുപോലെ മറ്റു മൂലകളും അടയാളപ്പെടുത്താമല്ലോ:

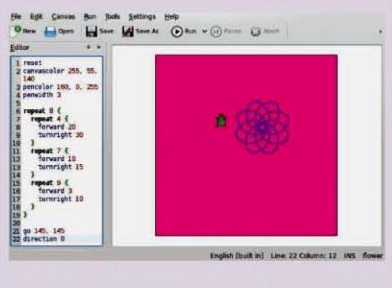
കമ്പ്യൂട്ടർ ചിത്രങ്ങൾ

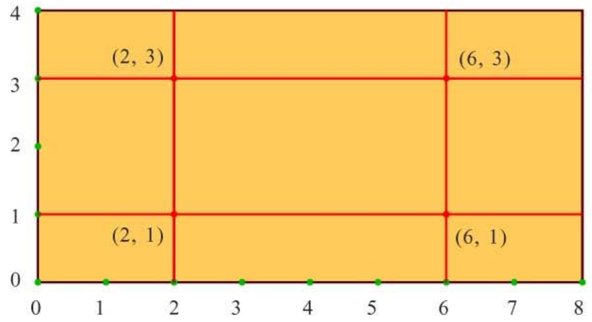
ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങളും മറ്റും കമ്പ്യൂട്ടറിൽ വരയ്ക്കാനുള്ള ലളിതമായ ഒരു പ്രോഗ്രാമാണ് ലീനക്സിലെ KTurtle. വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളെ സംഖ്യകൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചുകൊണ്ടാണ് ഇതിൽ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നത്.



ചിത്രത്തിൽ ഇടതുവശത്തു കാണുന്നത് ചിത്രം വരയ്ക്കാനായി ഉപയോഗിച്ച കോഡ് ആണ്.

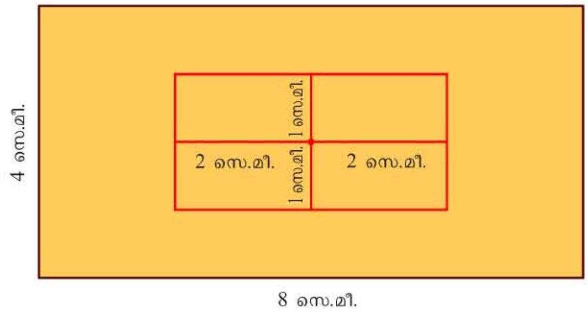
അൽപം ശ്രമിച്ചാൽ കുറേക്കൂടി സങ്കീർണമായ ചിത്രങ്ങളും ഇതിൽ വരയ്ക്കാം.



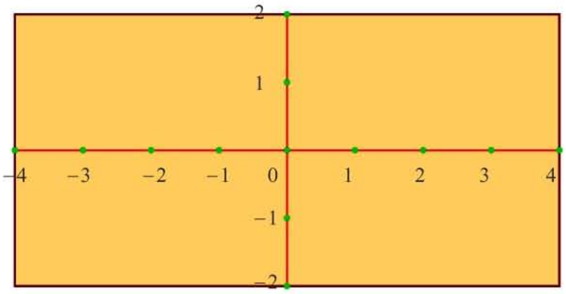


ഇനി ചതുരം വരച്ച്, വെട്ടിയെടുക്കാം.

മറ്റൊരു രീതിയിലും ആലോചിക്കാം: വലിയ ചതുരത്തിന്റെ മധ്യ ബിന്ദുവിൽനിന്ന്, 2 സെന്റിമീറ്റർ ഇടത്തും വലത്തുമാണ്, ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ ഇടതും വലതും ഉള്ള വശങ്ങൾ; 1 സെന്റിമീറ്റർ താഴെയും മുകളിലുമാണ്, അതിന്റെ താഴത്തെയും മുകളിലേയും വശങ്ങൾ.



ഈ രീതിയിൽ ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ മൂലകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ, വലിയ ചതുരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിലൂടെ കുറുകെയും നെടുകെയും ഒരു ജോടി വരകൾ വരച്ച്, അതിൽ അകലങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം; വലത് - ഇടത് , മേല് - കീഴ് എന്നിങ്ങനെ വേർതിരിക്കാൻ, ഇട ത്തോട്ടും, കീഴോട്ടുമുള്ള അകലങ്ങളെ ന്യൂനസംഖ്യകൾ കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം. (സംഖ്യാരേഖയിൽ, ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം അട യാളപ്പെടുത്തിയത് ഓർമയുണ്ടല്ലോ?)



ഇതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, മുറിച്ചെടുക്കേണ്ട ചെറിയ ചതുര ത്തിന്റെ മൂലകൾ എങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കും?

അച്ചടിഭാഷ

കമ്പ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിച്ചുള്ള അച്ചടിയിൽ, ഒരു പേജിലെ അക്ഷരങ്ങളും ചിത്രങ്ങളുമെല്ലാം അതതിന്റെ സ്ഥാനത്ത് വരയ്ക്കാനുപയോഗിക്കുന്ന ഒരു ഭാഷയാണ് Post Script ഒരു പേജിലെ വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളെ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചു സൂചിപ്പിക്കുകയാണ് ഇതിൽ ചെയ്യുന്നത്.

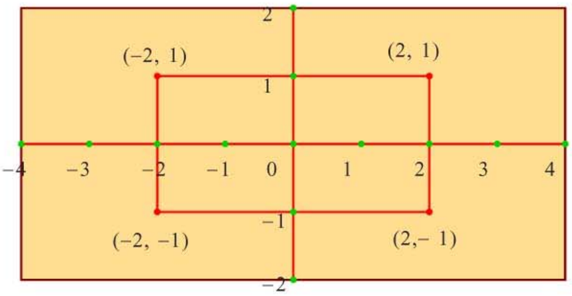
ഒരു ഉദാഹരണം നോക്കാം. ലീനക്സിലെ gedit പോലെയുള്ള ഒരു text editor തുറന്ന് ചുവടെപ്പറയുന്ന വരികൾ എഴുതുക.

```
newpath
20 20 moveto
40 20 lineto
40 40 lineto
20 40 lineto
closepath
fill
showpage
```

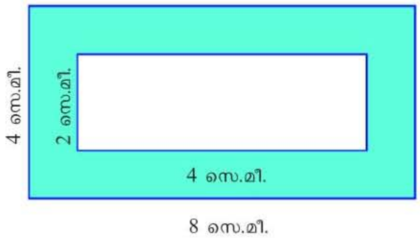
ഇത് പോസ്റ്റ്സ്ക്രിപ്റ്റ് ഭാഷയാണ്. ഇതിലൂടെ വരച്ചതെന്താണെന്നു കാണാൻ. gv എന്ന പ്രോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാം. അതിന്, ഈ ഫയൽ test.ps എന്ന പേരിൽ സേവ് ചെയ്യുക. ഒരു ടെർമിനൽ തുറന്ന് gv test.ps എന്ന ആജ്ഞ കൊടുത്താൽ ഒരു വെളുത്ത സ്ക്രീനിൽ, ഇടത്തു താഴെ മൂലയിൽ ഒരു കറുത്ത സമചതുരം കാണാം.

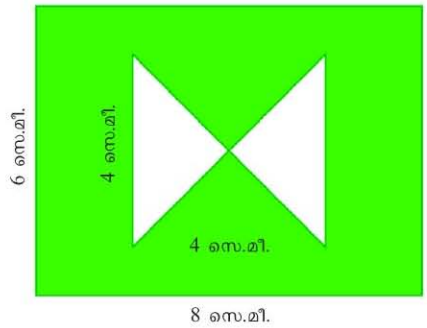
ഇവിടെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന സംഖ്യാജോടികളെല്ലാം, പേജിന്റെ ഇടതു വശത്തുനിന്നും, താഴത്തെ വശത്തുനിന്നും, അതിലെ വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളിലേക്കുള്ള അകലമാണ്. നീളത്തിന്റെ ഏകകം, അച്ചടിയിൽ സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്ന പോയിന്റ് (point) ആണ്. ഒരു പോയിന്റ് എന്നത് ഏതാണ്ട് 0.035 സെന്റിമീറ്ററാണ്.

