

3

ເລລາເລລີ





വാക്കു വരുന്ന വഴികൾ

ശരാശരി എന്ന വാക്ക്, പേർഷ്യൻ ഭാഷയിൽ നിന്നാണ്. “മൊത്തമായി”, “എല്ലാവർക്കും” എന്നെല്ലാം ഈ വാക്കിന് അർത്ഥം പറയാം.

പണ്ടുകാലം മുതൽക്കുതന്നെ വിവിധ ദേശങ്ങളിലുള്ളവർ കേരളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരുന്നതിനാൽ, അറബ്, ഡച്ച്, പോർച്ചുഗീസ് തുടങ്ങിയ പല ഭാഷകളിലേയും വാക്കുകൾ മലയാളത്തിലുണ്ട്.

ശരാശരി എന്നതിന്റെ ഇംഗ്ലീഷ് പദമായ average എന്നത് ഇറ്റാലിയൻ ഭാഷയിലെ avaria എന്ന വാക്കിൽനിന്നാണ് വന്നത്. “കേടുവരിക”, “തകർന്നുപോകുക” എന്നെല്ലാമാണ് ഇതിനർത്ഥം. പണ്ടുകാലത്ത്, കപ്പൽച്ചേരത്തിൽ കച്ചവടച്ചരക്കുകൾക്കുണ്ടാകുന്ന നഷ്ടം ആ കപ്പലിന്റെ ഉടമസ്ഥരും സാധനങ്ങളുടെ ഉടമസ്ഥരുമെല്ലാം തുല്യമായി പങ്കുവയ്ക്കുകയായിരുന്നു പതിവ്. പിൽക്കാലത്ത് തുല്യമായി വിഭജിക്കുന്നതിനെല്ലാം ഈ പേരു വന്നു.

പാൽക്കണക്ക്

രാമുവിന്റെ വീട്ടിൽ ജൂൺ മാസം 60 ലിറ്റർ പാൽ വാങ്ങി. എല്ലാ ദിവസവും ഒരേ അളവ് പാൽ തന്നെയാണ് വാങ്ങിയത്. ഓരോ ദിവസവും എത്ര ലിറ്റർ പാൽ വാങ്ങി?

ജൂൺ മാസത്തിന് 30 ദിവസമാണല്ലോ. അപ്പോൾ ഒരു ദിവസം എത്ര വാങ്ങിയെന്ന് എളുപ്പം കണ്ടുപിടിച്ചു കൂടേ?

മറ്റൊരു പാൽക്കുന്ന് നോക്കാം. ലിസി ഒരു പശുവിനെ വാങ്ങി. 10 ദിവസം കൊണ്ട് ആകെ 50 ലിറ്റർ പാൽ കിട്ടി. ഓരോ ദിവസവും കൂടുതൽ 5 ലിറ്റർ വീതം കിട്ടി എന്ന് പറയാമോ?

ചില ദിവസം 4 ലിറ്ററേ കിട്ടിയുള്ളൂ എന്നു വരാം. ചില ദിവസം 6 ലിറ്റർ കിട്ടിയെന്നിരിക്കും.

പക്ഷേ ഒരു ദിവസം 10 ലിറ്ററോ, മറ്റൊരു ദിവസം 1 ലിറ്ററോ ആകാനിടയില്ല.

അതായത്, എല്ലാ ദിവസവും ഒരുപോലെ പാൽ കിട്ടിയിരുന്നെങ്കിൽ, ഒരോ ദിവസവും 5 ലിറ്റർ വീതമായിരിക്കും. അങ്ങനെയല്ലെങ്കിൽപ്പോലും, ഓരോ ദിവസവും കിട്ടുന്നത് സാധാരണ ഗതിയിൽ 5 ലിറ്ററിനേക്കാൾ വളരെക്കുറുതലോ കുറവോ ആകില്ല.