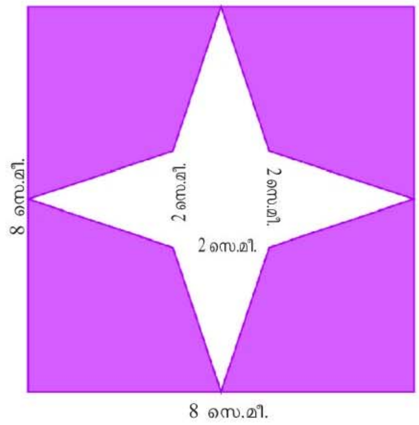
മിക്ക ഡി.ടി.പി ആപ്ലിക്കേഷനുകളുടേയും പുറകിൽ അദൃശ്യമായി പ്രവർത്തിക്കുന്നത് പോസ്റ്റ്സ്ക്രിപ്റ്റ് ഭാഷയാണ്.



ഇനി ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രൂപങ്ങളോരോന്നും വെട്ടിയെടുക്കാൻ അടയാളപ്പെടുത്തേണ്ട ബിന്ദുക്കളെ, വലിയ ചതുരത്തിന്റെ മധ്യത്തിൽനിന്നുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് (ഇപ്പോൾ ചെയ്തതുപോലെ) എഴുതുക:







നിറങ്ങളും സംഖ്യകളും

കമ്പ്യൂട്ടറിൽ സ്ക്രീനിലെ സ്ഥാനങ്ങളെ മാത്രമല്ല, നിറങ്ങളേയും സംഖ്യകൾ കൊണ്ടുതന്നെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. പല അളവുകളിൽ ചുവപ്പ്, പച്ച, നീല എന്നീ നിറങ്ങൾ കലർത്തിയാണ് സ്ക്രീനിൽ വിവിധ നിറങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നത്.

ലീനക്സിലെ Gcolor2 ഉപയോഗിച്ച് ഇതു പെട്ടെന്നു മനസിലാക്കാം.

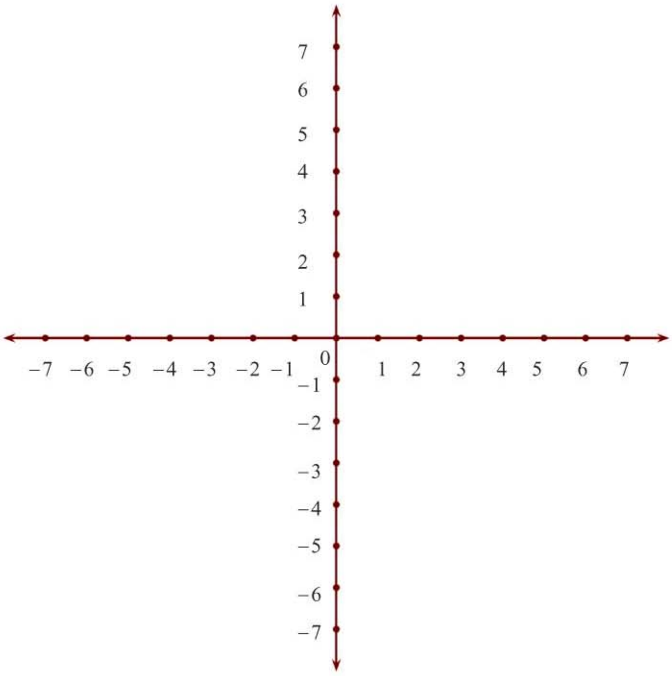
ഇതിലെ ൽ ക്ലിക് ചെയ്തതിനു ശേഷം, സ്ക്രീനിലെ ഏതെങ്കിലും ഭാഗത്തു ക്ലിക് ചെയ്താൽ, ആ സ്ഥാനത്തെ നിറത്തിന്റെ RGB സംഖ്യകൾ കിട്ടും.

സ്ഥാനങ്ങളും സംഖ്യകളും

ഒരേ തലത്തിലുള്ള കുറേ ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ, സംഖ്യാജോടികൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്ന രീതി കണ്ടല്ലോ. ഓരോ ജോടി സംഖ്യകളും എന്തിനെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്?

പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ടു വരകളിൽ നിന്ന് ഒരു ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലങ്ങൾ, അല്ലേ?

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



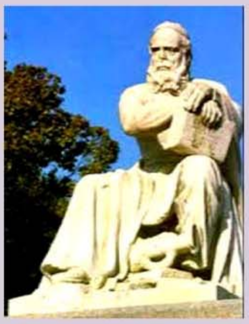
രണ്ടു ലംബരേഖകൾ. അവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള അകലങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഇടതും വലതും കീഴും മേലും തിരിച്ചറിയാൻ, അധിസംഖ്യകളും ന്യൂനസംഖ്യകളും ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്, 1 സെന്റിമീറ്റർ തന്നെ ഇടവിട്ടാകണമെന്നില്ല; അടുത്തടുത്ത ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ അകലത്തിലായിരിക്കണം എന്നുമാത്രം. മറ്റൊരു രീതിയിൽപ്പറഞ്ഞാൽ, ഏതു നീളവും അളക്കാനുള്ള ഏകകമായി എടുക്കാം. (രണ്ടു സംഖ്യാരേഖകൾ, പരസ്പരം ലംബമായി, പൂജ്യം പൊതുവായി, വരച്ചിരിക്കുന്നതായി കരുതാം.)

ഈ വരകളിൽനിന്നുള്ള അകലം ഉപയോഗിച്ച്, അവ ഉൾപ്പെടുന്ന തലത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാമല്ലോ.

അൽപം ചരിത്രം

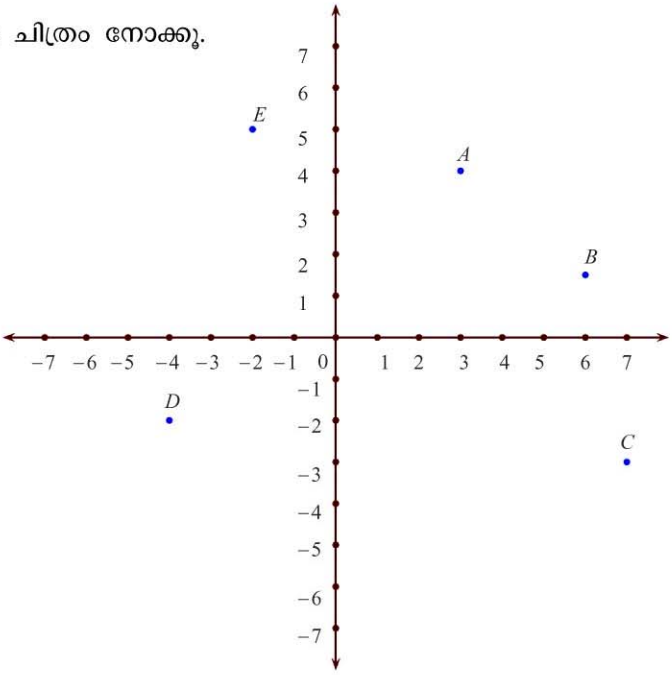
ബി.സി. ഇരുനൂറാമാണ്ടിൽത്തന്നെ, അപ്പൊളോണിയസ് എന്ന ഗണിതകാരൻ, ചില ജ്യാമിതീയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കാണാൻ ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനങ്ങളെ സംഖ്യകൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്ന രീതി ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്; നിശ്ചിത രേഖകളിൽ നിന്നുള്ള അകലങ്ങളാണ് ഇത്തരം സംഖ്യകൾ.

തുടർന്ന് എ.ഡി. പതിനൊന്നാം നൂറ്റാണ്ടിലെ പേർഷ്യയിൽ, ഗണിതകാരനും കവിയുമായ ഒമർ ഖയ്യാം, ചില ബീജഗണിത പ്രശ്നങ്ങളെ ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങളാക്കി മാറ്റാൻ, സംഖ്യാജോടികളെ ബിന്ദുക്കളാക്കി വരയ്ക്കുന്ന രീതി ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്.



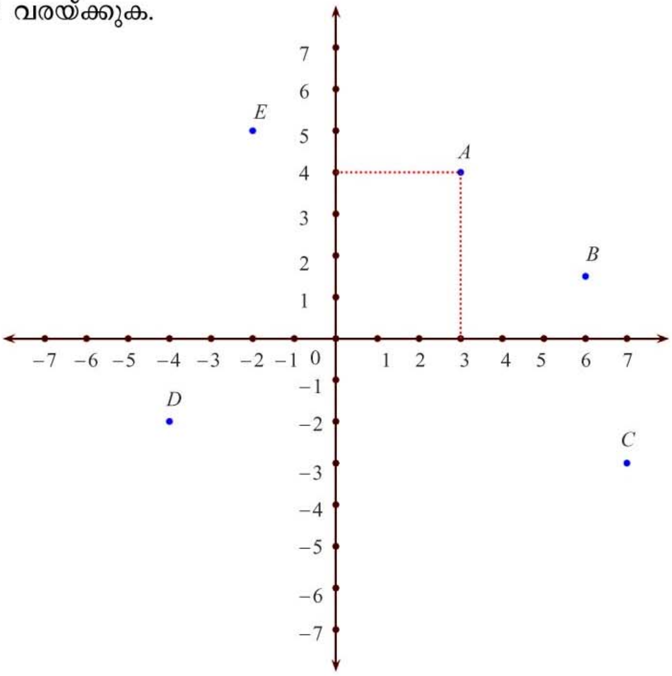
ജ്യാമിതിയും, ബീജഗണിതവുമായുള്ള ഈ ബന്ധം ചിട്ടയായ ഒരു ഗണിതശാഖയായി വളർന്നത്, പതിനേഴാം നൂറ്റാണ്ടിൽ, ഫ്രാൻസിലെ തത്വചിന്തകനായ റെനെ ദേക്കാർത് (Rene Descartes) "ജ്യാമിതി" എന്ന പ്രബന്ധം പ്രസിദ്ധീകരിച്ചതിൽപ്പിന്നെയാണ്.

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



A, *B*, *C*, *D*, *E* ഇവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ എന്തൊക്കെയാണ്?

ആദ്യം *A* നോക്കാം. *A* യിൽനിന്ന് ഈ രണ്ടു വരകളിലേക്കും ലംബങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.



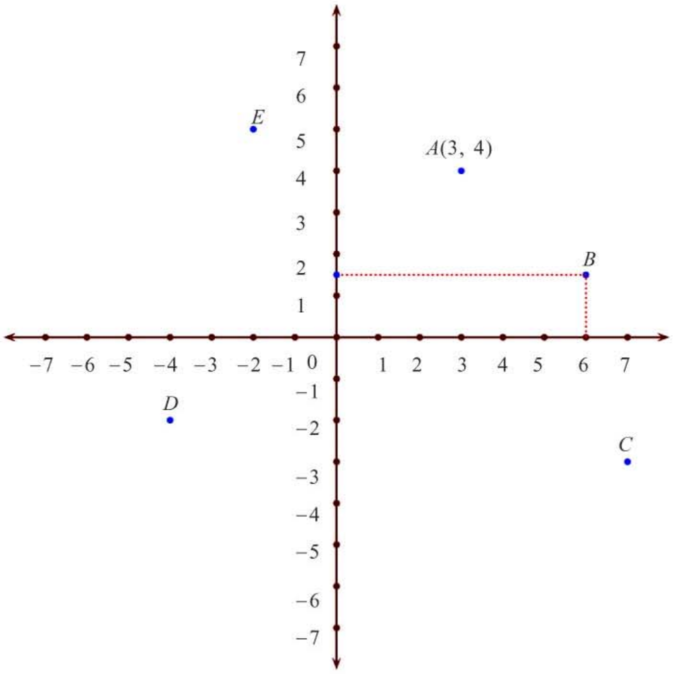
വിലങ്ങനെയുള്ള വരയിലേക്കുള്ള ലംബം, അതുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നത്, 3 എന്ന ബിന്ദുവിലും, കുത്തനെയുള്ള വരയിലേക്കുള്ള ലംബം, അതുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നത്, 4 എന്ന ബിന്ദുവിലുമാണല്ലോ. അതിനാൽ, നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ, ഈ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനത്തെ (3, 4) എന്ന സംഖ്യാജോടികൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം.

ഇനി *B* നോക്കൂ.

ഈച്ചയും ജ്യാമിതിയും

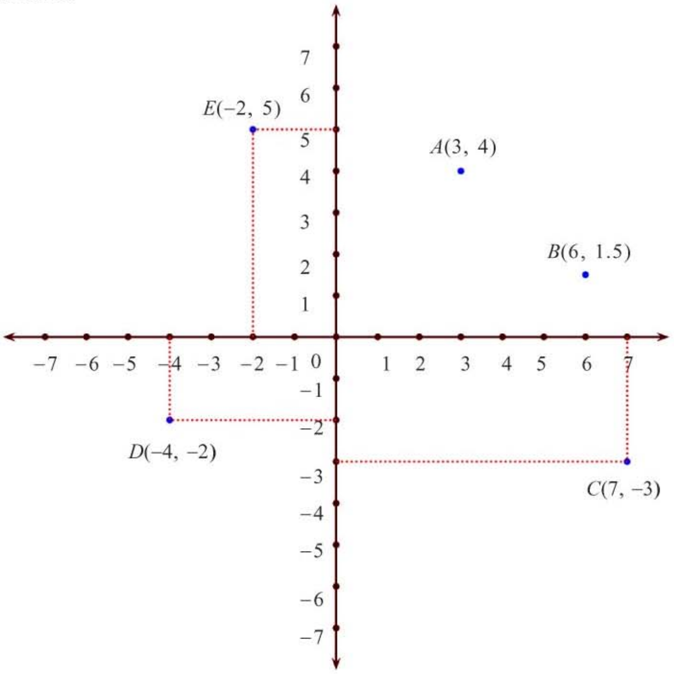
ജ്യാമിതിയിൽ, ദേക്കാർത് പുതിയൊരു രീതി കണ്ടെത്തിയതിനെക്കുറിച്ച് രസകരമായൊരു കഥയുണ്ട്. കട്ടിലിൽക്കിടന്നുകൊണ്ട് എന്തോ ആലോചിച്ചിരുന്ന അദ്ദേഹം, മുറിയുടെ മുകൾത്തട്ടിൽ ഒരു ഈച്ചയെ കാണുന്നു. അതിന്റെ ചലനത്തിന്റെ പാത അറിയാൻ, അടുത്തടുത്ത രണ്ടു ചുമരുകളിൽ നിന്നുള്ള അതിന്റെ അകലങ്ങളും, അവ മാറുന്നതിന്റെ ബന്ധവും മനസിലാക്കിയാൽ മതിയെന്ന ചിന്ത ഉണ്ടാകുന്നു. ഈ ചിന്തയാണത്രേ, പുതിയൊരു ജ്യാമിതീയ രീതിയിലേക്ക് അദ്ദേഹത്തെ നയിച്ചത്.

ഇതു സത്യമാണെങ്കിലും അല്ലെങ്കിലും, രണ്ടു ലംബരേഖകളിൽ നിന്നുള്ള അകലങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു തലത്തിലെ ഏതു സ്ഥാനവും സൂചിപ്പിക്കാമെന്നും, അത്തരം സംഖ്യജോടികളുപയോഗിച്ചു ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളെ വ്യാഖ്യാനിക്കാം എന്നുമുള്ള ചിന്തയ്ക്ക് നല്ലൊരുദാഹരണമാണ് ഈ ഈച്ചക്കഥ.



കുത്തനെയുള്ള വരയിലേക്കുള്ള ലംബം അതുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നത്, 1 ന്റേയും 2 ന്റേയും കൃത്യം നടുക്കാണ്. അപ്പോൾ *B* യെ $\left(6, \frac{3}{2}\right)$ എന്നെഴുതാം.

ഇതുപോലെ *C*, *D*, *E* ഇവയേയും സംഖ്യാജോടികൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം.



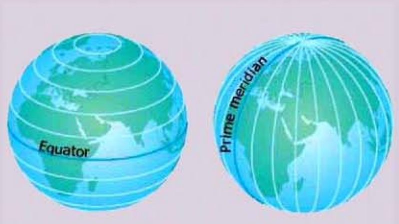
അപ്പോൾ, പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ടു വരകളും, നീളമളക്കാൻ യുക്തമായ ഒരു ഏകകവും ഉപയോഗിച്ച്, ഒരു തലത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെയെല്ലാം സംഖ്യാജോടികൾകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം.

ഭൂവിഭജനം

ഭൂമിയിലെ വ്യത്യസ്തസ്ഥാനങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്, അക്ഷാംശം, രേഖാംശം എന്നീ രണ്ടു സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചാണല്ലോ. എന്താണ് ഇവയുടെ അർത്ഥം?