ഇത് കണക്കുഭാഷയിൽ പറയുന്നത്, ഒരു ദിവസം ശരാശരി (average) 5 ലിറ്റർ പാൽ കിട്ടിയെന്നാണ്.

എല്ലാ ദിവസവും കിട്ടിയ പാലിന്റെ അളവ് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഓരോ ദിവസവും കിട്ടിയത് ഈ ശരാശരി അളവുതന്നെ ആയിരിക്കുമല്ലോ.

കുലിക്കണക്ക്

ഒരു തൊഴിലാളിക്ക് ഒരാഴ്ച ആകെ 1680 രൂപ കൂലി കിട്ടി. ഒരു ദിവസം ശരാശരി എത്ര രൂപ കിട്ടി?

ഇവിടെയും ഓരോ ദിവസവും ഒരേ തുക തന്നെ കിട്ടിയിരിക്കണമെന്നില്ല. അങ്ങനെ ആയിരുന്നെങ്കിൽ, ഓരോ ദിവസവും എത്ര രൂപ കിട്ടുമായിരുന്നു?

അതായത്, ഓരോ ദിവസത്തെയും ആകെ കൂലിയെ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയല്ലോ. അത്രെത്രയാണ്?

തേങ്ങാക്കണക്ക്

രാഘവന്റെ പുരയിടത്തിൽ 15 തെങ്ങുണ്ട്. ഒരു വർഷം രാഘവന് ആകെ 1335 തേങ്ങ കിട്ടി. ആ വർഷം ഓരോ തെങ്ങിൽനിന്നും ശരാശരി എത്ര തേങ്ങ കിട്ടി?

ഓരോ തെങ്ങിൽ നിന്നും ശരാശരി കിട്ടിയ തേങ്ങയുടെ എണ്ണം എന്നാൽ എന്താണ്?

എല്ലാ തെങ്ങിൽ നിന്നും ഒരേ എണ്ണം തേങ്ങയാണ് കിട്ടിയതെങ്കിൽ, ഓരോ തെങ്ങിൽ നിന്നും എത്ര വീതം കിട്ടുമായിരുന്നു എന്നതാണ് ഇവിടെ ശരാശരി.

ആകെ കിട്ടിയ തേങ്ങയുടെ എണ്ണവും, തെങ്ങുകളുടെ എണ്ണവും അറിയാമല്ലോ. ഇനി ശരാശരി കണ്ടുപിടിച്ചുകൂടെ?

അങ്ങനെയും ചില ശരാശരി

അഞ്ച് കുട്ടുകാരുടെ തൂക്കം 34 കിലോഗ്രാം, 35 കിലോഗ്രാം, 36 കിലോഗ്രാം, 37 കിലോഗ്രാം, 38 കിലോഗ്രാം എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഇക്കൂട്ടത്തിൽ ഒരാളുടെ ശരാശരി തൂക്കം എത്രയാണ്?

എല്ലാവരുടേയും ഭാരം തുല്യമായിരിക്കുകയും, അഞ്ചു പേരുടെയും തൂക്കങ്ങളുടെ തുക ഇപ്പോഴുള്ളതു തന്നെയും ആണെങ്കിൽ, ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര തൂക്കമുണ്ടാകും എന്നതാണ് ഇവിടെ ശരാശരി തൂക്കം എന്നതിന്റെ അർത്ഥം.

അതു കിട്ടാൻ തൂക്കങ്ങളുടെ തുകയെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയല്ലോ. ചെയ്തു നോക്കൂ.

ശരാശരി ഉയരം

നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ ഉയരം അളന്ന് ശരാശരി ഉയരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

- ആരുടെയെങ്കിലും ഉയരം ശരാശരി ഉയരത്തിനു തുല്യമാണോ?
- ഓരോരുത്തരുടേയും ഉയരം ശരാശരിയേക്കാൾ കൂടുതലോ, കുറവോ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക.