ഭൂമി സ്വയം തിരിയുന്നുണ്ടല്ലോ. ഏതു ഗോളം തിരിയുമ്പോഴും, അതിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അനങ്ങാതെയിരിക്കും. അവയാണ് ധ്രുവങ്ങൾ (poles) അവയെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയാണ്, തിരിയുന്നതിന്റെ അക്ഷം (axis of rotation). ഗോളത്തിൽ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളിൽ, കേന്ദ്രം ഗോളത്തിന്റേതു തന്നെ ആയവയാണ് വൻവൃത്തങ്ങൾ. രണ്ടു ധ്രുവങ്ങളിൽ നിന്നും തുല്യ ദൂരത്തിലുള്ള വൻവൃത്തമാണ്, ഭൂമധ്യരേഖ (equator). അതിനു സമാന്തരമായ വൃത്തങ്ങളാണ് അക്ഷാംശ രേഖകൾ (lines of latitude)

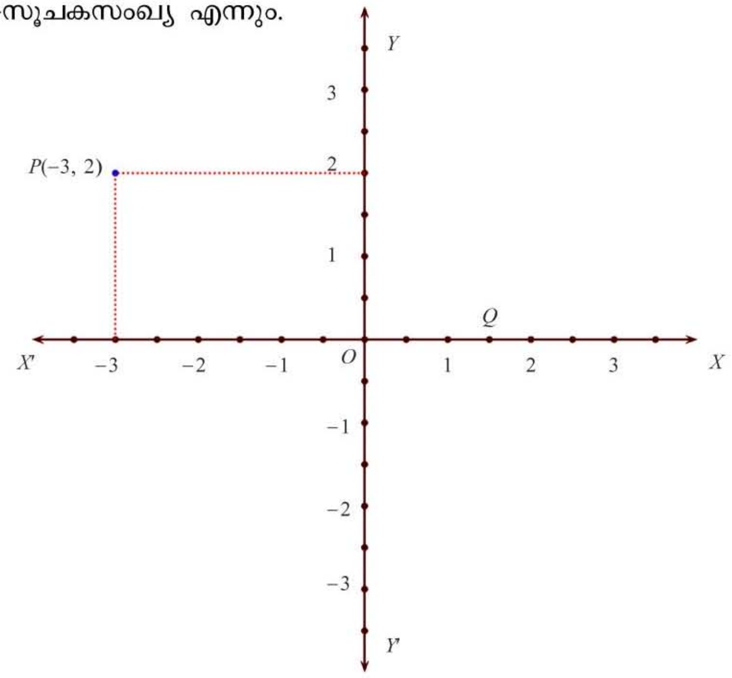
ധ്രുവങ്ങളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൻവൃത്തങ്ങളാണ് രേഖാംശരേഖകൾ (lines of longitude or meridians). ഇവയിൽ, ഇംഗ്ലണ്ടിലെ ഗ്രീൻവിച്ച് എന്ന സ്ഥലത്തുകൂടി കടന്നുപോകുന്നതിനെ പ്രധാന രേഖാംശരേഖയായി എടുത്തിരിക്കുന്നു. (prime meridian)



അങ്ങനെ അക്ഷാംശരേഖകളും രേഖാംശരേഖകളുമായ വൃത്തങ്ങൾ, ഭൂമിയെ കളങ്ങളാക്കുന്നതായി സങ്കൽപ്പിക്കാം.

ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കുന്ന രണ്ടു വരകൾക്ക്, സൂചകാക്ഷങ്ങൾ (axis of co-ordinates) എന്നാണ് പേര്. വിലങ്ങനെയുള്ള വരയെ x- അക്ഷം (x - *axis*) എന്നും, കുത്തനെയുള്ള വരയെ y-അക്ഷം (y-axis) എന്നും പറയുന്നു. സാധാരണയായി x-അക്ഷത്തിന് XX^1 എന്നും, y-അക്ഷത്തിന് YY^1 എന്നുമാണ് പേരിടുന്നത്. ഇവ തമ്മിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്, ആധാരബിന്ദു (origin) എന്നാണ് പേര്. ഈ ബിന്ദുവിനെ സാധാരണയായി O എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാൻ x-അക്ഷത്തിലേക്കും y-അക്ഷത്തിലേക്കും ലംബങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്ന രീതി കണ്ടല്ലോ. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ഒരു ജോടി സംഖ്യകളെ, ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (co-ordinates) എന്നാണ് പറയുന്നത്. ആദ്യത്തെ സംഖ്യയെ x-സൂചകസംഖ്യ എന്നും രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയെ y-സൂചകസംഖ്യ എന്നും.



ഉദാഹരണമായി, മുകളിലെ ചിത്രത്തിൽ, P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x-സൂചകസംഖ്യ -3 ഉം y-സൂചകസംഖ്യ 2 ഉം ആണ്. Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകളോ?

ഇനി ചില ചോദ്യങ്ങളാവാം.

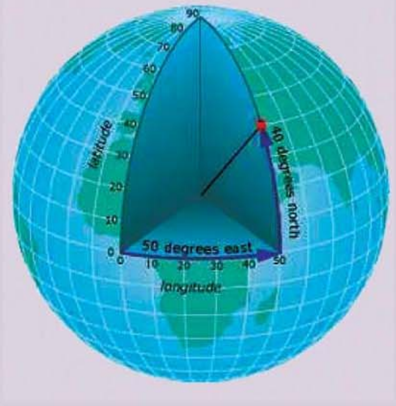
- x-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y-സൂചകസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്?
- y-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x-സൂചകസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്?
- ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

ഭൂസ്ഥാനങ്ങൾ

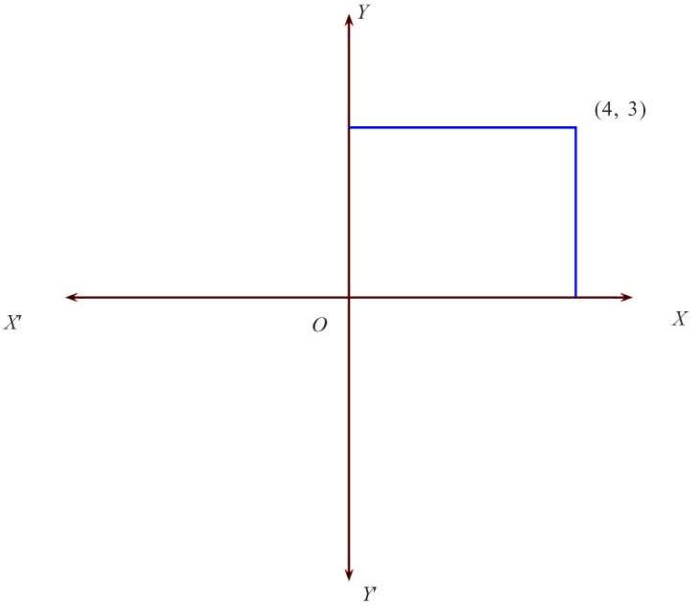
ഭൂതലത്തെ അക്ഷാംശരേഖകളും രേഖാംശരേഖകളും കളങ്ങളാക്കുന്നതു കണ്ടല്ലോ. ഇവ ഉപയോഗിച്ചാണ്, ഭൂമിയിലെ ഏതു സ്ഥാനവും സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

അതിനാദ്യം, ഭൂമധ്യരേഖയും ഗ്രീൻവിച്ച് രേഖയും സന്ധിക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവും, അതിനെ ഭൂമിയുടെ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയും സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഈ ബിന്ദു മറ്റൊരു അക്ഷാംശരേഖയിലെത്താൻ, വടക്കോട്ടോ തെക്കോട്ടോ നീങ്ങണം; അതിനനുസരിച്ച്, ബിന്ദുവിനെ ഭൂകേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ മുകളിലോട്ടൊ, താഴോട്ടൊ ഒരു നിശ്ചിത കോൺ തിരിയണം. ഇത്തരം കോണുകൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് അക്ഷാംശരേഖകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. (വടക്ക്, തെക്ക് എന്നി വിശേഷണങ്ങൾകൂടി ഉപയോഗിക്കും.) ഇനി നമ്മുടെ ആദ്യത്തെ ബിന്ദു, മറ്റൊരു രേഖാംശരേഖയിലേക്കു മാറണമെങ്കിലോ? കിഴക്കോ, പടിഞ്ഞാറോ മാറണം; അതിനനുസരിച്ച്, വരയും വലത്തോട്ടോ ഇടത്തോട്ടൊ ഒരു നിശ്ചിത കോൺ തിരിയണം. ഈ കോണുകളാണ് രേഖാംശരേഖകളുടെ സൂചകങ്ങൾ.

ഇത്തരം ഈ കോണുകൾ ഉപയോഗിച്ച്, ഭൂമിയിലെ ഏതു സ്ഥാനവും സൂചിപ്പിക്കാം.

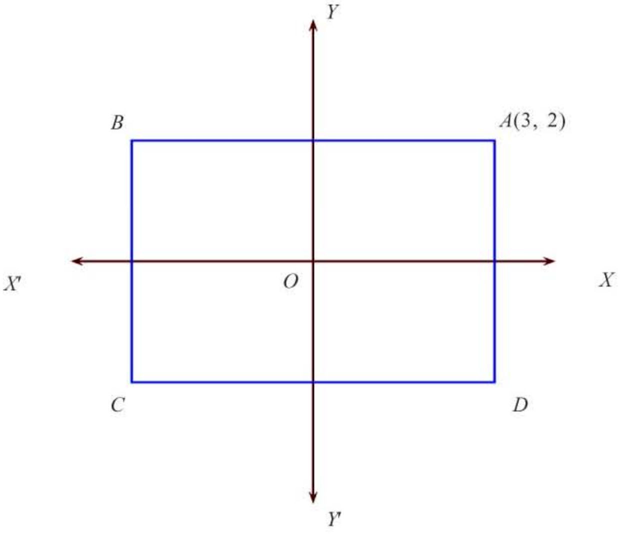


• ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു മൂന്നു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



ഇവിടെ നീളമളക്കാൻ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന ഏകകം $\frac{3}{4}$ സെന്റിമീറ്ററാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?

• ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു ചതുരമാണ്. ആധാരബിന്ദു O, ചതുരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്.



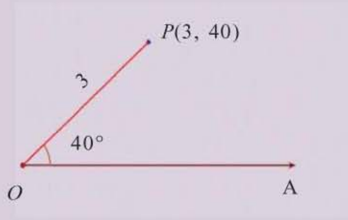
B, C, D എന്നീ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

അകലവും ദിശയും

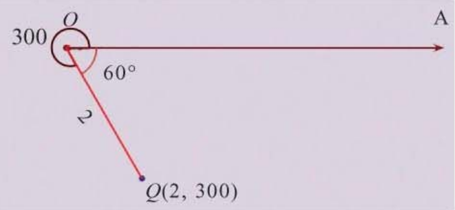
ലംബരേഖകളിൽനിന്നുള്ള അകലങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം പറയുന്നതിനുപകരം, ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള അകലവും, ഒരു വരയുമായുണ്ടാക്കുന്ന കോണും ഉപയോഗിച്ച് സ്ഥാനം പറയുന്ന രീതിയും ഗണിതത്തിലുണ്ട്.

അതിന് ഒരു ബിന്ദു O യും അതിൽനിന്നുള്ള ഒരു വര OA യും എടുക്കുക.

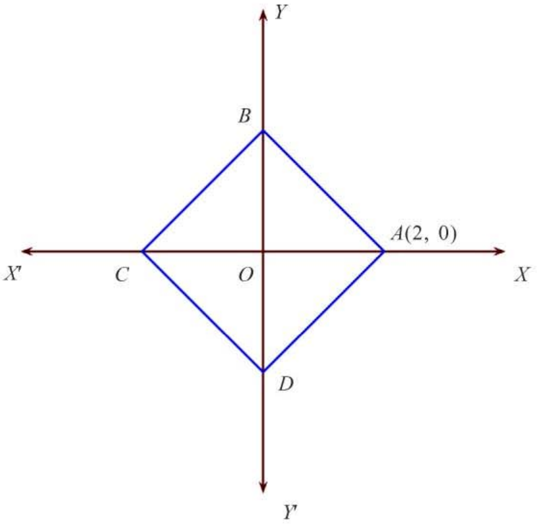
ഇനി, ഏതു ബിന്ദു P എടുത്താലും, OP യുടെ നീളവും, $\angle POA$ യുടെ അളവും ഉപയോഗിച്ച്, P യുടെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാമല്ലോ.



Q വിന്റെ സ്ഥാനം എങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കാം.

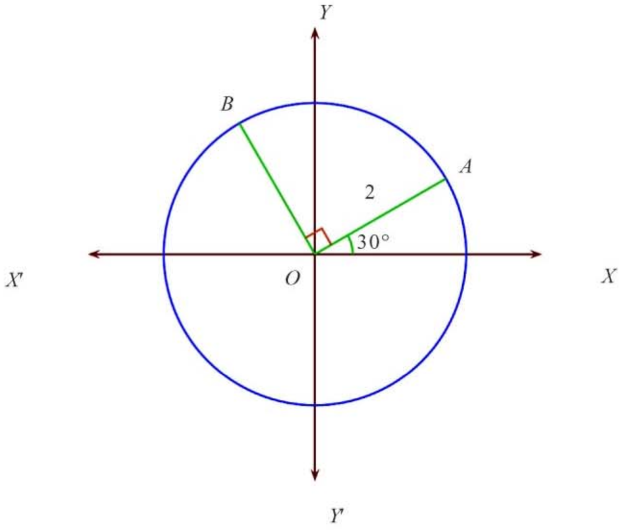


- ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു സമചതുരമാണ്.



B, C, D ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

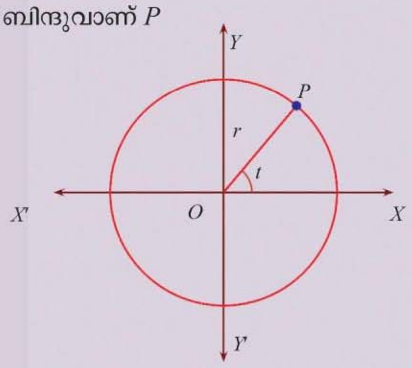
- ചിത്രത്തിലെ A, B എന്നി ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?



- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു ജോടി സമീപവശങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി അക്ഷങ്ങളെടുത്തപ്പോൾ, ചതുരത്തിന്റെ രണ്ട് എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (0, 0), (4, 3) എന്നു കിട്ടി. മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ്?

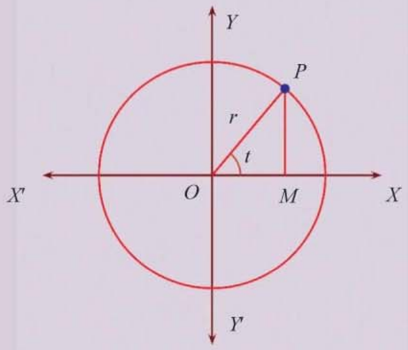
അൽപം ത്രികോണമിതി

ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായി, ആരം r ആയ ഒരു വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് P



$\angle POX = t$ എന്നെടുത്താൽ, P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

P യിൽ നിന്ന് x അക്ഷത്തിലേക്കു PM എന്ന ലംബം വരച്ചാൽ, POM എന്ന മട്ടത്രികോണം കിട്ടുമല്ലോ.



ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്

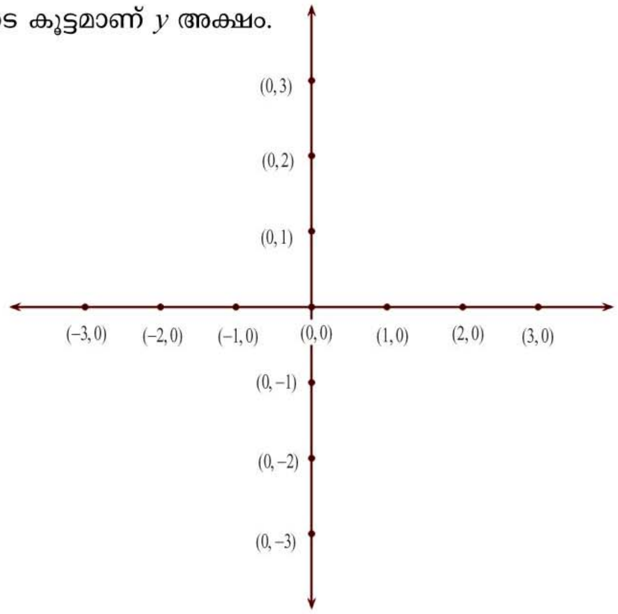
$$OM = r\cos t. \quad PM = r\sin t$$

എന്നു കാണാം. അതായത്, P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(r\cos t,\ r\sin t)$

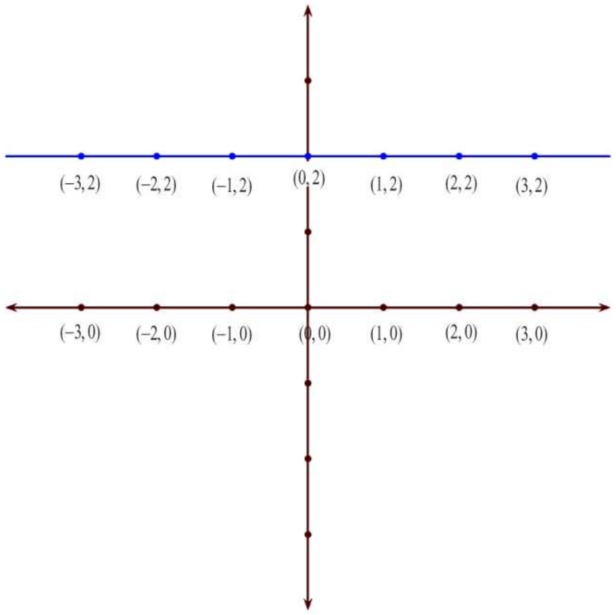
$\angle POX$ മട്ടകോണോ, അതിലും വലിയ കോണോ ആണെങ്കിലോ?

x-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y-സൂചകസംഖ്യ 0 ആണെന്നു കണ്ടല്ലോ. മറിച്ച്, y-സൂചകസംഖ്യ 0 ആയ ബിന്ദുക്കളെല്ലാം x-അക്ഷത്തിലാണുതാനും. അതായത്, സൂചകസംഖ്യകൾ $(x, 0)$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടമാണ് x-അക്ഷം.

ഇതുപോലെ, സൂചകസംഖ്യകൾ $(0, y)$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടമാണ് y അക്ഷം.

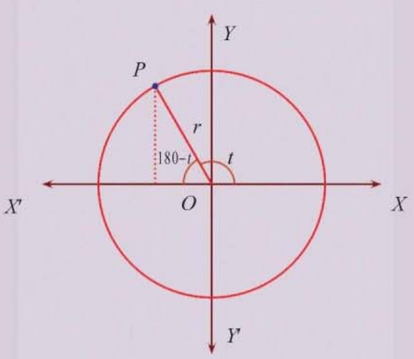


ഇതിൽ, പൂജ്യത്തിനു പകരം മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യ എടുത്താലോ? ഉദാഹരണമായി, $(x, 2)$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളെടുത്താലോ? ഇത്തരം ബിന്ദുക്കളെല്ലാം, x-അക്ഷത്തിൽ നിന്ന് 2 അകലത്തിലല്ലേ? (നീളമളക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഏകകത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ.) അപ്പോൾ, ഇവയെല്ലാം x-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി 2 അകലത്തിൽ വരയ്ക്കുന്ന വരയിലാണ്.



വീണ്ടും ത്രികോണമിതി

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്, P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $-r\cos(180-t)$ എന്നും, y സൂചകസംഖ്യ $r\sin(180-t)$ എന്നും കാണാമല്ലോ.

t എന്ന കോൺ $90°$ നും $180°$ നും ഇടയ്ക്കാണെങ്കിൽ,

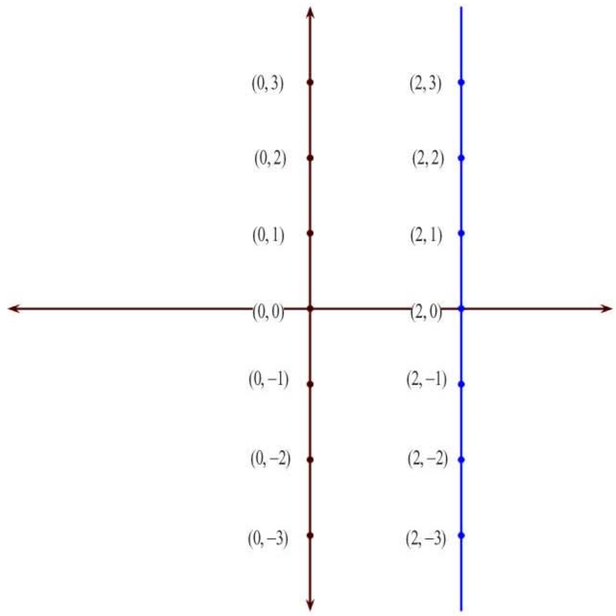
$\cos(180-t) = -\cos t$

$\sin(180-t) = \sin t$

എന്നു **ത്രികോണമിതി** എന്ന പാഠത്തിൽ നിർവചിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ, ഈ സന്ദർഭത്തിലും $(r\cos t, r\sin t)$ തന്നെ.

y-സൂചകസംഖ്യ 2 ആയ ബിന്ദുക്കളെല്ലാം ഈ വരയിലുണ്ട്.

ഇതുപോലെ $(2, y)$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടമെന്താണ്?



ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ, a എന്ന ഏതു സംഖ്യയെടുത്താലും (x, a) എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടം, x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി a അകലത്തിലുള്ള വരയാണ്; മറിച്ച്, (a, y) എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടം, y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി a അകലത്തിലുള്ള വരയാണ്.

ഒരു വിധത്തിൽ നോക്കിയാൽ, ഇത്തരം വരകളെല്ലാം തന്നെ സംഖ്യാരേഖകളാണ്. സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനത്തെ സൂചിപ്പിക്കാൻ x എന്നതിനു പകരം (x, a) അല്ലെങ്കിൽ (a, y) എന്നുപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ടെന്നേയുള്ളൂ.

അപ്പോളൊരു ചോദ്യം: (1, 2), (3, 2) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലമെന്താണ്?

(1, 2), (−3, 2) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലമോ?

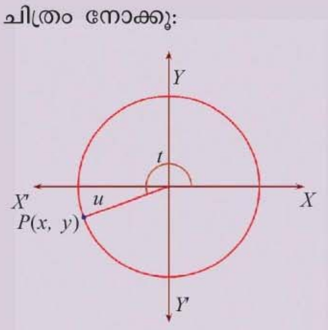
സംഖ്യാരേഖയിൽ അകലം കണ്ടുപിടിച്ചതുപോലെ, വലിയ x സൂചകസംഖ്യയിൽ നിന്ന് ചെറുതു കുറച്ചാൽപ്പോരേ?

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ, $(x_1, a), (x_2, a)$ ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കാൻ, x_1, x_2 ഇവയിലെ വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുതു കുറച്ചാൽ മതി; ബീജഗണിതഭാഷയിൽപ്പറഞ്ഞാൽ, ഈ അകലം $|x_1 - x_2|$.

ഇതുപോലെ $(a, y_1), (a, y_2)$ ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കാൻ, y_1, y_2 ഇവയിലെ വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുതു കുറച്ചാൽ മതി. ബീജഗണിതഭാഷയിൽപ്പറഞ്ഞാൽ, ഈ അകലം $|y_1 - y_2|$.

വൃത്തവും ത്രികോണമിതിയും

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



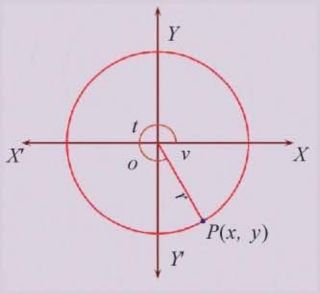
ഇവയിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(-r \cos u, -r \sin u)$ എന്നു കാണാമല്ലോ. $t = 180 + u$ എന്നും കാണാം. അപ്പോൾ

$$\cos(180 + u) = -\cos u$$

$$\sin(180 + u) = -\sin u$$

എന്നു നിർവചിച്ചാൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(r \cos t, r \sin t)$ എന്നു തന്നെ കിട്ടും.

P യുടെ സ്ഥാനം ഇങ്ങനെ ആയാലോ?