മാങ്ങവില

അനൂവും ബിനൂവും മാങ്ങക്കച്ചവടക്കാരാണ്. ഒരു ദിവസം ഇവർ 60 മാങ്ങവീതം വിറ്റു. അനു വിറ്റത് 10 രൂപയ്ക്ക് 2 എണ്ണം എന്ന നിരക്കിലും, ബിനൂ വിറ്റത് 10 രൂപയ്ക്ക് 3 എണ്ണം എന്ന നിരക്കിലും. അനുവിന് എത്ര രൂപ കിട്ടി?

ബിനൂവിനോ?

രണ്ടുപേർക്കും കൂടി എത്ര കിട്ടി?

പിറ്റേ ദിവസവും ഇതേപോലെ വിലക്കാൻ തയ്യാറെടുത്തു. അനു ബിനൂവിന് പെട്ടെന്ന് സുഖമില്ലാതായതുകൊണ്ട് വിലക്കാനുള്ള മാങ്ങ അനുവിനെ ഏൽപ്പിച്ചു. അനു ഇങ്ങനെ ആലോചിച്ചു.

“ഞാൻ വിലക്കേണ്ടത് 10 രൂപയ്ക്ക് 2 മാങ്ങ. ബിനൂ വിലക്കേണ്ടത് 10 രൂപയ്ക്ക് 3 മാങ്ങ. അങ്ങനെയൊന്നെങ്കിൽ രണ്ടുപേരുടെയും മാങ്ങ കലർത്തി 20 രൂപയ്ക്ക് 5 മാങ്ങ എന്ന കണക്കിൽ വിറ്റാൽ മതിയല്ലോ.”

അതു പ്രകാരം അനുവിറ്റു. ആകെ 120 മാങ്ങ, 20 രൂപയ്ക്ക് 5 മാങ്ങ എന്ന കണക്കിൽ വിറ്റപ്പോൾ എത്ര രൂപ കിട്ടി?

ആദ്യത്തെ ദിവസത്തേക്കാൾ 20 രൂപ കുറഞ്ഞതെങ്ങനെ?





വരുമാനം കുടിയോ?

ഒരു കോളനിയിലെ 20 വീട്ടുകാരുടെ ശരാശരി മാസവരുമാനം 1200 രൂപയാണ്. ആയിടെ അവിടെയൊരു ധനികൻ താമസിക്കാൻ വന്നു. അദ്ദേഹത്തിന്റെ മാസവരുമാനം 102000 രൂപയാണ്. ഇപ്പോൾ ആ കോളനിയിലെ താമസക്കാരുടെ ശരാശരി മാസവരുമാനമെന്താണ്?



- ആൺകുട്ടികളുടേയും പെൺകുട്ടികളുടേയും ശരാശരി ഉയരം വെച്ചേറെ കണ്ടുപിടിച്ച്, ഏതാണ് കൂടുതലെന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക.

പ്രതീക്ഷയുടെ ഗണിതം

ഒരു ബസ്സിൽ, ഏപ്രിൽ മാസത്തെ ആദ്യത്തെ ആഴ്ചയിലെ ദിവസങ്ങളിൽ ടിക്കറ്റ് വിറ്റ തുക ഇവയാണ്:

6432 രൂപ, 7250 രൂപ, 9218 രൂപ, 7111 രൂപ,
9540 രൂപ, 9560 രൂപ, 6700 രൂപ.

ഈ ആഴ്ചയിലെ ഒരു ദിവസം ശരാശരി എത്ര രൂപയ്ക്ക് ടിക്കറ്റ് വിറ്റു?

ഇതേ ശരാശരി തുക തന്നെ തുടർന്നും കിട്ടിയാൽ, ഏപ്രിലിൽ ആകെ എത്ര രൂപ കിട്ടുമെന്ന് പ്രതീക്ഷിക്കാം?

ഒരു ദിവസത്തെ ശരാശരി കണ്ടുപിടിക്കാമല്ലോ.

ഇനി ഏപ്രിൽ മാസത്തെ ഒരു ദിവസത്തെ ശരാശരിയെന്ന്, ആ മാസം ആകെ കിട്ടുന്ന തുകയെ 30 കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണല്ലോ.

ഇങ്ങനെ ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നത്, ആദ്യം കണ്ടുപിടിച്ച 7973 രൂപ തന്നെയാണെങ്കിൽ ആ മാസം ആകെ കിട്ടുന്നത് എത്ര രൂപയാണ്?

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തു നോക്കൂ:

- ഒരിനം കമുകിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന അടയ്ക്ക ഉണക്കിയാൽ ഓരോ വർഷവും ശരാശരി 7 കിലോഗ്രാം കിട്ടുമെന്നാണ് കൃഷി വിദഗ്ധർ പറയുന്നത്. മാത്തച്ചൻ അത്തരം 150 കമുകു വെച്ചിട്ടുണ്ട്. മാത്തച്ചൻ ഒരു വർഷം എത്ര കിലോഗ്രാം അടയ്ക്ക പ്രതീക്ഷിക്കാം?
- ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ ഓരോ ചതുരശ്രകിലോമീറ്ററിലും ശരാശരി 523 ആളുകൾ താമസിക്കുന്നു എന്നാണ് കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നത്. ആ ഗ്രാമത്തിന്റെ വിസ്തൃതി 15 ചതുരശ്രകിലോമീറ്ററാണെങ്കിൽ ആ ഗ്രാമത്തിലെ ജനസംഖ്യ എത്ര?

എണ്ണമെത്ര?

ഒരു യു.പി സ്കൂളിലെ ഉച്ചക്കഞ്ഞിക്ക്, ഒരു കുട്ടിക്ക് ശരാശരി 60 ഗ്രാം അരി എന്നാണ് കണക്കാക്കുന്നത്. ഒരു ദിവസം 30 കിലോഗ്രാം അരി ചെലവായി. അന്ന് എത്ര കുട്ടികളാണ് സ്കൂളിൽ വന്നത്?

ശരാശരിയെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണല്ലോ ആകെ അരിയുടെ അളവ്. അതായത്,

$$\begin{aligned} \text{കുട്ടികളുടെ എണ്ണം} \times 60 \text{ ഗ്രാം} \\ &= 30 \text{ കിലോഗ്രാം} \\ &= 30000 \text{ ഗ്രാം.} \end{aligned}$$

അപ്പോൾ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കിട്ടാൻ 30000 ത്തിനെ 60 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

ഇതുപോലെ ഈ കണക്ക് ചെയ്തുനോക്കൂ.

രാജന് ഒരു ദിവസം ശരാശരി 75 രൂപ ഭക്ഷണത്തിന് ചെലവാകും. കൈയിൽ ഇപ്പോൾ 450 രൂപയുണ്ട്. ഇത് എത്ര ദിവസത്തെ ഭക്ഷണത്തിനു മതിയാകും?

വടംവലി മത്സരം

പഞ്ചായത്തിന്റെ ഓണാഘോഷത്തിൽ വടംവലി മത്സരമുണ്ട്. അതിന് ചില നിയമങ്ങളൊക്കെയുണ്ട്.

- i) ഒരു ടീമിൽ 7 പേരിൽക്കൂടുതൽ പാടില്ല.
- ii) ഒരു ടീമിലുള്ളവരുടെ ശരാശരി തൂക്കം 80 കിലോഗ്രാമിൽ കൂടരുത്.

മൈലോ ക്ലബിന്റെ ടീമിലെ ആദ്യത്തെ ആറുപേരുടെ തൂക്കം ഇതാണ്.

75കി.ഗ്രാം, 82കി.ഗ്രാം, 96കി.ഗ്രാം, 93കി.ഗ്രാം,
69കി.ഗ്രാം, 81കി.ഗ്രാം

ഏഴാമത്തെ ആളുടെ തൂക്കം എത്ര കിലോഗ്രാം വരെ ആകാം?