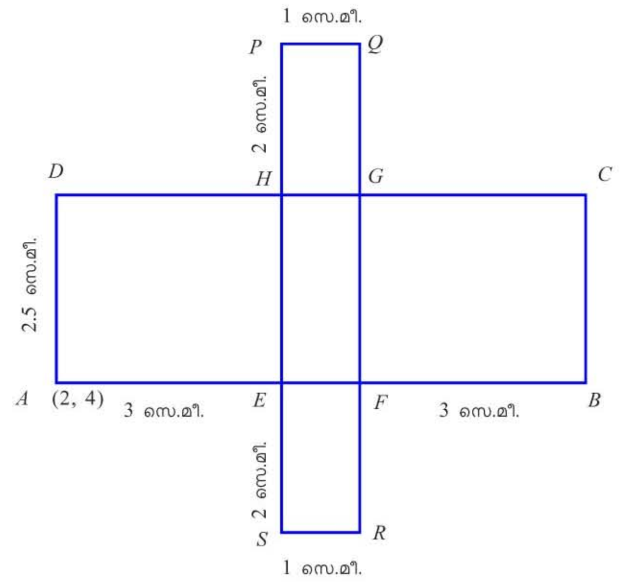


ഇതിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(r \cos v, -r \sin v)$. എന്നും $t = 360 - v$ എന്നും കാണാം. അപ്പോൾ

$$\cos(360 - v) = \cos v$$

$$\sin(360 - v) = -\sin v$$

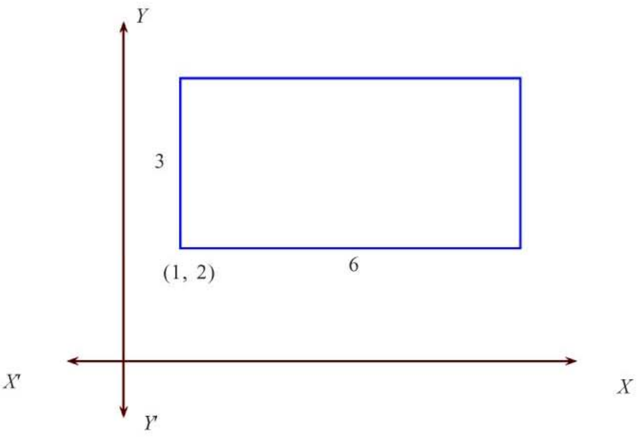
എന്നു നിർവചിച്ചാൽ, P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(r \cos t, r \sin t)$ എന്നു തന്നെയാകും.



ചിത്രത്തിൽ *ABCD*, *PQRS* എന്നീ ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. ഇതിലെ ചതുരങ്ങളുടെയെല്ലാം മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ചതുരക്കണക്കുകൾ

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

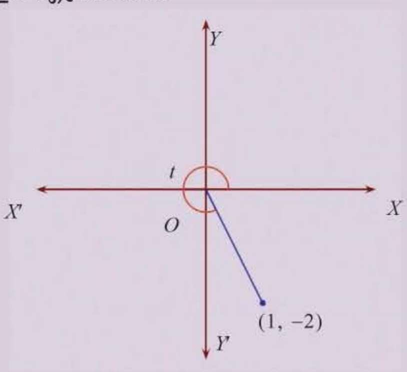


വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി, ഇതുപോലൊരു ചതുരം വരയ്ക്കണം. മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകളെന്തെല്ലാമാണ്?

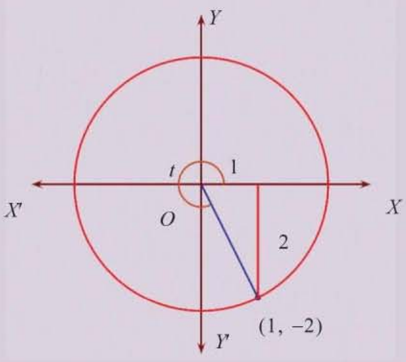
ചതുരത്തിലെ താഴത്തെ വശത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെല്ലാം $(x, 2)$ എന്ന രൂപത്തിലാണല്ലോ (എന്തുകൊണ്ട്?) അവയിൽ, ചതുരത്തിന്റെ വലതു മൂല $(1, 2)$ ൽ നിന്നു 6 അകലെയാണ്. അപ്പോൾ അതിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

വൃത്തമില്ലാതെ

ചിത്രത്തിൽ കോൺ t യുടെ sin ഉം cos ഉം എത്രയാണ്?



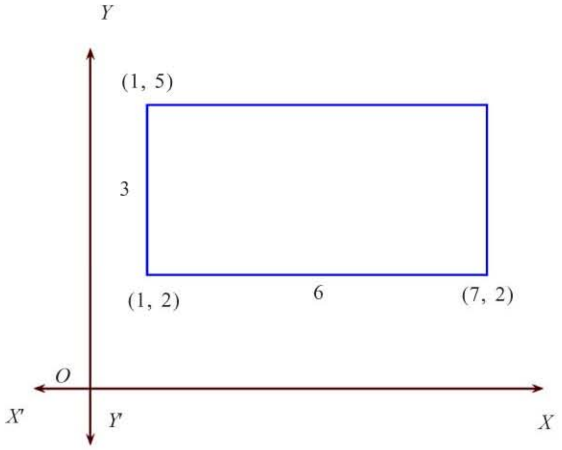
ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായി $(1, -2)$ വിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം സങ്കൽപ്പിക്കാമല്ലോ. അതിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?



ചിത്രത്തിൽനിന്ന്, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ എന്നു കാണാം. അപ്പോൾ നിർവചനമനുസരിച്ച്

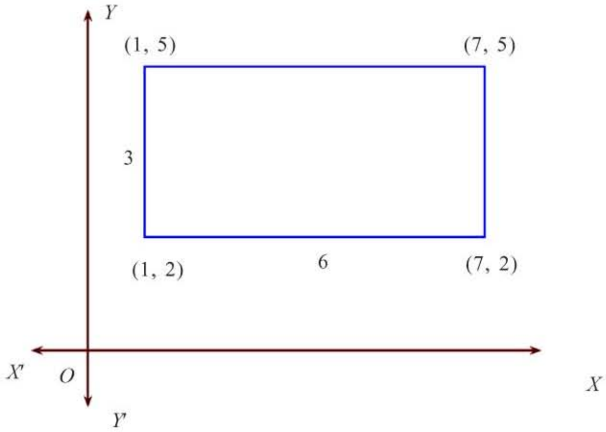
$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{5}} \qquad \sin t = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

ഇതുപോലെ, ചതുരത്തിന്റെ ഇടതു വശത്തുള്ള ബിന്ദുക്കളെല്ലാം ഏതു രൂപത്തിലാണ്? അവയിൽ ചതുരത്തിന്റെ മുകളിലത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?



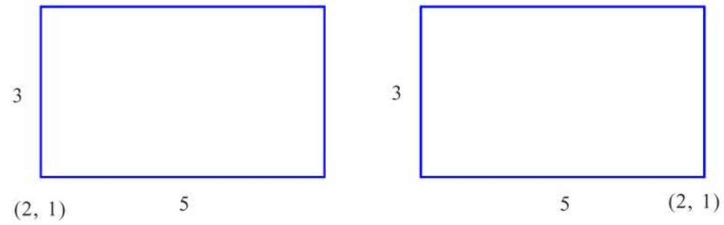
ഇനി നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകളോ?

പലതരത്തിൽ ആലോചിക്കാം. ഈ ബിന്ദു, ചതുരത്തിന്റെ വലതുവശത്തായതിനാൽ x സൂചകസംഖ്യ 7 (എന്തുകൊണ്ട്?), ചതുരത്തിന്റെ മുകൾവശത്തായതിനാൽ y സൂചകസംഖ്യ 5.



(മറ്റേതെല്ലാം തരത്തിൽ ഇത് ആലോചിച്ചെടുക്കാം?)