ശരാശരി പതിക്കുമോ?

പുഴക്കരയിലെത്തിയ പണ്ഡിതൻ പുഴയുടെ ആഴത്തെക്കുറിച്ച് അന്വേഷിച്ചു. ചില വിവരങ്ങൾ കിട്ടി. ഇങ്ങേക്കരയ്ക്കടുത്ത് 60 സെ.മീ ആഴം, നടുക്ക് 270 സെ.മീ ആഴം, അങ്ങേക്കരയിൽ 60 സെ.മീ. ആഴം.

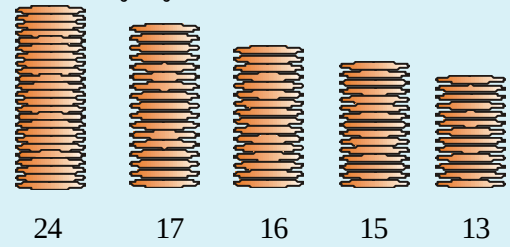
പണ്ഡിതൻ ശരാശരി കണക്ക് കുട്ടിയപ്പോൾ

$$\frac{60+270+60}{3}=130 \text{ സെ.മീ. എന്നു കിട്ടി.}$$

180 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള പണ്ഡിതന് ആശ്വാസമായി. ശരാശരി 130 സെ.മീ. മാത്രമാണ് ആഴം. നീന്താനറിയാത്ത പണ്ഡിതൻ പുഴ കടക്കാൻ തുടങ്ങി. എന്തു സംഭവിച്ചുകാണും?

നാണയക്കണക്ക്

ചിത്രത്തിൽ ഒരേയിനം നാണയങ്ങൾ കൊണ്ടുള്ള അട്ടികളാണുള്ളത്. ഓരോന്നിലേയും നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം ചുവടെ എഴുതിയിരിക്കുന്നു.



എല്ലാ അട്ടിയിലേയും നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം തുല്യമാക്കണം. ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് എത്ര അട്ടിയിൽ നിന്ന് നാണയങ്ങൾ എടുക്കണം? എന്തെങ്കിലും അട്ടിയിലെ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന് മാറ്റമില്ലാതിരിക്കുമോ?

ക്രിക്കറ്റും ശരാശരിയും



സാധാരണ ശരാശരി കാണുന്ന രീതിയിൽ നിന്നും അല്പം വ്യത്യസ്തമായാണ് ക്രിക്കറ്റിൽ ഒരു ബാറ്റ്സ്മാൻ നേടിയ ശരാശരി റൺസ് കണക്കാക്കുന്നത്. ഒരു ബാറ്റ്സ്മാൻ നേടിയ ആകെ റൺസിന്റെ എണ്ണത്തെ എത്രത

വണ ഔട്ടായി എന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകൊണ്ടാണ് ഹരിക്കുന്നത്. അല്ലാതെ ആകെ കളിച്ച ഇന്നിംഗ്സിന്റെ എണ്ണം കൊണ്ടല്ല. ഉദാഹരണമായി ഒരു കളിക്കാരൻ 50 ഇന്നിംഗ്സ് കളിച്ച് 2000 റൺസ് നേടി എന്നിരിക്കട്ടെ. അയാൾ 10 തവണ പുറത്താകാതിരുന്നു എന്നുകരുതുക. എങ്കിൽ 2000 ത്തിനെ 50 കൊണ്ടല്ല മറിച്ച് 40 കൊണ്ടാണ് ഹരിക്കുക. $\frac{2000}{40}=50$ അതുകൊണ്ട് ശരാശരി റൺസ് 50 എക്കാലത്തെയും മികച്ച ബാറ്റ്സ്മാൻമാരിൽ ഒരാളാണ് ആസ്ട്രേലിയയിലെ ഡോൺ ബ്രാഡ്മാൻ. ഇദ്ദേഹത്തിന്റെ ടെസ്റ്റുകളിലെ ശരാശരി റൺസ് 99.94 ആണ്. (അക്കാലത്ത് ഏകദിന മത്സരങ്ങൾ ഇല്ലായിരുന്നു.)

ലോകത്തെ ഒന്നാംകിട ബാറ്റ്സ്മാൻമാരിൽ ഒരാളായ ഇന്ത്യയിലെ സച്ചിൻ തെണ്ടുൽക്കറുടെ ശരാശരി ഇപ്പോൾ (2009 ഫെബ്രുവരി) ടെസ്റ്റുകളിൽ 54.27. ഏകദിന മത്സരങ്ങളിൽ 44.05.



തൂക്കം നോക്കിക്കഴിഞ്ഞ ആറു പേരുടെ ആകെ തൂക്കം എത്രയാണ്?

നിയമമനുസരിച്ച് ഏഴുപേരുടേയും കൂടി ആകെ തൂക്കം എത്രവരെ ആകാം?

ഇനി ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാമല്ലോ.

മാറുന്ന ശരാശരി

ഒരു സ്കൂളിലെ 20 അധ്യാപകരുടെ ശരാശരി പ്രായം 34 ആണ്. അവരിൽ 55 വയസുള്ള ഒരാൾ പിരിഞ്ഞു പോയി. പകരം 35 വയസുള്ള ഒരാൾ ചേർന്നു. ഇപ്പോൾ അവരുടെ ശരാശരി പ്രായമെന്ത്?

ആദ്യത്തെ 20 പേരുടെ ആകെ പ്രായം എന്തായിരുന്നു? 55 വയസുള്ള ആൾ പിരിഞ്ഞുപോയപ്പോൾ ഇത് എത്രയായി?

പകരം 35 വയസുള്ള ആൾ ചേർന്നപ്പോഴോ?

ഇനി ശരാശരി പ്രായം കണ്ടുപിടിക്കാമല്ലോ.

20 അധ്യാപകരുടെ ആകെ പ്രായം കണക്കുകൂട്ടാതെ ഇതിനുത്തരം കാണാമോ?

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കണക്കുകളും ചെയ്തു നോക്കൂ.

- ഒരു ഫുട്ബോൾ ടീമിലെ 20 കളിക്കാരുടെ ശരാശരി പ്രായം 24 ആണ്. ഇവരിൽ 8 പേരുടെ ശരാശരി പ്രായം 21 ആണ്. ബാക്കി 12 പേരുടെ ശരാശരി പ്രായം എന്താണ്?
- ഒരു സ്കൂളിലെ നാലാം ക്ലാസ് 'എ' ഡിവിഷനിലുള്ള 35 കുട്ടികളുടെ ശരാശരി തൂക്കം 32 കിലോഗ്രാമാണ്. 'ബി' ഡിവിഷനിലുള്ള 40 കുട്ടികളുടെ ശരാശരി തൂക്കം 36 കിലോഗ്രാമും. രണ്ടു ഡിവിഷനിലേയും കുട്ടികളെ ഒരുമിച്ചടുത്താൽ ശരാശരി തൂക്കം എത്രയാകും?
- ഒരു രാജ്യത്ത് 2400 കോടി കിലോഗ്രാം ഭക്ഷ്യധാന്യം ഒരു വർഷം ഉപയോഗിക്കുന്നു. അവരുടെ ആളോഹരി (ശരാശരി) ഉപഭോഗം 200 കിലോഗ്രാം ആയാൽ ആ രാജ്യത്തെ ജനസംഖ്യ എത്ര?
- തുടർച്ചയായ 13 എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യ 31 ആണ്. എങ്കിൽ ആ 13 സംഖ്യകളുടെ തുകയെത്ര?