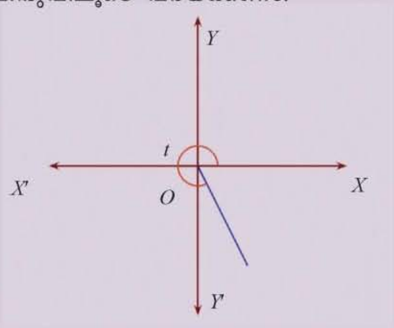
ചുവടെ കുറേ ചതുരങ്ങളുടെ ചിത്രമുണ്ട്. ഒരു നിശ്ചിത ഏകകമുപയോഗിച്ച് ഓരോന്നിന്റേയും നീളവും വീതിയും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടില്ലാത്ത, ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ, ഒരു ജോടി അക്ഷങ്ങൾ അടിസ്ഥാനമാക്കി, ഒരു മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകളും ചിത്രത്തിലുണ്ട്. മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



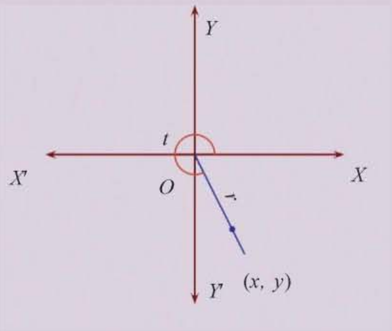
സൂചകസംഖ്യകളും കോണും

ഏതു കോണിന്റെയും sin ഉം cos ഉം നിർവചിക്കുന്ന രീതി കണ്ടല്ലോ. ഇതനുസരിച്ച്, 180° യെക്കാൾ വലിയ കോണിന്റെ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

ആദ്യം x അക്ഷവുമായി ഇത്തരമൊരു കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു വര ആധാരബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്കണം.



അതിലെ ഒരു ബിന്ദു എടുത്ത്, അതിന്റെ സൂചകസംഖ്യകളും, ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്നുള്ള അകലവും കണ്ടുപിടിക്കണം



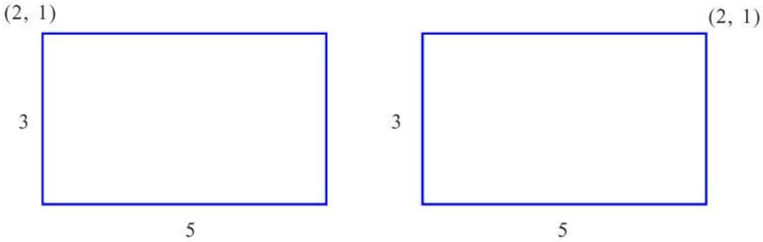
ഇനി നിർവചനമനുസരിച്ച്

$$\cos t = \frac{x}{r}, \quad \sin t = \frac{y}{r}$$

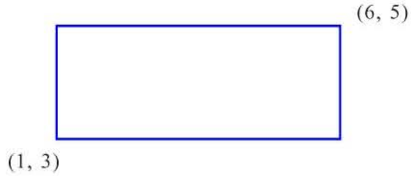
എന്നു കാണാം. കൂടാതെ

$$\tan t = \frac{y}{x}$$

എന്നും നിർവചനമുണ്ട്. അതായത്, കോണിന്റെ tan കണ്ടുപിടിക്കാൻ, സൂചകസംഖ്യകൾ മാത്രം മതി.



ഇനി വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായ ഈ ചതുരം നോക്കൂ:



ഇതിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

ആദ്യം വലതു താഴത്തെ മൂല നോക്കാം. ഈ മൂല ചതുരത്തിന്റെ വലത്തെ വശത്തിലാണ്; ആ വശം y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമാണ്; അതിലെ ഒരു ബിന്ദു (6, 5) ആണ്. അപ്പോൾ നമ്മളന്വേഷിക്കുന്ന മൂലയുടെ x സൂചകസംഖ്യയും 6 തന്നെ.

y-സൂചകസംഖ്യയോ? താഴത്തെ വശം x-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമാണ്; അതിലെ ഒരു ബിന്ദു (1, 3) ആണ്. അപ്പോൾ ഈ മൂലയുടെ y സൂചകസംഖ്യ 3 തന്നെ.

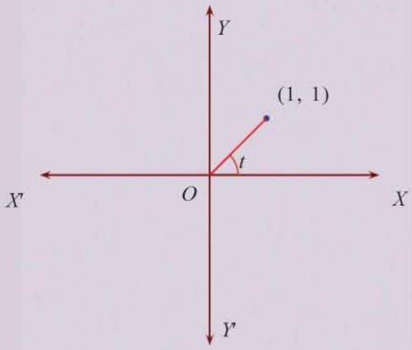
ഇതുപോലെ ഇടതു മുകളിലെ മൂലയും കണ്ടുപിടിച്ചുകൂടേ?

ഇതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്താണ്?

ഇതുപോലെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായ മറ്റൊരു ചതുരമിതാ:

വരയും ബിന്ദുക്കളും

ചിത്രത്തിലെ കോൺ t എത്രയാണെന്നു പറയാമോ?



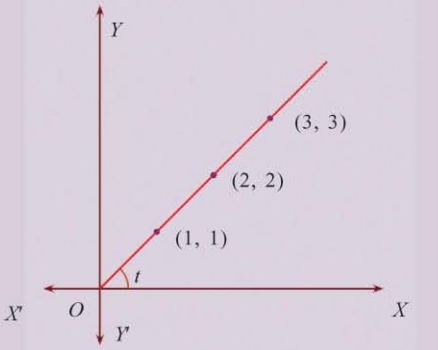
നേരത്തെ കണ്ടതനുസരിച്ച്

$$\tan t = \frac{1}{1} = 1$$

അപ്പോൾ

$$t = 45°$$

(1,1) നുപകരം (2,2) ആയാലും ഇതുതന്നെയല്ലേ കിട്ടുന്നത്? (3, 3) ആയാലോ. അപ്പോൾ എന്തു കിട്ടി? (1, 1), (2, 2), (3, 3), ... എല്ലാം ഒരേ വരയിലാണ്.



ഇക്കാര്യം നേരത്തെ കണ്ടിട്ടുണ്ടോ?

സമാന്തരശ്രേണികൾ എന്ന പാഠത്തിലെ **സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ജ്യാമിതി** എന്ന ഭാഗം നോക്കുക.

മറ്റു രണ്ടു മൂലകൾ കണ്ടുപിടിക്കാമോ? വശങ്ങളുടെ നീളമോ? ഇതു പോലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും എതിർമൂലകളായി, വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി, ചതുരം വരയ്ക്കാമോ?

ഇത്തരം രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര അക്ഷങ്ങളോരൊന്നിനും സമാന്തരമാകരുത് അല്ലേ? അതായത്, x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാകരുത്; y സൂചകസംഖ്യകളും തുല്യമാകരുത്.

ഉദാഹരണമായി, $(-2, 3)$, $(6, 5)$ ആയാലോ? ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം എങ്ങനെയാണ്?

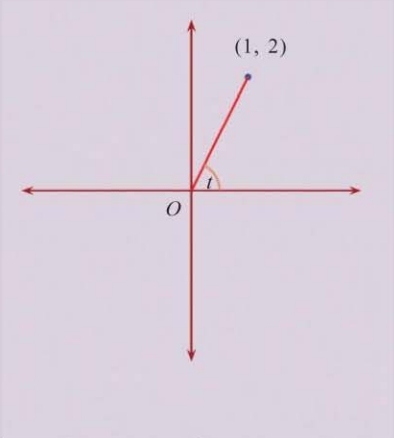
ചതുരത്തിന്റെ മറ്റുമൂലകളെന്തൊക്കെയാണ്?

$(-2, 3)$, $(6, 1)$ ആയാലോ?

ഇതുപോലെ അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ, ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ ജോടികൾ, ഇടതു-വലതു, മേൽ-കീഴ് സ്ഥാനങ്ങൾ ശരിയായി അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവ എതിർമൂലകളായും വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായും വരുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളവും മറ്റു മൂലകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.

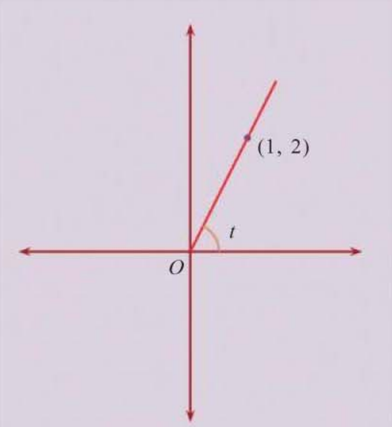
- $(3, 5)$, $(7, 8)$
- $(-3, 5)$, $(-7, 1)$
- $(6, 2)$, $(5, 4)$
- $(-1, -2)$, $(-5, -4)$

മറ്റൊരു വര



ചിത്രത്തിലെ കോൺ t യുടെ tan എത്രയാണെന്ന് പറയാമോ?

ഈ വരനീട്ടി വരച്ചാലോ?



ഇവിടെ മറ്റു ചില ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ പറയാമോ?